

# Zur Sehweise der neuzeitlichen Physik

H. Joachim Schlichting Universität Essen

*Alles was uns hier unten an Gutem und Bösen zustoßt,  
steht dort oben geschrieben.*

**Denis Diderot**

*Entschuldige! Wieso siehst du das nicht? Bist du denn blind?  
Und er will und will es nicht sehen, was Sie sehen, und wo, wie Sie es sehen.  
Er aber sieht es, wie er es sieht, für ihn sind Sie blind.*

**Luigi Pirandello**

Der Blick zum Himmel spielt für die Entwicklung der neuzeitlichen Physik eine wesentliche Rolle. Einerseits steht die regelmäßige Wiederkehr der Sterne und Planeten für den deterministischen Ablauf des Weltgeschehens. Andererseits liefert die raum - zeitliche Struktur der himmlischen Vorgänge den modellhaften Hintergrund für die Vorgänge auf der Erde. Aber auch die Bedingungen des Blicks, die Sehweise und Perspektive sind von paradigmatischer Bedeutung für die physikalischen Aktivitäten. Vor diesem Hintergrund wird exemplarisch die Entwicklung der neuzeitlichen Physik von der kopernikanischen Wende bis zur nichtlinearen Physik unserer Tage als Wechsel von Sehweisen dargestellt. Indem die Grundvoraussetzungen der jeweiligen Sehweise skizziert werden, wird ein "pluralistisches" Bild der neuzeitlichen Physik entworfen, das m.E. den unterschiedlichen physikalischen Aspekten der heutigen Welt eher gerecht wird, als die Fixierung auf eine einzige physikalische Wahrheit.

## Nicht um Dinge geht es, sondern um Ansichten über Dinge (Montaigne)

Da das Sehen nicht nur davon abhängt, worauf man blickt, sondern auch davon, worauf zu sehen uns unsere visuell - begriffliche und - ich möchte hinzufügen - gesellschaftliche Erfahrung gelehrt hat [1], genügt es nicht, den Gegenstand, die Welt bzw. Teile derselben, zu betrachten, sondern auch das Sehen selbst ist unter die Lupe zu nehmen. Die Lupe und ganz allgemein die Linse sowie ihre nicht - optischen Nachfolger bis hin zum Elektronensynchrotron einerseits und zum Radioteleskop andererseits haben aber den Horizont des Sehens immer weiter hinausgeschoben in mikroskopische und makroskopische Tiefen, so daß weder von einem Sehen noch von Gegenständen im ursprünglichen Verständnis die Rede sein kann.

Im Lichte des wissenschaftlichen Zugriffs zerfällt die im Titel gestellte Frage in ein ganzes Spektrum von Teilfragen, die wir - gebunden an die sequentielle Linearität der Sprache - nicht anders als nacheinander ansprechen können. Dabei soll uns das Sehen im tatsächlichen wie im metaphorischen Sinne und auf verschiedenen Ebenen naturwissenschaftlicher Aktivitäten - insbesondere mit Blick auf den Unterricht - wie ein Ariadnefaden durch das Labyrinth der komplexen Problematik hindurchführen<sup>1</sup>.

## Wahrnehmung muß gelernt werden (Kant)

*Jede Philosophie bezieht ihre Farbe  
von der geheimen Lichtquelle eines Vorstellungshintergrundes,  
der niemals ausdrücklich in ihren Gedankenketten auftaucht.*

**Alfred N. Whitehead**

Wissenschaftler sind sich heute darüber einig, daß uns das Sehen nicht gegeben ist, sondern wie eine Sprache erlernt werden muß. Das beginnt mit der Fähigkeit, aus dem visuellen Chaos der Sinneseindrücke, die durch die Belichtungen unsere Netzhaut hervorgerufen werden, bedeutungsvolle Strukturen zu gewinnen (Bild 1).

---

<sup>1</sup> Als Physiker beziehe ich mich vor allem auf Probleme der Physik. Viele Aussagen dürften jedoch mutatis mutandis auch auf die naturwissenschaftlichen Nachbardisziplinen übertragbar sein



Bild 1: Bedeutungsvolle Strukturen sind nicht immer leicht zu gewinnen. Häufig erlaubt erst der Kontext eine eindeutige Bedeutungszuweisung (siehe Bild 18).

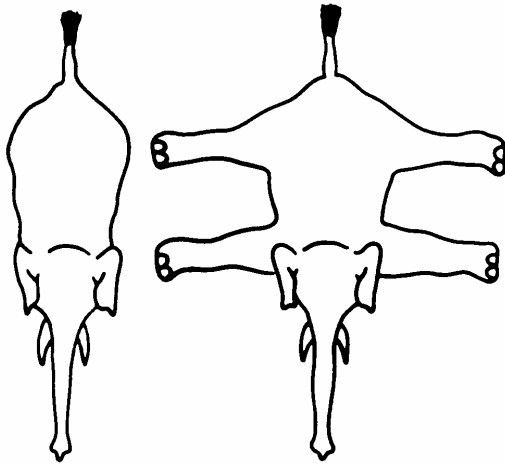


Bild 2: Der aufgeschnittene Elefant erschien Afrikanern vertrauter als die perspektivische Darstellung.



Bild 3: Zeichner mit dem liegenden Weib von Albrecht Dürer: Die nicht nur den Intellekt ansprechende vielgestaltete, farbenprächige und pralle Realität wird aus der Perspektive des unbeteiligten, objektiven Blicks mit Hilfe von Apparaten reduziert auf das Meßbare und Berechenbare.

tionsbedingte Einflüsse auf die Perspektive bzw. Sehweise können so weit gehen, daß man beispielsweise eine bestimmte Landschaft so sieht, wie sie von einem Maler gemalt wurde. So erlebt Theodor Adorno eine Allee von Platanen "ein wenig wie gemalte Träume von Henri Rousseau" [5].

Dazu ist es beispielsweise interessant, sich vor Augen zu führen, daß Blinde, die in späteren Lebensjahren durch operative Eingriffe im physiologischen Sinne sehend werden, mit fast unüberwindbaren Schwierigkeiten zu ringen haben, um schließlich im üblichen Verständnis des Wortes sehen zu können [2].

Hinzu kommt, daß der durch ein Objekt hervorgerufene Sinneseindruck nicht immer in eindeutiger Weise interpretiert werden kann:

- Die an der Fensterscheibe krabbelnde Fliege muß von dem unter dem gleichen Sehwinkel durch das Fenster wahrgenommenen Raubvogel unterschieden werden können.
- Ein wie Superman fliegender Mensch kann nur dann hingenommen werden, wenn man weiß, daß man einen Film sieht.

Im einen wie im anderen Fall zeigt sich, daß bedeutungsvolles Sehen nur unter Einbeziehung des Kontextes im engeren und weiteren Sinne erfolgen kann.

Zum Kontext gehört auch der kulturelle Hintergrund bzw. das Weltbild des Sehenden. Zum Beispiel: Während wir im Lichte des neuzeitlich wissenschaftlichen Weltbildes des zentralperspektivischen Sehens (Bild 2) Fotografien als objektive, sehweisenunabhängige Abbilder der Realität ansehen, berichten Ethnologen davon, daß Menschen aus anderen Kulturkreisen Schwierigkeiten damit haben, diese Perspektive einzunehmen. So wurde beispielsweise in einer Untersuchung der aufgeschnittene Elefant in Abbildung 3 von Afrikanern als realistischer angesehen als der perspektivische [3]. Selbst am Wechsel von Stilen in der Malerei kann festgestellt werden, daß "jede Phase der westlichen Zivilisation ihre eigene 'Perspektive' (hat)..., in der sich eine bestimmte Weltanschauung spiegelt" [4]. Zivilisa-

Die Perspektive bzw. die Sehweise bestimmt letztlich, wie wir die Realität erfahren und erleben. Wenn man sich dieser Tatsache nicht bewußt ist, kann es einem gehen wie dem Pariser Huhn, das auf den Eiffelturm stieg: "Mühsam kletterte es Stufe um Stufe empor und erreichte schließlich die höchste Plattform. Von dort schaute es hinunter und erblickte Paläste, Monumente und Gärten, die sich in weitem Umkreis erstreckten. Was mag das für eine Stadt sein, fragte sich das Pariser Huhn, dem der Schnabel vor Staunen offenstand. Eilig hüpfte es die Treppen hinunter, um den Wächter nach dem Namen der Stadt zu fragen, die man von der höchsten Plattform des Eiffelturms aus sehen konnte" [6].

Man muß sich fragen, ob unsere Schülerinnen und Schüler vor allem im Physikunterricht zuweilen nicht noch schlimmer dran sind als das Pariser Huhn. Wird ihnen nicht manchmal zugemutet, die aus der physikalischen Perspektive erfahrene Welt (Bild 2) als die eigentliche, wahre, ihrer vertrauten Lebenswelt überlegene Welt anzuerkennen? Sicher, die Physiklehrerin und der Physiklehrer werden sich bemühen, soweit der Lehrplan dafür Zeit läßt, die physikalische Welt aus der Lebenswelt zu entwickeln. Vergleicht man jedoch mit Einstein die Reduktion der Lebenswelt auf Physik mit der Reduktion einer Symphonie auf die Luftdruckkurve derselben (Bild 4), so muß man sich fragen, ob die Differenz zwischen Physik und Lebenswelt überhaupt eingeebnet werden kann, und wenn ja, ob es sinnvoll ist?

