

ÜBUNGEN ZUR VORLESUNG  
KOMPLEXITÄTSTHEORIE

WWU MÜNSTER  
INSTITUT FÜR INFORMATIK

PROF. DR. MARKUS MÜLLER-OLM  
SEBASTIAN KENTER

SS 2016

ÜBUNGSBLATT 6

02.06.2016

**Abgabe:** *In Dreiergruppen*, bis Donnerstag, 09.06.16, vor der Vorlesung in BK 61.

**Besprechung:** Die Aufgaben werden in der Übung am Mittwoch, dem 15.06.16, um 10:15 Uhr besprochen.

**Aufgabe 6.1.** [Alternative Definition von NEXP] (10 Punkte)

Geben Sie eine Definition von NEXP an, ohne nichtdeterministische Turingmaschinen zu benutzen (analog zur Definition 2.1 der Klasse NP aus der Vorlesung), und zeigen Sie deren Äquivalenz zur Definition 2.36.

**Aufgabe 6.2.** [ $\Sigma_2$ SAT-Problem] (10 Punkte)

Sei  $\Sigma_2$ SAT das folgende Entscheidungsproblem: Gegeben eine quantifizierte Formel  $\psi$  der Gestalt

$$\psi = \exists x_1 \dots \exists x_n \forall y_1 \dots \forall y_m : \varphi(x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m) = 1,$$

wobei  $\varphi$  eine KNF-Formel ist, entscheide, ob  $\psi$  erfüllt ist. Mit anderen Worten: Entscheide, ob es  $x_1, \dots, x_n$  gibt derart, dass  $\varphi(x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m)$  für alle  $y_1, \dots, y_m$  wahr ist.

Zeigen Sie, dass  $\Sigma_2$ SAT in P liegt, falls  $P = NP$  gilt.

**Aufgabe 6.3.** [Unäre Sprachen] (10 Punkte)

Eine Sprache heißt *unär*, falls jedes Wort darin von der Form  $1^i$  (Konkatenation von  $i$  Einsen) für ein  $i > 0$  ist.

Zeigen Sie: Falls es eine NP-vollständige unäre Sprache gibt, dann gilt  $P = NP$ .

*Hinweis:* Betrachten Sie eine polynomielle Reduktion  $f$  von SAT auf eine NP-vollständige unäre Sprache und beachten Sie, dass dann für jede KNF-Formel  $\varphi$  über  $x_1, \dots, x_n$  und je zwei Teilbelegungen  $b, b' \in \{0, 1\}^k$  mit  $k \leq n$  gilt:

$$f(\varphi|_b) = f(\varphi|_{b'}) \Rightarrow (\varphi|_b \in \text{SAT} \Leftrightarrow \varphi|_{b'} \in \text{SAT}).$$

Hierbei bezeichnet  $\varphi|_{(b_1, \dots, b_k)}$  die KNF-Formel, die man durch Substitution von  $b_1$  bis  $b_k$  für  $x_1$  bis  $x_k$  in  $\varphi$  und anschließendes Vereinfachen erhält.