

Übungen zum Vorkurs Physik

Blatt 2 - Trigonometrische Funktionen & Komplexe Zahlen

Ziel: Routine und Schnelligkeit im Umgang mit trigonometrischen Funktionen

Vereinfachen von Ausdrücken mit trigonometrischen Funktionen & Einführung in die komplexe Zahlen.

Themen: Trigonometrischer Pythagoras, Umgang mit Tangens, Additionstheoreme

Aufgabe 1: Trigonometrische Funktionen

Zeichnen Sie folgende Funktionen

(a) $\sin x$

(c) $\sin(2x)$

(e) $\sin^2(x)$

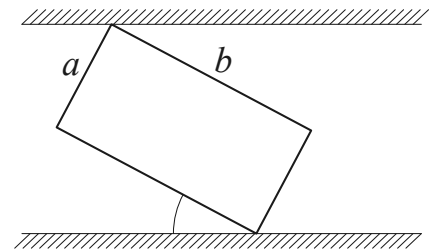
(b) $\cos x$

(d) $\cos(x - \pi/2)$

(f) $\sin(2x + \pi)$

Aufgabe 2: Kiste

Eine rechteckige Kiste mit den Kantenlängen $a = 1,60$ m und $b = 3,10$ m blockiert eine Durchfahrt. Wie breit ist die Durchfahrt, wenn $\alpha = 28^\circ$ ist?



Aufgabe 3: Trigonometrische Ausdrücke I

Vereinfachen Sie folgende trigonometrische Ausdrücke mithilfe der Identität $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

(a) $\sin x \cot x$

(c) $\sin t - \sin t \cos^2 t$

(f) $\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{1 + \sin x}$

(b) $\frac{1 - \sin^2 x}{\cos x}$

(d) $\cos x + \tan x \sin x$

(g) $\frac{\tan^2 t + 1}{1 + \cot^2 t}$

(e) $\sin^3 x + \sin x \cos^2 x$

Aufgabe 4: Trigonometrische Ausdrücke II

Vereinfachen Sie folgende trigonometrische Ausdrücke

(a) $\frac{1 + \cos x + \cos 2x}{\sin x + \sin 2x}$

(e) $\frac{\tan 2x \cos x}{\sin x} - \frac{\tan 2x \sin x}{\cos x}$

(i) $\tan^4 x + 2 \tan^2 x + 1$

(b) $\frac{\sin 4x}{\cos 2x}$

(f) $\frac{\sin^4 x - \cos^4 x}{\sin^2 x - \cos^2 x}$

(j) $\frac{1}{1 + \cos x} + \frac{1}{1 - \cos x}$

(c) $\frac{\sin 2x}{(1 + \cos 2x)}$

(g) $\frac{\sec x \sin^2 x}{1 + \sec x}$

(k) $\frac{1 - \sin^4 x}{1 + \sin^2 x}$

(d) $\frac{\sin 2x}{(1 - \cos^2 x)} \frac{\sin 2x}{\cos x}$

(h) $\sin(-x) \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

(l) $\tan^2 x \cos^2 x + \cot^2 x \sin^2 x$

Aufgabe 5: Komplexe Zahlenebene

Zeichnen Sie folgende Zahlen als Punkte in die komplexe Zahlenebene ein:

- | | | | |
|--------------|---------------------------|-----------------|-----------------------------------|
| (a) $3 + 2i$ | (c) $3e^{i\frac{\pi}{2}}$ | (e) $-e^{i\pi}$ | (g) $\frac{1}{\sqrt{2}}(1 \pm i)$ |
| (b) $1 - 3i$ | (d) $e^{i\frac{3\pi}{2}}$ | (f) $1 \pm i$ | (h) $-3 - 4i$ |

Aufgabe 6: Addition und Subtraktion

Berechnen Sie für die komplexen Zahlenpaare z_1 und z_2 : $z_1 + z_2$ und $z_1 - z_2$.

- | | |
|-------------------------------------|--|
| (a) $z_1 = 5 + i$ $z_2 = 2 - 2i$ | (c) $z_1 = 6 + 3i$ $z_2 = e^{i\pi}$ |
| (b) $z_1 = -3 - 12i$ $z_2 = 4 - 2i$ | (d) $z_1 + z_2 = 7 - i$, $z_1 - z_2 = 3 + 3i$ |

Aufgabe 3: Multiplikation

Berechnen Sie $z_1 \cdot z_2$

- | | |
|--|---|
| (a) $z_1 = 5 + i$ $z_2 = 2 - 2i$ | (d) $z_1 = e^{i\frac{\pi}{6}}$ $z_2 = e^{i\frac{\pi}{9}}$ |
| (b) $z_1 = -3 - i$ $z_2 = 1 - i$ | (e) $z_1 = e^{i\frac{\pi}{4}}$ $z_2 = 1 + i$ |
| (c) $z_1 = 2e^{i\frac{\pi}{2}}$ $z_2 = 4e^{-i\frac{\pi}{2}}$ | (f) $z_1 = e^{-i\frac{\pi}{4}}$ $z_2 = 1 - i$ |

Aufgabe 4: Real und Imaginärteil

Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil folgender komplexer Zahlen/Funktionen:

- | | | | |
|----------------------------|---------------------|---------------------------------------|-------------------------|
| (a) $6 - 3i$ | (d) e^{3i+2} | (g) $\frac{7i-2}{14i}$ | (i) $z(t) = (t + 2i)^4$ |
| (b) $e^{i\pi}$ | (e) $\frac{1}{1+i}$ | | |
| (c) $4e^{i\frac{3\pi}{4}}$ | (f) $(1 + 2i)^2$ | (h) $\frac{e^{i\frac{\pi}{4}}}{6+2i}$ | |

Aufgabe 6: Potenzen und Wurzeln

Berechnen Sie:

- | | | |
|-------------------------|--|--------------------|
| (a) i^{15} | (d) $\sqrt[5]{10 + 10i}$ | (f) $\sqrt[3]{-8}$ |
| (b) i^{2n} | (e) $\sqrt[3]{\frac{1-i}{\sqrt{3}+i}}$ | |
| (c) $(1 + i\sqrt{3})^6$ | | |