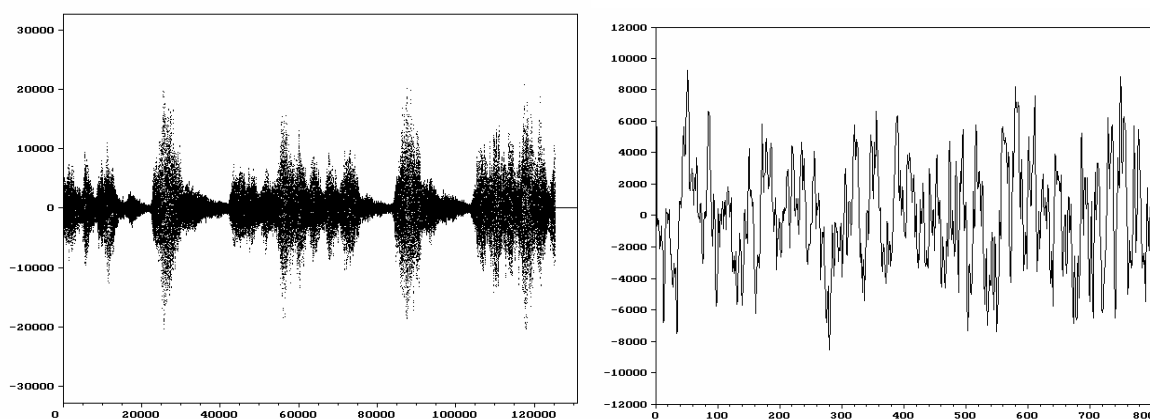


Bild 4: In dieser Luftdruckkurve (Druck als Funktion der Zeit in willkürlichen Einheiten) eines größeren (links) und eines kleineren (rechts) Ausschnitts von Beethovens 9. Symphonie ist die für einen Physiker interessante Information enthalten. Der daraus zu ziehende musikalische Genuß dürfte für einen Musikliebhaber unbefriedigend sein.

Sollte man nicht vielmehr angesichts dieses didaktischen Dilemmas die Flucht nach vorn ergreifen und demonstrieren, daß es in der Physik gar nicht um die Beschreibung der Welt an sich geht, sondern der Welt, wie sie sich im Lichte spezieller Methoden und Fragen darstellt. Sollte man von den Schülerinnen und Schülern nicht eher die Bereitschaft dafür erwarten können, die für sie zunächst unverständlich erscheinenden Aussagen der Physik zu akzeptieren, wenn sie erkennen, daß dies nur Ausdruck der besonderen Perspektive bzw. Sehweise ist, aus der die Welt betrachtet wird [7]? Jedenfalls gilt nach den heute akzeptierten wissenschaftlichen Überzeugungen, daß die Frage, inwiefern Beobachtungen und Beschreibungen zu einem sinnvollen System gefügt werden können, weitgehend durch die Perspektive der Betrachter bestimmt ist.

## Klassische Physik: Wie im Himmel so auf Erden

*Man muß schon ein Newton sein, um zu bemerken,  
daß der Mond fällt, wenn jeder sieht, daß er nicht fällt.*

**Paul Valéry**

Physikalische Sehweise heißt für die Schulphysik zunächst einmal Sehweise der klassischen Physik, und diese verdankt sich vor allem dem Blick in den Himmel. Indem Kopernikus die Sonne zum bevorzugten Beobachterstandpunkt macht, legt er ganz andere Folgerungen aus den - in Grenzen - selben astronomischen Beobachtungen nahe, als sie aus der Sicht der Erde gezogen wurden. Hier offenbart sich die Abhängigkeit der Beobachtungen von der Sehweise bis ins Buchstäbliche ihrer ethymologischen Bedeutung. So gesehen besteht das eigentliche Verdienst eines Kopernikus, aber auch eines Darwin, nicht so sehr in der Entdeckung einer wahren Theorie, sondern eines fruchtbaren neuen Aspekts [8].

Die Fruchtbarkeit zeigt sich darin, daß sich aus der kopernikanischen Perspektive die verschlungenen planetarischen Erscheinungen für denjenigen entwirren, der diese Perspektive zumindest imaginativ einzunehmen in der Lage ist (Bild 5). Perspektivische Transpositionen funktionieren nicht nur in einer Richtung: Die klassische Mechanik kann als der Versuch angesehen werden, die Prinzipien des kopernikanischen Systems auf irdische Gegebenheiten zu übertragen. Das mag einer der Gründe dafür sein, daß sich auch auf der Erde wie im Himmel der physikalische Blick vor allem auf getrennte, starre und unveränderliche Objekte richtet, die durch einen luftleeren Raum voneinander geschieden sind und sich darin reibungsfrei bewegen.

Desgleichen wird die Auffassung der Zeit als eine Abfolge von universalen Augenblicken, derart daß Wechselwirkungen zwischen den Objekten in einer eindeutigen Ordnung ablaufen können, durch die Betrachtung der planetarischen Vorgänge nahegelegt. Indem man auf diese Weise Prinzipien übernimmt, die auf der Erde so nicht anzutreffen sind, gelangt man auch hier zu einem eindeutigen, gerichteten kausalen Geschehen, das durch die Art der physikalischen Gesetze festgelegt ist, nach denen die Wechselwirkungen erfolgen. "Der Sternenhimmel ist zum Lehrbuch für die Technik dessen geworden, was natürlicherweise auf der Erde nicht gefunden werden kann" [9].

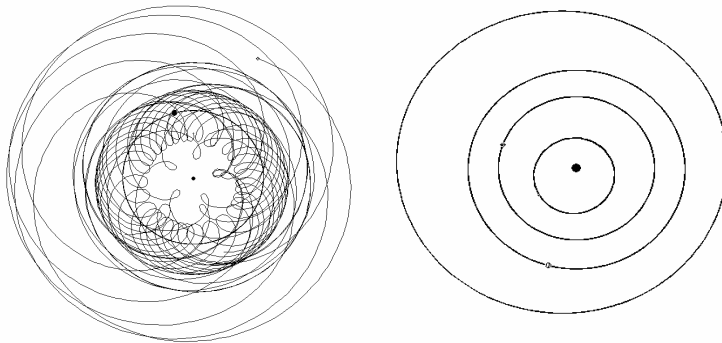


Bild 5: Beide Bilder enthalten physikalisch gesehen dieselbe Information, die graphische Darstellung der Planetenbahnen von Merkur, Venus, Erde und Mars a) als wirres Knäuel von der Erde und b) als fast kreisförmige Ringe von der Sonne aus gesehen.

Entscheidend für die Transposition ist also nicht das tatsächliche Vorhandensein himmlischen Verhältnisse auf der Erde, sondern zunächst nur die Überzeugung, daß diese Bedingungen im Prinzip hergestellt werden können. So konnte Galilei den Trägheitssatz als gültig ansehen, ohne daß er ein Vakuum vorweisen mußte. Erst seinem Nachfolger Torricelli gelang es, so etwas wie einen luftverdünnten Raum herzustellen.

Die Berechenbarkeit und Vorhersagbarkeit irdischer Vorgänge muß

so gesehen mit einem völlig geänderten Empirieverständnis erkaufte werden. Es geht nicht mehr um eine durch direkte Beobachtung festgestellte Übereinstimmung der "in Ruhe gelassenen" Natur mit einer Vorstellung (Theorie), sondern darum, die Natur durch gezielte Eingriffe (Experimente) dazu zu bringen, sich der Theorie entsprechend zu verhalten. Nicht das Gegebene, sondern das Konstruierte bzw. Geschaffene ist Gegenstand der Physik, denn nur Geschaffenes läßt sich (experimentell) kontrollieren<sup>2</sup>. Daher betrifft eine Vorhersage im physikalischen Sinne nicht das Verhalten der Natur an und für sich, sondern die in ihren Bedingungen unter Kontrolle gebrachte Natur.

Um das Verhalten der so präparierten und in handlichen naturwissenschaftlichen Systemen untergebrachten Natur vorhersagen zu können, erfaßt man die Art und Weise (Dynamik), wie sich die Systeme unter idealen (himmlischen) Bedingungen (z.B. luftleerer Raum) verhalten. Änderungen des Verhaltens eines Systems, insbesondere Änderungen des Bewegungszustandes (Geschwindigkeitsänderungen) sind gleichbedeutend mit der Frage nach der Ursache.

Newton gelingt es in Form von Differentialgleichungen, die Ursache- Wirkungskette von Vorgängen in eine mathematische Form zu gießen [10]. Hat man die Dynamik eines Systems durch eine solche Bewegungsgleichung erfaßt, so muß man nur noch das Verhalten des Systems zu einem bestimmten Zeitpunkt, beispielsweise dem gegenwärtigen, kennen, um den Bewegungszustand (Orte und Geschwindigkeiten) zu einem beliebigen anderen Zeitpunkt in Vergangenheit oder Zukunft exakt vorhersagen zu können.

Die Differentialgleichungen können als die mathematische Sprache angesehen werden, in der sich der Determinismus ausdrückt: Sie geben der Zeit Gestalt, die Ewigkeit im gegenwärtigen Augenblick zu besitzen [11]: "Die Herrschaft über den Augenblick ist die Herrschaft über das Leben" (Marie v. Ebner- Eschenbach). Das Newtonsche Universum liegt gewissermaßen offen vor uns, das Zukünftige ist im Gegenwärtigen bereits ent-

<sup>2</sup> Goethe hat sich gegen diese Art der Naturbetrachtung vehement gewehrt. Vor dem Hintergrund seiner naturwissenschaftlichen Arbeiten werden die Eigenheiten der Newtonschen Physik deutlich.

halten. Oder, wie Leibniz es ausdrückt: "Le present est gros de l'avenir, le futur se pouvait lire dans le passé, l'éloigné est exprimé dans le prochain" [12].<sup>3</sup>

## Neue Perspektiven: Relativitätstheorie und Quantenmechanik

Im Sinne unseres Themas kann das Ergebnis der kopernikanischen Revolution in der Überwindung der beschränkten irdischen Sehweise angesehen werden, die zu einem größeren Überblick und damit zu allgemeineren Aussagen führt. Dahinter steckt die Überzeugung, daß wissenschaftliche Erkenntnisse nicht von der speziellen - in diesem Fall - irdischen Perspektive abhängen dürften. Sofern es in der Relativitätstheorie und Quantentheorie um den Versuch geht, die Beschränkungen einer bestimmten Sehweise zu überwinden und die wissenschaftlichen Erkenntnisse gewissermaßen sehweisenunabhängig zu formulieren, verdanken auch sie sich einer kopernikanischen Revolution mit teilweise völlig neuen, aus der alten Perspektive nicht nachzuvollziehenden Konsequenzen.

### Relativitätstheorie - es gibt keine bevorzugte Perspektive

*Relativität - Anordnung der Variablen - nach dem Beobachter.  
Das Absolute ist das, was sich nach beliebiger Umwandlung identisch wiederfindet.*

**Paul Valéry**

Ebenso wie Kopernikus die Auszeichnung der Erde als Beobachtungsbasis in Frage stellt und damit die Überwindung der ptolemäischen Sehweise einleitet, empfindet es Einstein als willkürliche Einschränkung, daß nichtbeschleunigte Systeme eine Sonderstellung einnehmen und es eine absolute Bewegung relativ zu einem unsichtbaren und - vor allem - nicht nachweisbaren Medium, dem Äther, geben sollte.

