

Übungen zum Vorkurs Physik

Blatt 1 - Elementares Rechnen & Polynome

Ziel: Routine und Schnelligkeit bei Vereinfachung von Polynomausdrücken entwickeln.
Themen: verschiedenen Arten der Nullstellenberechnung, Faktorisierung, binomische Formeln

Aufgabe 1: Brüche

Berechnen Sie

$$(a) \frac{3}{8} \frac{24}{15} + \frac{5}{4} \frac{64}{15}$$

$$(b) \frac{7}{8} \frac{72}{42} - \frac{5}{6} \frac{27}{20}$$

$$(c) \frac{5}{12} \frac{16}{35} : \frac{64}{48}$$

Aufgabe 2: Potenzen

Vereinfachen Sie folgende Ausdrücke

$$(a) 0,3^6 \cdot \left(\frac{10}{3}\right)^6$$

$$(c) 2^n \left(\frac{x}{2}\right)^n x$$

$$(e) e^{-x} e^{-x+2} e^{2x+3}$$

$$(b) 2^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4$$

$$(d) \frac{e^{2x} - e^{-2x}}{e^x - e^{-x}}$$

$$(f) \frac{e^{3x+1}}{e^{-x+2}}$$

Aufgabe 3: Ausklammern

Klammern Sie aus und verwenden Sie die binomische Formeln, um folgende Ausdrücke zu vereinfachen

$$(c) x(a+b)^2 + x^2(a+b)$$

$$(a) 3v^2(v-r)^3 + 6v^3(v-r)^2$$

$$(d) (a-b)x^4 + (b-a)x^2$$

$$(e) 9p^4(a-b) - 25q^2(a-b)$$

Aufgabe 4: Nullstellen

Schreiben Sie die Funktion $P(x)$ als ein Produkt zweier linearer Polynome und bestimmen Sie dadurch die Nullstellen der Funktion $P(x)$.

$$(a) P(x) = x^2 - 5x + 6$$

$$(c) P(x) = x^2 + 2x - 15$$

$$(e) P(x) = x^2 + 10x + 24$$

$$(b) P(x) = x^2 + 7x + 10$$

$$(d) P(x) = x^2 - 2x - 15$$

$$(f) P(x) = x^2 - x - 12$$

Aufgabe 5: Vollständiges Quadrat

Schreiben Sie die Funktion $Q(x)$ als ein Produkt von zwei linearen Polynomen, mithilfe der quadratischen Ergänzung. Lösen Sie die Gleichung $Q(x) = 0$. Tipp: Binomische Formeln können helfen.

(a) $Q(x) = x^2 + 6x + 4$

(c) $Q(x) = x^2 + 3x + 1$

(b) $Q(x) = x^2 - 8x + 8$

(d) $Q(x) = 2x^2 - 3x - 9$

Aufgabe 6: Polynomdivision

Dividieren Sie die Ausdrücke:

(a) $(x^3 + 2x^2 - x - 2) : (x - 1)$

(c) $(5x^3 - 11x^2 + 11x - 6) : (5x - 6)$

(b) $(2x^3 + 9x^2 - 4x - 21) : (2x - 3)$

(d) $\frac{x^3 + 9x^2 + 19x - 160}{x - 3}$

Aufgabe 7: Vereinfachung von Ausdrücken II

Vereinfachen Sie die Ausdrücke (auch mithilfe binomischer Formeln)

(a) $\frac{a^3b}{3c^2} \cdot \frac{9bc^3}{7a^4} \cdot \frac{14c^3}{3ab} : \frac{2bc^3}{a^3}$

(f) $\left(a + \frac{ab}{a-b}\right) \left(\frac{ab}{a+b} - a\right) : \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2}$

(b) $\left(\frac{a+1}{a+2} - \frac{a-1}{a-2}\right) \frac{a^2 - 4}{2a}$

(g) $\left[\frac{4(m+n)^2}{mn} - 16\right] \left[\frac{(m+n)^2 - mn}{mn}\right] : \frac{m^3 - n^3}{mn}$

(c) $(2-y) \left(\frac{3y-3}{y^2-4} : \frac{1-y^2}{y+2}\right)$

(h) $\left(\frac{1}{2x-1} + x + 1\right) \left(\frac{1}{2x+1} - 1 + x\right)$

(d) $\left[\left(\frac{r}{s} - \frac{s}{r}\right) : (r+s) + r \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{r}\right)\right] : \frac{1+r}{s}$

(i) $\left(\frac{1}{3x-2} - \frac{4}{2+3x} - \frac{3x-5}{4-9x^2}\right) \frac{(2-3x)^2}{6x-5}$

(e) $\left(\frac{a}{a^2-4} - \frac{8}{a^2+2a}\right) \frac{a^2-2a}{4-a} + \frac{a+8}{a+2}$

(j) $\left(\frac{2}{x+2} - \frac{x+1}{x^2-9} - \frac{1}{x+3}\right) : \frac{x+7}{x^2-x-6}$