

ÜBUNGEN ZUR VORLESUNG
KOMPLEXITÄTSTHEORIE

WWU MÜNSTER
INSTITUT FÜR INFORMATIK

PROF. DR. MARKUS MÜLLER-OLM
SEBASTIAN KENTER

SS 2016

ÜBUNGSBLATT 5

25.05.2016

Abgabe: In Dreiergruppen, bis Donnerstag, 02.06.16, vor der Vorlesung in BK 61.

Besprechung: Die Aufgaben werden in der Übung am Mittwoch, dem 08.06.16, um 10:15 Uhr besprochen.

Aufgabe 5.1. [Charakterisierung von co-NP] (10 Punkte)

Zeigen Sie die Äquivalenz der folgenden drei Aussagen für eine Sprache $L \subseteq \{0, 1\}^*$:

- (1) $L \in \text{co-NP}$.
- (2) Es gibt ein Polynom p und eine Turingmaschine M mit polynomieller Laufzeit derart, dass für alle $x \in \{0, 1\}^*$ gilt:

$$x \in L \iff \forall u \in \{0, 1\}^{p(|x|)} : M(x, u) = 1.$$

- (3) Es gibt ein Polynom p und eine Turingmaschine M mit polynomieller Laufzeit derart, dass für alle $x \in \{0, 1\}^*$ gilt:

$$x \notin L \iff \exists u \in \{0, 1\}^{p(|x|)} : M(x, u) = 1.$$

Aufgabe 5.2. [NP und co-NP] (10 Punkte)

- a) Zeigen Sie: Falls $P = NP$, dann gilt $NP = \text{co-NP}$.
- b) Zeigen Sie: $NP = \text{co-NP}$ gilt genau dann, wenn 3SAT und TAUTOLOGY aufeinander Polynomzeit-reduzierbar sind.

Aufgabe 5.3. [Symmetrische Differenz von Sprachen] (10 Punkte)

Die *symmetrische Differenz* zweier Mengen X_1 und X_2 ist definiert als

$$X_1 \oplus X_2 := (X_1 \setminus X_2) \cup (X_2 \setminus X_1).$$

- a) Zeigen Sie, dass gilt:

$$\forall L_1, L_2 \in \text{NP} \cap \text{co-NP} : L_1 \oplus L_2 \in \text{NP} \cap \text{co-NP}.$$

- b) Zeigen Sie, dass

$$\forall L_1, L_2 \in \text{NP} : L_1 \oplus L_2 \in \text{NP}$$

genau dann gilt, wenn $NP = \text{co-NP}$ ist.