Mehr noch als Galilei ist er auf Gedankenexperimente angewiesen, um die Notwendigkeit einer neuen Sehweise zu begründen. So weist er darauf hin, daß einem mit Lichtgeschwindigkeit bewegten Beobachter das Licht als eine nicht von der Stelle kommende, stehende Welle erscheinen muß. Sich nicht fortpflanzendes Licht steht aber einerseits im Widerspruch zur äußerst erfolgreichen Elektrodynamik Maxwells. Einstein ist die universelle Gültigkeit physikalischer Gesetze und die damit bedingte Überwindung eines ausgezeichneten "Beobachters" wichtiger als die Unveränderlichkeit der Phänomene. Deshalb unterstellt er (in der speziellen Relativitätstheorie), daß die Gesetze nicht davon abhängen, ob man sich im Zustand der Ruhe oder der (gleichförmigen) Bewegung befindet. Außerdem geht er davon aus, daß die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum konstant ist unabhängig davon, ob sich die Lichtquelle in Ruhe oder in Bewegung befindet.

Um die Unveränderlichkeit der Gesetze zu erhalten, muß er jedoch in Kauf nehmen, daß die vertrauten Größen wie Zeit, Masse und Länge relativ werden, d.h. vom Bezugssystem abhängen, aus dem heraus sie gemessen werden: Indem für verschiedene Beobachter Raum und Zeit anders erfahren werden, verlieren diese aus klassischer Sicht absoluten Konzepte ihre Eigenständigkeit und Bedeutung. Nur in der Vereinigung der drei Raumkoordinaten mit der Zeit als vierte Koordinate ergibt sich eine als Raumzeit bezeichnete neue Invariante, die für alle Beobachter dieselbe ist.

Die Relativitätstheorie kann somit als konsequente Fortsetzung des durch die kopernikanische Wende eingeleiteten Bemühens um größere Einheit in der Physik angesehen werden. Indem Kopernikus die Erde zu einem Planeten "macht" und damit aus dem Mittelpunkt der Erde "entfernt", wird erstmalig in der Geschichte der Physik ein Standpunkt außerhalb der Erde eingenommen und damit eine Änderung des Blickwinkels herbeigeführt. Aus diesem Blickwinkel erscheint die Erde selbst als physikalischer Gegenstand und unterliegt denselben Gesetzen wie etwa ein hochgeworfener Stein: "Von der Welt sprechen heißt, einen Gegenstand annehmen, der sich in die Hand nehmen läßt" (Paul Valéry)<sup>4</sup>. Die durch die Relativitätstheorie bedingte Verallgemeinerung besteht darin, daß phänomenologisch verschiedene Phänomene durch dieselben Gesetze beschrieben werden. Hier wie dort muß die Aufgabe unmittelbarer Anschauungen als Preis gezahlt werden.

---

<sup>3</sup> Daher kann der Determinismus bereits als eine Konzeption der "Raum- Zeit" angesehen werden (siehe unten), "in der das Antezedenz und das Konsequenz gleichsam simultane Teile eines Ganzen sind. Die Zeit ist in jedem Kausationsdenken eine echte Dimension des Raums" [13, S. 202].

<sup>4</sup> Die daraus resultierenden Probleme für das lebensweltliche Verständnis und - das heißt im Physikunterricht - die Lernschwierigkeiten unserer Schülerinnen und Schüler liegen auf der Hand [14].

In der allgemeinen Relativitätstheorie setzt Einstein den in der speziellen Relativitätstheorie begonnenen Weg

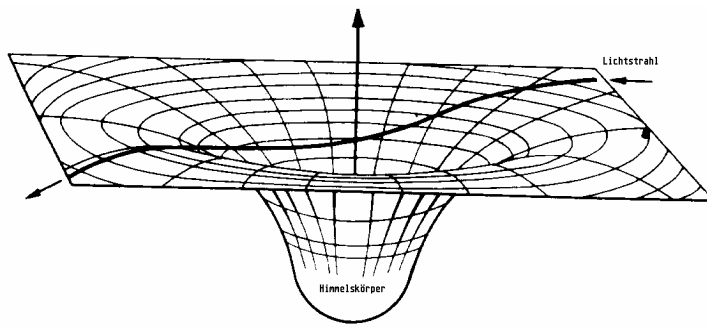


Bild 6: Nach Einstein kann man sich die Raumzeit wie eine elastische Folie vorstellen, die durch die Massen verformt werden.

fort, indem er die Bewegungsgleichungen auch gegenüber beschleunigten Bewegungen invariant macht. Auf diese Weise können Vorgänge nicht nur aus der Sicht beliebiger Bezugssysteme, sondern darüber hinaus auch für beliebige Bewegungsarten mit denselben physikalischen Gesetzen beschrieben werden. Außerdem erfährt infolge der Verallgemeinerung die bereits in der klassischen Physik unterstellte Äquivalenz von schwerer und träger Masse eine theoretische Rechtfertigung.

Die Newtonsche Kraft ist seit ihrer Einführung immer wieder als ein mysteriö-

ses Konzept kritisiert worden, weil sie auf physikalisch völlig unverständliche Weise über große Entfernungen wirkt. Im Rahmen der Relativitätstheorie wird sie zu einer naheliegenden Eigenschaft der Raumzeit. Nach Einstein kann man sich die Raumzeit wie eine elastische Folie vorzustellen, die an den Stellen eingedrückt wird, an denen sich Massen befinden, und durch diese Deformationen die Gravitationsphänomene hervorbringt (Bild 6). Daher kann die Raumzeit nicht mehr als leerer Behälter angesehen werden, in dem sich die Massen in absoluter zeitlicher Ordnung bewegen, sondern als ein durch die Massen strukturiertes und daher nicht unabhängig von ihnen zu denkendes Gebilde.

Während aus klassischer Sicht das Geschehen der Welt ganz ähnlich wie bei der Betrachtung des nächtlichen Himmels als Film vor einem Beobachter abläuft, der mit diesem Geschehen nichts zu tun hat, wird im Rahmen der Relativitätstheorie die Welt zu einer Art Feld, in dem die Vorstellung unabhängig voneinander agierender Gegenstände aufgegeben werden muß (siehe auch Anmerkung 3). Damit wird aber die Existenz einer objektiven, unabhängig vom menschlichen Beobachter existierenden Welt, d.h. die eindeutige Trennung der Welt in Subjekt und Objekt und folglich die endgültige Erkennbarkeit der Welt in Frage gestellt.

## Quantenmechanik - Unschärfe als physikalisches Prinzip

*Wir hatten diese Unschärfe schon seit Jahrtausenden nötig.  
In seiner Erwartung machten unsere starre Logik und unsere grobschlächtigen Begriffe  
den Eindruck, als spielte man mit Boxhandschuhen Klavier.*

**Michel Serres**

Obwohl sich der Objektbereich und die Fragestellungen der Quantenmechanik sowohl von der klassischen Physik als auch von der Relativitätstheorie grundlegend unterscheidet, gibt es Gemeinsamkeiten. Zum einen erweist sich der in den Mikrokosmos gerichtete Blick gewissermaßen als Blick in den Himmel: Allenthalben sieht man winzige Planetensysteme. Zum anderen erfährt die im Zusammenhang mit der Relativitätstheorie angesprochene Problematik bei der Trennung der Welt in Beobachter und Beobachtungsgegenstand eine weitere Verschärfung, wenn auch aus ganz anderen Gründen.

Darüber hinaus wird das bereits in der klassischen Physik angelegte Problem der Diskrepanz zwischen klassischen Teilchen und Wellen virulent. Während die diskreten in Raum und Zeit lokalisierbaren Teilchen auf bestimmten Bahnen fortschreiten, breiten sich aus der - ebenfalls klassischen - Sicht der Elektrodynamik elektromagnetische Wellen in Raum und Zeit ähnlich wie der Schall in der Luft aus. Sie sind daher nicht lokalisierbar und können Interferenzphänomene hervorbringen.

Obwohl sich in dieser Diskrepanz bereits die Unmöglichkeit einer einheitlichen Darstellung raum- zeitlicher Phänomene zeigt, kommt es erst mit der Entdeckung des fotoelektrischen Effektes zum Eklat, der sich schließlich in einer konzeptuellen Revolution entlädt: Indem man das Licht nicht nur als Wellenerscheinung, sondern (in bestimmten Situationen) auch als Strom von Teilchen und - reziprok dazu - Elektronen als Wellen kennenlernt, gerät die klassische Grenze zwischen Ding und Bewegung ins Wanken. Wir haben den aus klassischer Sicht paradoxen Gedanken eines Dings zu akzeptieren, das ebenfalls ein Un- Ding sein kann.

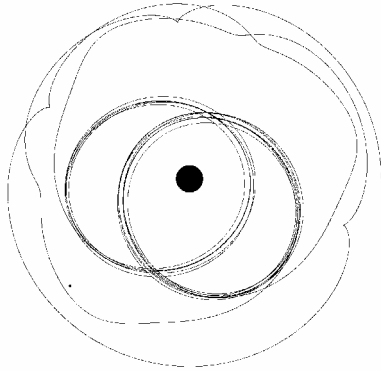


Bild 7: Chaotische Bahn eines kleineren Himmelskörpers (3), der sich im Gravitationsfeld zweier größerer Himmelskörper (1 und 2) befindet, aus der Sicht des Inertialsystems.

Sieht man jedoch von der darin enthaltenen Auflösung der klassischen Dingvorstellung ab, so nimmt sich die Tatsache, daß hier ein physikalisches Phänomen je nach der konkreten experimentellen Situation mal so und mal so erscheint, mal an ein Teilchen, mal an eine Welle erinnert, gar nicht mehr so paradox aus. Unsere Alltagserfahrung hält zahlreiche Beispiele für diesen Sachverhalt bereit. Durch Einbeziehung des jeweiligen Blickwinkels, der Perspektive, gelingt es uns, diesen Unterschied wegzurationalisieren. Sollte sich nicht auch der Welle- Teilchen- Dualismus durch eine Einbeziehung der jeweiligen Beobachterperspektive auf ähnliche Weise entschärfen lassen?

