

ÜBUNGEN ZUR VORLESUNG
KOMPLEXITÄTSTHEORIE

WWU MÜNSTER
INSTITUT FÜR INFORMATIK

PROF. DR. MARKUS MÜLLER-OLM
SEBASTIAN KENTER

SS 2016

ÜBUNGSBLATT 11

11.07.2016

Bemerkung: Für dieses Übungsblatt ist keine korrigierte Abgabe oder Besprechung mehr vorgesehen. Die Bearbeitung dient jedoch der Vertiefung der in den letzten Vorlesungen besprochenen Themen.

Aufgabe 11.1. [Die Klasse DP]

Die Klasse DP ist definiert als die Menge der Sprachen L , für die es zwei Sprachen $L_1 \in \text{NP}$ und $L_2 \in \text{co-NP}$ gibt derart, dass $L = L_1 \cap L_2$. (Beachten Sie, dass dies eine andere Klasse ist als $\text{NP} \cap \text{co-NP}$.) Zeigen Sie:

- a) $\text{EXACTINDSET} \in \Pi_2^P$.
- b) $\text{EXACTINDSET} \in \text{DP}$.
- c) Jede Sprache in DP ist Polynomzeit-reduzierbar auf EXACTINDSET.

Aufgabe 11.2. [PH und Orakel]

Es sei A eine Sprache, für die gilt $\text{P}^A = \text{NP}^A$. Zeigen Sie, dass dann $\text{PH}^A \subseteq \text{P}^A$. (Mit anderen Worten: Der Beweis von Satz 5.6 ist relativierend.)

Aufgabe 11.3. [Polynomielle Hierarchie und Orakel-Turingmaschinen]

Sei $i \geq 2$. Zeigen Sie: $\Sigma_i^P = \text{NP}^{\Sigma_{i-1}^{\text{SAT}}}$.

Aufgabe 11.4. [Platzkomplexität von ATM]

Zeigen Sie: $\text{APSPACE} = \text{EXP}$.

Aufgabe 11.5. [Zeitkomplexität von ATM]

Sei $S : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$ mit $S(n) \geq n$. Zeigen Sie:

$$\text{SPACE}(S(n)^{O(1)}) = \text{ATIME}(S(n)^{O(1)})$$

Dabei ist

$$\begin{aligned} \text{SPACE}(S(n)^{O(1)}) &:= \cup \{ \text{SPACE}(S(n)^c) \mid c \geq 1 \} \text{ und} \\ \text{ATIME}(S(n)^{O(1)}) &:= \cup \{ \text{ATIME}(S(n)^c) \mid c \geq 1 \}. \end{aligned}$$

Hinweis: Sie können annehmen, dass S platzkonstruierbar ist.

Aufgabe 11.6. [Verstärken der Wahrscheinlichkeit von ZPP-Sprachen]

Formulieren und beweisen Sie, in Analogie zu Satz 6.5 aus der Vorlesung, einen Satz zum Verstärken der Wahrscheinlichkeit (*Amplification*) für die Klasse ZPP.