Auf die Quantenmechanik bezogen heißt das konkret, daß die Messung von Impuls und Ort in unterschiedlichen experimentellen Situationen erfolgt und daher verschiedene Perspektiven betrifft, so daß diese Größen sich nicht aus einer Perspektive, d.h. gleichzeitig beliebig genau feststellen lassen: Je schärfer die eine Größe gemessen wird, desto unschärfer erscheint die andere. Wie Werner Heisenberg in seiner berühmten Unschärferelation zum Ausdruck bringt, kann

das Produkt der Unschärfen von Ort und Impuls nicht genauer erfaßt werden, als durch die universelle Konstante des Planckschen Wirkungsquantums angegeben wird<sup>5</sup>.

Wenn man sich vor Augen führt, was es physikalisch bedeutet, einen Gegenstand zu "sehen" bzw. zu registrieren, so erscheint dieser Sachverhalt gar nicht so mysteriös: Ein Gegenstand wird mit Licht bestrahlt und wirft dieses in charakteristischer Weise verändert zurück. Unsere Augen nehmen das so veränderte Licht auf und lassen daraus zusammen mit dem Gehirn ein Bild eines an einem bestimmten Ort befindlichen ruhenden oder bewegten Gegenstandes entstehen.

Bei den Mikroobjekten der Quantenwelt ist es im Prinzip nicht anders. Der Ort und der Bewegungszustand eines Teilchens, z.B. eines Elektrons, kann (mit entsprechenden Apparaten) nur dadurch festgestellt werden, daß man es mit Licht von passender Wellenlänge bestrahlt, und das durch den Gegenstand verändert zurückgeworfene Licht interpretiert. Im Unterschied zu einem klassischen Gegenstand, der von dem auftreffenden und reflektierten Licht so gut wie gar nichts "merkt", wird ein quantenmechanischer Gegenstand durch den Beschuß mit Teilchen von vergleichbarer "Größe" zwangsläufig beeinflusst: Zu dem Zeitpunkt, da man das zurückgeworfene Licht als Ausdruck einer bestimmten Bahn des Teilchens registriert, verfolgt dieses schon nicht mehr dieselbe Bahn, weil sein Impuls durch das auftreffende Licht geändert wurde.

Benutzt man Licht von geringerer Energie (niedrigerer Frequenz), so wird das Teilchen zwar weniger stark von seiner Bahn abgelenkt, aber das zurückgestrahlte Licht wird auch weniger scharf lokalisiert, wodurch die Ortsbestimmung ungenauer wird. Mit anderen Worten: Je genauer man den Ort eines Teilchens kennt, desto ungenauer kennt man seinen Impuls und umgekehrt<sup>6</sup>.

So unzulänglich unsere in der makroskopischen Welt geprägten Anschauung im Bereich der Mikrophysik auch sein mag, eine durch Beobachtung eines Gegenstandes erfolgende Einflußnahme auf den Gegenstand kann auch hier zuweilen merkbare Ausmaße annehmen: Der Blick (eines Beobachters) kann eine Person zum Erröten bringen, so daß der anschließende Blick dieselbe Person in einem anderen Zustand vorfindet. Die klassische Subjekt- Objekt- Trennung kann aus der verallgemeinerten quantenmechanischen Perspektive als Grenzprinzip erkannt werden, das um so mehr gerechtfertigt erscheint, je kleiner der Einfluß der Beobachtung auf den Gegenstand ist<sup>7</sup>.

Da physikalische Erkenntnis nicht durch passives Beobachten der Natur zustande kommt, sondern das Ergebnis theoriegeleiteter, aktiver Eingriffe in die Natur darstellt, hat die quantenmechanische Perspektive unmittelbaren Einfluß auf unsere Vorstellungen von der Realität. Man muß sich beispielsweise fragen, ob man weiterhin - wie gewohnt - davon ausgehen kann, daß ein Gegenstand einen bestimmten Wert hatte, bevor er gemes-

<sup>5</sup> So gesehen ist die Unschärferelation ein mathematischer Ausdruck für die Grenzen, innerhalb derer ein Teilchen lokalisierbar ist

<sup>6</sup> Die Unschärfe ist demnach nicht bloß durch die begrenzte Genauigkeit der Meßgeräte bedingt, sondern auf grundsätzliche Weise mit dem Meßprozeß selbst verknüpft. Sie ist gewissermaßen Ausdruck der Unmöglichkeit, ein System anders "wahrzunehmen" bzw. zu messen, als mit ihm in Wechselwirkung zu treten.

<sup>7</sup> : Auch hier erkennt man unschwer die kopernikanische Verallgemeinerung, die aber im konkreten Fall die Situation sogar verkomplizieren kann

sen wurde. Das heißt aber, sich zu fragen, ob es überhaupt sinnvoll ist, etwas als real anzusehen, das niemals wahrgenommen (gemessen) werden kann. Für Heisenberg ist "das, was wir beobachten, nicht die Natur selbst..., sondern Natur, die unserer Art der Fragestellung ausgesetzt ist" [15]. Er schlägt daher vor, daß man die klassische Auffassung einer objektiven Realität als Ding an sich ersetzen sollte durch die Wahrscheinlichkeit oder Tendenz zu existieren.

## Nichtlineare Physik: Strukturen zwischen Ordnung und Chaos

Die bereits in der Quantenphysik sichtbar gewordenen Risse im deterministischen Gewebe der neuzeitlichen Physik erlangen in unseren Tagen aus der Sicht der nichtlinearen Physik eine fundamentale Bedeutung: Der Zufall wird nicht länger (unter großen Opfern an Glaubwürdigkeit) verdrängt, sondern gewissermaßen wieder in seine alten metaphysischen Rechte eingesetzt. In Anspielung auf Wittgenstein läßt sich die Situation folgendermaßen umschreiben: "Falls die Welt alles ist, was der Fall ist, dann ist sie in diesem seltsamen Sinn aleatorisch" [16]. Die Kehrseite des damit verbunden weitgehenden Verlustes an deterministischer Geschlossenheit und Vorhersagbarkeit ist jedoch ein tieferes physikalisches Verständnis komplexer Strukturbildungsvorgänge, wie sie für das Leben auf der Erde typisch sind.

## Wettervorhersagen und Determinismus

*Die Natur ordnete stumm ihr Chaos im Gewitter*

**Jean Paul**

Auch in diesem Fall kann der kritische Blick zum Himmel als einer der Auslöser für die neue Sehweise angesehen werden. Seit den Vorsokratikern [9] wundern sich Wissenschaftler und Philosophen darüber, daß man - wie Georg Christoph Lichtenberg es umschreibt - "Durchgänge der Venus voraus sagen (kann), aber nicht die Witterung und ob heute in Petersburg die Sonne scheinen wird" [17]. Hermann von Helmholtz, einem der Vollender der klassischen Physik, klingt es "wie Spott, den er nicht ganz abzuschütteln vermag..., daß unter demselben Himmelsgewölbe, an welchem die ewigen Sterne als das Sinnbild unabänderlicher Gesetzmäßigkeit der Natur einher ziehen" die Wettererscheinungen als das andere Extrem auftreten, "flüchtig und unfassbar jedem Versuche entschlüpfend, sie unter den Zaum des Gesetzes zu fangen" [18].

Es ist interessant festzustellen, daß Helmholtz die Ursachen für diesen Befund mit Worten beschreibt, die aus der Feder eines zeitgenössischen Chaosphysikers hätten stammen können. Er kommt nämlich zu dem Schluß, "dass wir nur solche Vorgänge in der Natur vorausberechnen und in allen beobachtbaren Einzelheiten verstehen können, bei denen kleine Fehler im Ansatz der Rechnung auch nur kleine Fehler im Endergebnis hervorbringen. Sobald labiles Gleichgewicht sich einmischt, ist diese Bedingung nicht mehr erfüllt" (ebd.). Dann können nämlich, wie man es vom Verhalten eines auf die Spitze gestellten Bleistiftes weiß, kleinste zufällige Einflüsse zu beliebig großen Auswirkungen führen. Weit davon entfernt, darin eine Grenze der naturwissenschaftlichen Möglichkeiten zu sehen, lastet Helmholtz die Wirkung des Zufalls der menschlichen Unzulänglichkeit an und verläßt sich lieber auf die übermenschlichen Fähigkeiten eines Geistes, den bereits Laplace beschworen hatte, und der seitdem als Garant des klassischen Determinismus gilt: "Ein Geist, der die genaue Kenntniss der Thatsachen hätte und dessen Denkopoperationen schnell und präcis genug vollzogen würden, um den Ereignissen vorauszuweichen, würde in der wildesten Launenhaftigkeit des Wetters nicht weniger, als im Gange der Gestirne, das harmonische Walten ewiger Gesetze anschauen, das wir nur voraussetzen und ahnen" (ebd.).

Henri Poincaré ist da weniger zuversichtlich. Ihm offenbart der Blick zum Himmel, daß selbst der Gang der Gestirne, wie er in den einfachen, überschaubaren Planetenbewegungen zum Ausdruck kommt, vor dem Zufall nicht sicher ist, und das harmonische Walten ewiger Gesetze ins Chaos führt [19]. Poincaré zeigt, daß die von Laplace behauptete Stabilität des Planetensystems streng genommen nur für zwei Planeten gilt. Bei Berücksichtigung eines dritten Planeten (Dreikörperproblem) ist es nur näherungsweise möglich, aus der Lage der Planeten zu einem bestimmten Zeitpunkt deren Lage zu einem anderen Zeitpunkt zu bestimmen.

Die Näherung ist jedoch von der Art, daß man keine Kontrolle darüber hat, wie gut die so getroffenen Vorhersagen tatsächlich sind. Unter Umständen kann sich ein kleiner zufälliger Einfluß zu völlig irregulären, nicht berechenbaren Bahnen aufschaukeln (Bild 7).



Neuere computergestützte Untersuchungen zeigen, daß das Verhalten unseres Planetensystems jenseits eines Vorhersagehorizontes von einigen hundert Millionen Jahren alles andere als stabil und vorhersagbar ist. Kometen, Asteroiden und selbst Planeten führen chaotische Bewegungen aus. Damit läßt sich begründen, daß das Planetensystem in der derzeitigen Konstellation als Ergebnis einer von Katastrophen gekennzeichneten Entwicklung anzusehen ist (vgl. [20], [21]). Aus der Perspektive des Lebens auf der Erde mag der Vorhersagehorizont groß genug erscheinen. Im kosmologischen Maßstab nimmt er sich eher bescheiden aus. Darauf hat Max Born, noch bevor von nichtlinearer Physik die Rede war, durch einen eindrucksvollen Vergleich hingewiesen: "Ist es denn nun aber sicher, daß die klassische Mechanik wirklich unter allen Umständen Vorherbestimmung erlaubt? Zweifel daran steigen auf, wenn man die Zeitskalen in der Astronomie und in der Atomphysik vergleicht. Das Alter der Welt wird auf einige 109 Jahre, d.h. Perioden des Erdumlaufs, geschätzt. Die Zahl der Perioden im Grundzustand des Wasserstoffatoms aber ist von der Größenordnung 1016 pro Sekunde. Gemessen in den jeweiligen natürlichen Einheiten der Zeit, ist also die Sachlage gerade umgekehrt wie die naive Meinung: Die Sternenwelt ist kurzlebig, die Atomwelt äußerst langlebig. Ist es nicht gewagt, aus Erfahrungen in der kurzlebigen Welt Schlüsse zu ziehen, die auch für die langlebige gelten sollen?" [22].

## Komplexität im Einfachen

*Die Ursache ist winzig, der Effekt gewaltig;  
sie ist unendlich klein, er unendlich groß;  
sie ist zufallsbedingt, er notwendig.*

**Michel Serres**

Die Poincaréschen Entdeckung unvorhersagbarer, chaotischer Verhältnisse inmitten der Bastion der klassischen Physik, der Himmelmechanik, werden zunächst durch die Aktivitäten der Wissenschaftler im Bereich der Quanten- und Relativitätstheorie in den Hintergrund gedrängt. Sie bleibt allerdings bis in unsere Tage virulent und zeigt schließlich in einem Bereich Wirkung, der die Wissenschaftler wiederholt herausgefordert hatte, in der Wetterkunde. So ist es nicht weiter verwunderlich, daß ein Meteorologe, Edward Lorenz, im Jahre 1963 anhand einer einfachen Modellierung entdeckt, daß das Wettergeschehen sich prinzipiell einer weitreichenden Vorhersage entzieht. Er öffnet damit den Naturwissenschaftlern, allen voran den Physikern, die Augen. Jetzt beginnt man einzusehen, daß Zufälligkeit, Chaos und Komplexität nur für den Preis aus der Physik verbannt werden können, daß wesentliche Zusammenhänge übersehen werden.

Paradoxerweise erfährt Lorenz die Komplexität des Wettergeschehens dadurch, daß er es auf einen ähnlich einfachen Vorgang wie die Planetenbewegungen reduziert, den Energietransport von der erwärmten Erdoberfläche zu den höher gelegenen kälteren Teilen der Atmosphäre (Bild 8)<sup>8</sup>. Dies entspricht dem bereits früher von Rayleigh und Bénard untersuchten System einer Flüssigkeitsschicht, die von unten geheizt wird und oben mit der kälteren Umgebung in Kontakt steht (Bénardkonvektion).

## Symmetriebruch und dissipative Struktur

*Um zu beharren, muß das Neue so geartet sein,  
daß es länger andauert als die Alternativen.*

**Gregory Bateson**

Wenn man eine Flüssigkeit allmählich von unten aufheizt, gelangt die Energie zunächst durch Wärmeleitung zur Oberfläche und wird dort an die Umgebung abgegeben. Dabei bleibt die Form bzw. Symmetrie der Flüssigkeit erhalten. Erst wenn der Energiestrom einen kritischen Wert überschreitet, gerät die Flüssigkeit in Bewegung, ihre Symmetrie wird gebrochen: Die Auftriebskraft der erwärmten Flüssigkeitsschicht übersteigt das reibungsbedingte Beharrungsvermögen und ruft eine Konvektionsbewegung hervor. Interessanterweise organisiert sich die Konvektion nicht in einem einzigen Wirbel, sondern in einem polygonalen Zellenmuster wohl aufeinander abgestimmter Wirbel (Bild 9). Dabei kann man im einzelnen folgendes beobachten (vgl. [23] - [25]):

---

<sup>8</sup> Offenbar läßt sich auch komplexes Verhalten (im Sinne von algorithmisch irreduzibel) nur in einfachsten Zusammenhängen identifizieren.

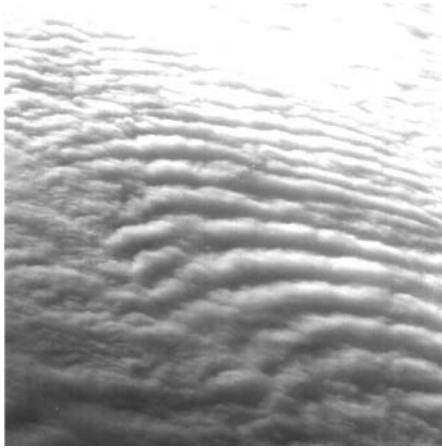


Bild 8: Wolkenstraßen lassen die Konvektionswalzen aufsteigender warmer und absinkender kalter Luft erkennen.

3. Das aus den Konvektionszellen bestehende dynamische System wird durch einen ständigen Zufluß hochwertiger Energie (Aufnahme von Wärme bei hoher Temperatur) und einen ebenso großen Abfluß minderwertiger Energie (Abgabe von Wärme bei Umgebungstemperatur) in einem Zustand fernab vom thermodynamischen Gleichgewicht gehalten. Da auf diese Weise die Energie des Systems im Mittel konstant bleibt, findet lediglich eine Entwertung bzw. Dissipation der Energie beim Durchgang durch das System statt, die daher als "Antrieb" des Systems angesehen werden kann (Einzelheiten dazu siehe [23]). Man spricht deshalb auch Ilya Prigogine zufolge von einer dissipativen Struktur [26].

4. Von Bedeutung ist darüber hinaus, daß es am kritischen Punkt zu einer drastischen Reduktion der Freiheitsgrade des Systems kommt. Aus der unüberschaubaren Vielfalt möglicher Verhaltensweisen schält sich ein einfaches zelluläres Muster von nur wenigen (im vorliegenden Fall drei) Freiheitsgraden heraus. Die einzelnen Konvektionswirbel können durch ein mechanisches System modelliert werden, einer Art Wasserrad, das die gleichen makroskopischen Verhaltensweisen aufweist wie das Vielteil-

chensystem [27]. Darin kommt auf anschauliche Weise zum Ausdruck - und das ist eine der zentralen Erkenntnisse der nichtlinearen Physik - daß extrem einfache aber nichtlineare Systeme jene Komplexität hervorbringen können, die sich als typisch für kreative Strukturen der Realität erweist: "Die Verbindungen von sim-

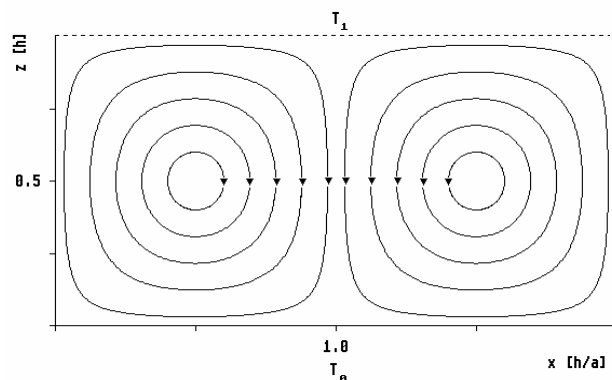
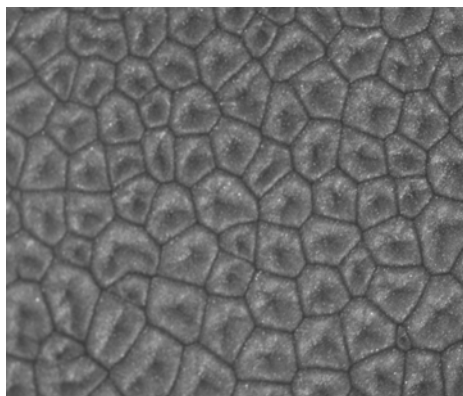


Bild 9: Polygonartige Muster offenbaren die innere Dynamik einer dissipativen Struktur am Beispiel der Bénardkonvektion. Im rechten Bild ist das mit Hilfe einer Computersimulation gewonnene vertikale Geschwindigkeitsfeld dargestellt.

peln Gesetzen (können) sehr verwickelte Erscheinungen gewähren" (G. Chr. Lichtenberg).

## Zufall und Kreativität

*Nur das allein zählt, was sich unendlich, unbestimmt der ANALYSE entzieht- dieses Nichts, dieser Rest, diese äußerste Dezimale.*

**Paul Valéry**

An welcher Stelle der Flüssigkeitsschicht setzt das Konvektionsgeschehen ein? Im Falle einer ideal gleichmäßigen Schicht wäre das System genauso blockiert wie Buridans Esel, der exakt in der Mitte zwischen zwei identischen Heuhaufen verhungern müßte (Bild 10)<sup>9</sup>. Zum Glück ist das System ebenso wie der Esel in einem derartigen labilen Gleichgewicht hochgradig sensitiv: Kleinste, zufallsbedingte Schwankungen reichen aus, die Symmetrie zu brechen: In einem selbstverstärkenden Akt wird eine neue makroskopische Struktur hervorgerufen, in der der Zufall gleichsam konserviert ist. Der Zufall muß daher als das kreative, von vornherein

<sup>9</sup> Dieses seit den Vorsokratikern diskutierte Problem erlangt hier erstmalig Bedeutung in einem physikalischen Kontext. In der Göttlichen Komödie Dantes heißt es dazu: Zwischen zwei Speisen, lockend und entfernt/ auf gleiche Weise, stürb man eher Hungers, / als daß man EINE frei zum Munde führte. So stände auch, gehemmt von gleicher Angst,/ ein Lamm zwischen zwei gierig wilden Wölfen, und, so gehemmt, ein Hund zwischen zwei Hinden.

nicht bestimmbar Element der Strukturbildung angesehen werden. "Ein Lärmschauer, das kleine Zufallselement, transformiert ein System oder eine Ordnung in ein anders System, eine andere Ordnung" (Michel Serres [28]).

Eine solche Entstehung von Ordnung aus Schwankungen (l'ordre par fluctuations) ist nach Prigogine [26] eine physikalische Antwort auf die Frage, wie Neues entsteht, wie Innovation und Schöpfung einer physikalischen Beschreibung zugänglich werden. Dies ist bereits im Ansatz an einem so einfachen System wie der von unten geheizten Flüssigkeit erkennbar.

Nachdem das System aufgrund der Sensitivität unter Vermittlung des Zufalls hervorgebracht worden ist, zeichnet es sich durch eine auffällige Stabilität gegen jeden weiteren Einfluß zufälliger Störungen aus. Sensitivität und Stabilität werden durch dieselbe Systemeigenschaft hervorgebracht, der Nichtlinearität. Sie besteht anschaulich gesprochen darin, daß sich die die Konvektionsbewegungen antreibenden (Auftrieb) und dämpfenden "Kräfte" (innere Reibung) gegenseitig "überholen" und somit begrenzen können. Das ist möglich, weil Antrieb und Dämpfung unterschiedlich "stark" mit der Geschwindigkeit der Rotationswirbel variieren. Die Dämpfung variiert mit einer höheren Potenz der Geschwindigkeit (nichtlinear) als der Antrieb derart, daß bei niedrigen Geschwindigkeiten die zugeführte Energie vorwiegend dem Antrieb dient und eine Erhöhung der Geschwindigkeit bedingt. Diese selbstverstärkende Geschwindigkeitszunahme kann nicht unbegrenzt weitergehen, weil gleichzeitig in noch stärkerem Maße die dem Antrieb entgegen wirkende Dämpfung wächst. Infolgedessen stellt

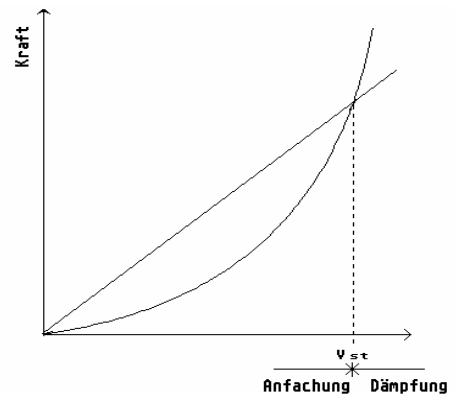


Bild 10: Schematische Darstellung gegeneinander wirkender nichtlinearer „Kräfte“, durch die die stationäre Rotationsgeschwindigkeit eingeregelt wird.

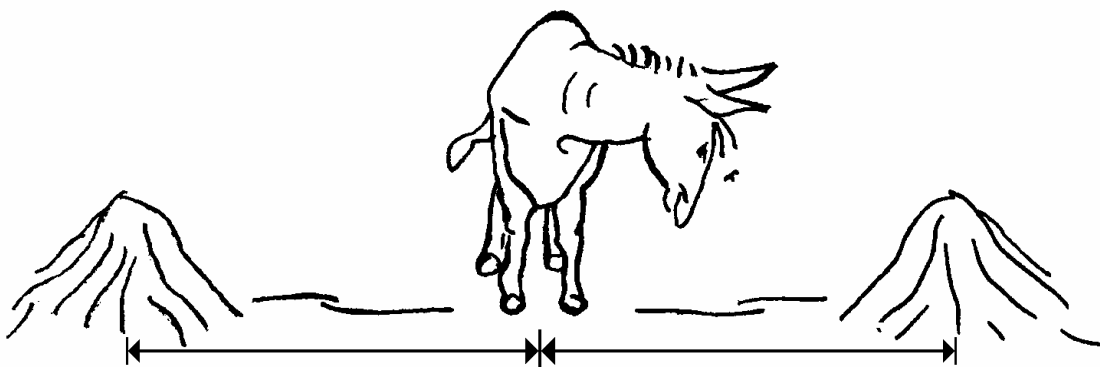


Bild 11: Exakt in der Mitte zwischen zwei Heuhaufen stehend wäre Buridans Esel verhungert, wenn die Symmetrie der Situation nicht durch eine kleine Fliege gebrochen worden wäre, die den Esel veranlaßt, sich einem bestimmten Haufen zuzuwenden.

sich schließlich eine stationäre Geschwindigkeit ein, bei der Antrieb und Dämpfung ein dynamisches Gleichgewicht annehmen. Eine zufallsbedingte Zunahme der Geschwindigkeit über den stationären Wert hinaus führt zu einer stärkeren Dämpfung, so daß dem System zusätzlich Energie entzogen wird, die zu einer Abnahme der Geschwindigkeit unter den stationären Wert führt. Dann überwiegt der Antrieb, so daß die Geschwindigkeit wieder zunimmt, mit der Folge, daß sie wieder abnimmt usw. (Bild 11).

Der darin zu erkennende Zirkel ist nicht vitiös, sondern - wie Francisco Varela es ausdrückt - virtuos, kreativ: Die Nichtlinearität durchbricht die Kausalität in ihrer primitiven Form einer starren Verkettung von Wirkungen und Ursachen und ersetzt sie durch eine zirkuläre Kausalität, wonach "jede Ursache... die Wirkung ihrer eigenen Wirkung" (Ibn' Arabi) darstellt. Sie sorgt dafür, daß die gegeneinander wirkenden Kräfte sich nicht einfach in ihrer Wirkung aufheben, sondern eine neue Qualität hervorbringen. In einer solchen polaren Dynamik manifestiert sich ein wesentlicher Strukturzusammenhang der Natur, der seit Anaximander im naturphilosophischen Denken immer wieder von Bedeutung gewesen ist.

In einem größeren Zusammenhang gesehen, können die Konvektionswirbel als Metapher der Selbstorganisation in der Natur angesehen werden: "Der Wirbel ist nicht etwas Feststehendes, sondern beständig Wandelbares aber in jedem Augenblick neu Reproduziertes. Kein Produkt in der Natur ist also fixiert, sondern in jedem Augenblick durch die Kraft der ganzen Natur reproduziert" [29].

## Chaotische Strukturen

*Ist dies schon Tollheit, hat es doch Methode*

**William Shakespeare**

Die Verhaltensmöglichkeiten unserer Flüssigkeitsschicht erschöpfen sich nicht in der Ausbildung eines geordneten Musters. Erhöht man die Temperaturdifferenz durch fortgesetzte Steigerung der Energiezufuhr, so tritt bei Erreichen eines weiteren kritischen Wertes ein erneuter Symmetriebruch auf. Die Konvektionszellen geraten in Unordnung, das gleichbleibende Muster bricht zusammen und wird durch ein ständiges Entstehen und Vergehen von Rotationszellen ersetzt. Das einzig Gleichbleibende dieser Struktur ist die Veränderung.

Die Ursache für ein derartiges chaotisches Verhalten ist darin zu sehen, daß die Sensitivität nicht auf einen



Bild 12: Sensitivität: In einem labilen Gleichgewicht reagiert das System sensitiv auf kleine Störungen

Punkt beschränkt ist, sondern längs der gesamten Trajektorie des Systems wirksam bleibt. Daher wirken anders als im Bereich des regulären Verhaltens die Einflüsse zufälliger Schwankungen nicht im Sinne eines Abbaus dieser Störungen auf die Anfangsbedingungen zurück, sondern im Sinne einer Verstärkung, so daß sie das Systemverhalten dominieren (Bild 12). Die Umgebung "füttert" das System gewissermaßen ständig mit neuen, vom Zufall bestimmten Anfangsbedingungen. Während der Zufall im Falle der Bénardzellen lediglich an der Entstehung der Struktur beteiligt ist, wirkt er nunmehr ständig, was in den Strukturschwankungen zum Ausdruck kommt. Zwar bleibt die Dynamik des Systems insofern deterministisch als sie durch Differentialgleichungen eindeutig festgelegt wird.

Da jedoch aufgrund der Sensitivität infinitesimale Unterschiede in den Anfangsbedingungen nach kürzester Zeit zu völlig unterschiedlichen Bewegungsfiguren führen, schrumpft der Vorhersagehorizont auf irrelevant kleine Zeiträume.

Hier versagen selbst die Fähigkeiten des Laplaceschen Dämons, von dem man erwartet, daß er die Anfangsbedingungen beliebig genau festzulegen vermag. Denn es liegt in der nichtlinearen Natur der Sache, daß beispielsweise eine Verzehnfachung der Vorhersagezeit eine Steigerung der Genauigkeit der Anfangsbedingungen um den Faktor  $e^{10} \sim 22000$  erforderlich machen würde. "Es bleibt bei völliger Ungewißheit, sie verringert sich nicht in dem Maß, in dem die Genauigkeit zunimmt. Damit ist der Laplacesche Dämon, der große Berechner der Bahnen endlich tot, und zwar für immer, weil die Wissenschaft ihn getötet hat, die ihn erzeugte" [30].

Die nichtlineare Physik hat die darin enthaltene Herausforderung angenommen und kann bereits mit erstaunlichen Ergebnissen aufwarten. Dies setzt allerdings erneut voraus, den physikalischen Blick zu ändern: Der Stock muß am anderen Ende aufgenommen werden (Thomas S. Kuhn).

## Die Attraktion im Zustandsraum

*Die Attraktion scheint bei der leblosen Materie das zu sein,  
was die Selbstliebe bei der lebendigen ist*

**Georg Christoph Lichtenberg**

Angeht man das irreguläre Verhalten chaotischer Systeme stellt sich die Frage, worin der Unterschied zu rein stochastischen Vorgängen besteht, die sich durch Strukturlosigkeit und Beliebigkeit jedem physikalisch zu nennender Zugang entziehen. Läßt man beispielsweise die chaotischen Signale der Bénardkonvektion einige Zeit auf sich wirken (Bild 13), so ergeben sich so gut wie keine Anhaltspunkte für eine wie auch immer gartete Regelmäßigkeit.

Betrachtet man jedoch das Verhalten des Systems aus der Perspektive des Zustandsraums<sup>10</sup>, in dem das Lang-

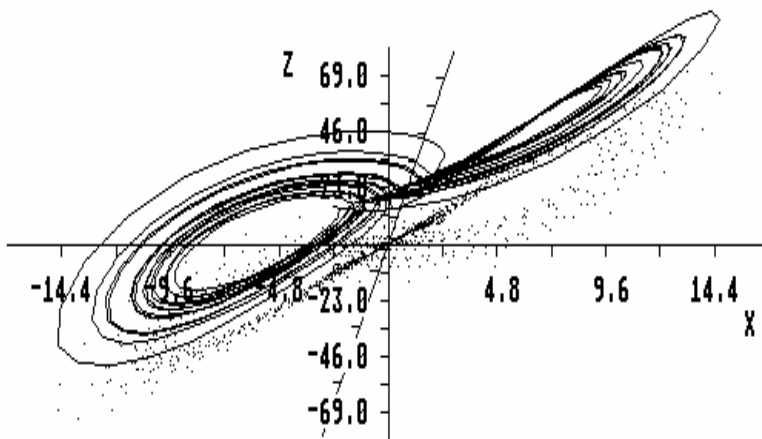
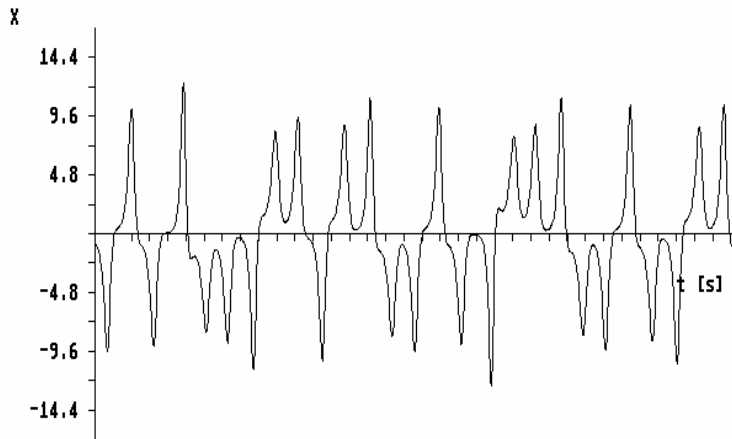


Bild 14: Dasselbe Signal wie in Bild 13 dargestellt im dreidimensionalen x-y- Z- Zustandsraum des Systems (Zur besseren Orientierung ist die Projektion des Attraktors auf die x-y- Ebene mitgezeichnet). Weitere Einzelheiten in [24].

reich kooperiert die große Zahl der Teilchen des Systems in einer sinnvollen Wechselwirkung und legt ein kollektives, in gewisser Weise einheitliches Verhalten an den Tag.

Die endliche Dimension des Attraktors eröffnet überhaupt erst die Möglichkeit, ihn als einheitliches Ganzes zu erfassen und (mathematisch) zu behandeln. Der Unterschied zum regulären Verhalten des Systems besteht allerdings darin, daß es trotz dieser Beschränkung immer noch unendlich viele Verhaltensmöglichkeiten gibt, die sich in einer erstaunlichen Feinstruktur des Attraktors bemerkbar machen.

zeitverhalten in komprimierter Form dargestellt wird, so offenbaren sich Strukturen, die in Verfolgung einzelner Trajektorien im Anschauungsraum nicht zu erkennen sind. So wird etwa im chaotischen Bereich der Bénardkonvektion die Rotation - ausgedrückt durch die Winkelgeschwindigkeit einer Konvektionswalze - durch ein völlig irreguläres, nicht vorhersagbares Signal charakterisiert (Bild14). Im Zustandsraum des Systems erzeugt dieselbe Bewegung eine achterbahnartige Spur, die sich im unregelmäßigen Wechsel um zwei Fixpunkte herumwindet. Dieser

sogenannte chaotische (Lorenz-) Attraktor ist ein für die chaotische Bénardkonvektion typisches Gebilde.

Obwohl zur Beschreibung eines Vielteilchensystems ein Zustandsraum mit einer astronomisch hohen Dimension erforderlich ist, stellt der Attraktor ein ziemlich kompaktes, klar begrenztes, niedrigdimensionales Gebilde dar. Er zieht gewissermaßen das Systemverhalten an und beschränkt es auf ein kleines Gebiet im Zustandsraum. Darin kommt zum Ausdruck, daß zwar einzelne Bahnen (Trajektorien) des Systems nicht vorhersagbar sind, wohl aber alle möglichen Bahnen zusammen: Im regulären wie im chaotischen Be-

<sup>10</sup>Der Zustandsraum eines Systems ist ein abstrakter Raum, der durch einen Satz Systemvariablen aufgespannt wird. Im einfachsten Fall eines eindimensionalen Systems werden Ort und Geschwindigkeit gegeneinander aufgetragen.

Der Lorenzattraktor stellt mit seinen Spiralen - anschaulich gesprochen - nicht nur ein einfach gefaltetes Blatt



Bild 15: Vierblättriger mythologischer Vorläufer des Lorenzattraktors.

im dreidimensionalen Raum dar, sondern offenbart bei näherer Betrachtung ein ganzes System solcher Blätter. Es sind nicht weniger als unendlich viele. Ivar Ekeland erinnert der Lorenzattraktor an eine mythologische Darstellung (Bild 15) [31]. Dabei handelt es sich um ein vierblättrigem Klee ähnliches Labyrinth, dessen Blätter nacheinander durchlaufen werden. Das Lorenzsystem stellt so gesehen unendlichblättrigen Klee dar, dessen Blätter auf unvorhersehbare Weise durchlaufen werden. Auf diesen unendlich vielen, unendlich dicht gepackten und daher als einheitliches Ganzes erscheinenden Blättern steht wie in einem Buch die gesamte Information des Systems geschrieben.

Solche vielblättrigen Gebilde nennt man Fraktale. Sie stellen im Rahmen der fraktalen Geometrie ein mächtiges Mittel dar, Objekte wie den Lorenzattraktor physikalisch in den Griff zu bekommen. Ob Jorge Luis Borges mit seinem "Sandbuch" das Konzept des Fraktals wenigstens in metaphorischer Umschreibung vorweggenommen hat? "Denn auch das Sandbuch hat wie der Sand weder Anfang noch Ende... Er forderte mich auf, das erste Blatt zu suchen. Ich drückte die linke Hand auf

das Titelblatt und schlug das Buch auf, den Daumen fest an den Zeigefinger gepreßt. Alles war zwecklos: Immer schoben sich einige Blätter zwischen Titelblatt und Hand. Es war, als bräuchte das Buch sie hervor "[32].

## Fraktale Geometrie der Natur

*Fraktal heißt...  
das nichttopologische Moment einer Form*

**Norbert Bolz**

## Die Geometrisierung der Physik

Die physikalische Beschreibung nichtlinearer Phänomene hat den Blick von der numerischen Erfassung einzelner Bahnen (Trajektorien) auf die geometrischen Charakterisierung des Verhaltens aller möglichen Bahnen eines nichtlinearen Systems gelenkt. Darin sollte keine Schwäche der nichtlinearen Physik gesehen werden, sondern ein typisches Merkmal der Beschaffenheit unserer Welt: Im Vordergrund steht nicht mehr ausschließlich die exakte, für alle Zeiten gültige, aber in vielen Fällen irrealer Vorhersage von Ereignissen, sondern die faktischen Offenheit und Freiheit von Entwicklungen insbesondere komplexer Systeme: "Das Chaos als vereinheitlichendes Element entspricht der Vorstellung von einer offenen, sich entwickelnden Welt, in der, um Paul Valéry zu zitieren, 'die Zeit Konstruktion ist'" [34]. Mit anderen Worten: Chaotisches Verhalten wird nicht länger als Grenze physikalischer Erkenntnis angesehen, sondern wird selbst zum Gegenstand der Erkenntnis.

In der Geometrisierung der Vorgänge wird wohl erstmalig das kreative Vermögen des Menschen zur Mustererkennung explizit für die Forschung ausgenutzt mit dem Ergebnis, daß von "außen" betrachtet völlig irreguläre Erscheinungen geordnete Strukturen offenbaren, die mit herkömmlichen Methoden nicht zu entdecken wären. Bei der Betrachtung dieser geometrischen Objekte gewinnt man nicht selten den Eindruck, daß die Natur einige ihrer schönsten Muster für den Zustandsraum erschafft: Die Schönheit der Strukturen und ihr Gestaltreichtum demonstrieren eindrucksvoll eine dem Chaos zugrundeliegende Ordnung. Die Chaosforschung ist dabei, diese Strukturen zu entschlüsseln und mit physikalischem Inhalt zu füllen.

## Die Morphologie des Verhaltens

*Figur = Bewegung -  
das ist das reinste morphologische Paradies*

Die perspektivische Verschiebung der physikalischen Sehweise bei der Untersuchung nichtlinearer Systeme von der quantitativen Vorhersage hin zur geometrischen Charakterisierung eines Systems lenkt ganz allgemein die Aufmerksamkeit auf die morphologische Beschaffenheit der Welt. Dabei werden erstaunliche strukturelle Ähnlichkeiten zwischen - wenn man so sagen darf - der Morphologie des Verhaltens der Systeme im Zustandsraum und dem äußeren Aussehen der Systeme erkennbar. Diese Ähnlichkeiten werden zunehmend als Anzeichen für ähnliche Mechanismen erkannt, die einerseits dem Verhalten zugrundeliegen und andererseits zum jeweiligen Aussehen des Systems geführt haben.

Mathematische Grundlage für die Beschreibung morphologischer Aspekte von Systemen ist u.a. die von Benoît Mandelbrot so genannte fraktale Geometrie der Natur. Mit Hilfe der darin zentralen Größe der fraktalen Dimension gelingt es, die euklidisch nicht mehr beschreibbare Komplexität von verästelten und verkrümpelten Strukturen zu charakterisieren, wie sie sowohl beim zeitlichen Verhalten - beispielsweise in Form eines Attraktors - als auch bei der räumlichen Struktur eines Systems auftreten (vgl. [34] [35]).

Läßt man beispielsweise eine Flüssigkeit geringerer Viskosität eine Flüssigkeit höherer Viskosität durchdringen [36], so erhält man eine mehr oder weniger stark verästelte Struktur (viskoses Verästeln) (Bild 16). Daran

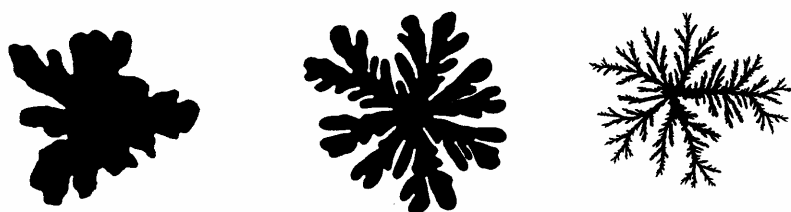


Bild 16: Hele- Shaw- Flächenfraktale aufgrund der fingerartigen Durchdringungen zweier verschiedener viskoser Flüssigkeiten mit grober und filigraner Verästelungsstruktur.

ist zweierlei bemerkenswert. Erstens: Je feiner die Verästelung ist, desto mehr ähnelt die Fläche des Gebildes einer Linie. In Übereinstimmung mit diesem Eindruck ermittelt man eine fraktale Dimension zwischen 1 und 2, die somit das Linienhafte einer Fläche bzw. Flächenhafte einer Linie quantitativ erfaßt. Zweitens: Obwohl der Zufall bei der Ausbildung des konkreten Musters

eine entscheidende Rolle spielt und daher auch bei gleichen Bedingungen nie die gleichen Gebilde erhält, besteht zwischen ihnen eine erstaunliche morphologische Ähnlichkeit. Ebenso wie man auf einen Blick eine Buche von einer Eiche unterscheiden kann, gelingt es dem geschulten Blick auch bei viskosen Verästelungen das jeweilige Flüssigkeitspaar zu erkennen. In der Struktur dieser fraktalen Gebilde offenbaren sich gewissermaßen die Entstehungsmechanismen.

Was hier als Kuriosität erscheinen mag, hat eine durchaus reale Bedeutung. Geht man nämlich davon aus, daß Lebewesen durch die Oberflächen ihrer Zellen und Organe mit Energie und Stoffen versorgt werden, so erwartet man, daß die Stoffwechselintensität  $I$  (mit dem Stoffwechsel verbundener Energiestrom) proportional mit der Oberfläche bzw., da die dadurch zu versorgende Masse  $m$  proportional zum Volumen ist,  $I \sim m^{2/3}$  gilt. Sorgfältige Messungen ergeben allerdings  $I \sim m^{3/4}$ . Faßt man Körper oder Organe als Fraktale auf, so wird dieser merkwürdige Befund verständlich. Denn wenn beispielsweise die Lunge oder der Darm (Bild 17) nicht einfach als volumenartiges Gebilde angesehen wird, das von einer Oberfläche begrenzt ist, sondern als ein hybrides Objekt zwischen Fläche und Volumen, so muß man einen Exponenten zwischen  $2/3$  und  $1$  geradezu

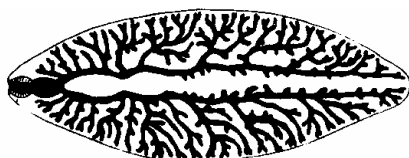


Bild 17: Projektion des Darmsystems eines Wurms. Die Ähnlichkeit mit viskosen Verästelungen ist frappierend.

erwarten [35]. Für diese Auffassung spricht u.a. die Tatsache, daß die Lunge bzw. der Darm eines Menschen in einem relativ kleinen Volumen eine Oberfläche von ca.  $100 \text{ m}^2$  bzw.  $200 \text{ m}^2$  unterbringt, ein Wert, der noch größer ausfallen würde, wenn man ein noch feineres Meßverfahren zur Hand hätte.

Die Entstehung der viskosen Verästelungen aufgrund des Transports einer Flüssigkeit durch eine andere hindurch legt außerdem nahe, daß auch die Morphologie der Organe durch Stoffwechselvorgänge mitbestimmt werden, so wie umgekehrt der Stoffwechsel teilweise durch die Morphologie determiniert wird. Organe sind andererseits dissipative Strukturen, die in einem ständigen

Auf und Abbau begriffen sind. Das verleiht ihnen eine gewisse Fluidität und ermöglicht es ihnen, auf äußere Einflüsse (geänderte Umweltbedingungen) mit einer passenden Form zu antworten. Hier zeigt sich eine tiefere Beziehung zwischen dem Verhalten bzw. der Funktion und der geometrischen Gestalt eines Systems. Dies ist

nur einer der zahlreichen Aspekte, die die zukünftige Forschung im Bereich der nichtlinearen Physik und fraktalen Geometrie prägen werden.

## Konsequenzen für den Physikunterricht

*Die Lockerung des Denkens scheint mir der größte Segen,  
den die heutige Wissenschaft uns gebracht hat.  
Ist doch der Glaube an eine einzige Wahrheit  
und die Überzeugung, deren einziger Besitzer zu sein,  
die tiefste Wurzel allen Übels in der Welt.*

**Max Born**

## Physiklernen als Lernen über Physik

Ausgehend von der Tatsache, daß sich die physikalische Erkenntnis nur auf quantifizierbare Aspekte der Welt bezieht, haben wir die Entwicklung der neuzeitlichen Physik bis in unsere Tage hinein als eine Abfolge von perspektivischen Verschiebungen und den damit verbundenen Änderungen der physikalischen Sehweise beschrieben. Dadurch wird nicht nur der üblichen Ansicht widersprochen, die Physik befinde sich auf dem Wege zu einer immer besseren Erkenntnis der Welt und zu einem endgültigen Wissen, sondern vor allem die Einsicht nahegelegt, daß es selbst im relativ eng begrenzten Erkenntnisbereich der Physik verschiedene Perspektiven mit unvergleichbaren und daher nicht gegeneinander auszuspielenden Erkenntnissen gibt. Das Bewußtsein eines solchen Perspektivismus relativiert die Frage nach der Richtigkeit und Relevanz von Wissensbeständen und macht es leichter, mit verschiedenen physikalischen Entwürfen der Welt umzugehen. Im Hinblick auf den Physikunterricht scheint mir dies der Rahmen zu sein, in dem alle anderen unterrichtlichen Aktivitäten ihren Ort und Stellenwert erhalten.

Erst in diesem Rahmen ist es u.a. möglich, die Beziehungen zwischen Physik und Realität in sinnvoller Weise zu organisieren. Indem die Schülerinnen und Schüler erfahren, daß physikalische Erkenntnisse nicht das Ergebnis direkter Eindrücke aus der Lebenswelt sind, sondern nach Maßgabe genauer physikalischer Vorstellungen (Theorien) konstruiert werden, wird nicht länger die niemals einzulösende Erwartung aufgebaut, Physik und Common Sense müßten zur Deckung gebracht werden [38]: Nicht in der Beseitigung der Differenz zwischen beiden, sondern in der Wahrnehmung dieser Differenz kann so etwas wie physikalisches Verstehen zustande kommen. Den Problemen bei der Gestaltung des menschlichen Lebensraumes ist heute nicht mehr ausschließlich mit Mitteln des Common Sense, jener nivellierenden "gemeinen Sinne" (Oskar Pastior), beizukommen. Im Gegenteil: Der an das Durchwursteln glaubende Common sense immunisiert die Menschen gegen aktives Handeln (Hans Magnus Enzensberger). Diese Einsicht muß als wesentliches übergeordnetes Lernziel des Physikunterrichts angesehen werden. Paradoerweise läßt es sich jedoch ohne Common Sense nicht erreichen. Im Physikunterricht muß daher mehr über Physik gesprochen werden [39].

## Physik und Lebenswelt

Diese Forderung bleibt nicht ohne Auswirkungen auf den naturwissenschaftlichen Unterricht selbst. In dem Maße, wie die naturwissenschaftliche Technik unseren Alltag bestimmt, muß wenigstens exemplarisch gelernt werden, wie naturwissenschaftliche Prinzipien auf typische Bereiche des Alltags angewendet werden<sup>11</sup>. Dies ist schwieriger als normalerweise unterstellt wird, weil dabei die Differenz zwischen Lebenswelt und Naturwissenschaft in konkreter Weise ins Spiel kommt. Denn die Alltagsgegenstände haben beispielsweise den physikalischen Aspekt nicht gleichsam ablesbar an sich [40]. Er muß ihnen erst einmal abgerungen werden. Dabei reicht das im Physikunterricht häufig praktizierte Verfahren, von einem technischen Gegenstand, etwa dem Staubsauger, auszugehen und fünf Minuten später bereits über das Induktionsgesetz zu sprechen, bei weitem nicht aus. Hinzu kommt, daß sich in komplexen Alltagssituationen aus physikalischer Sicht oft Fragen ergeben, die in einer rein physikalischen Experimentalsituation gar nicht auftreten. Man denke beispielsweise an die Frage, warum man in der Sauna nicht aber in der Badewanne eine Temperatur von 100 Grad einige Zeit zu ertragen vermag.

---

<sup>11</sup>: Heinz Muckenfuß hat diesen Aspekt einer eingehenden Untersuchung unterzogen. Dabei steht insbesondere die sinnstiftende Funktion von Alltagssituationen im Physikunterrichts im Vordergrund [37].



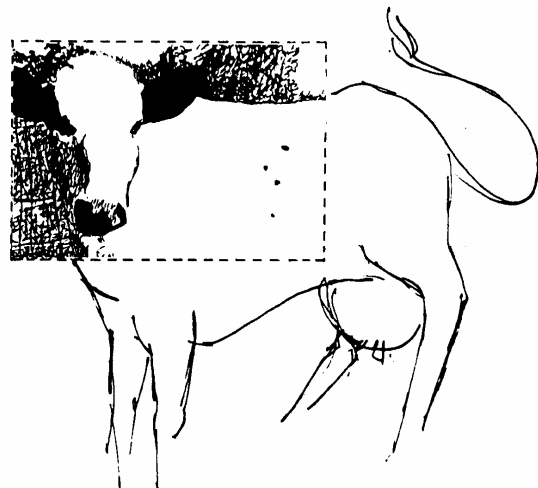
## Wiederannäherung an die "irdische" Komplexität

Von aktueller Bedeutung auch und gerade hinsichtlich der Übertragung naturwissenschaftlicher Prinzipien auf die uns umgebende Welt scheinen mir die Erkenntnisse der nichtlinearen Physik und der fraktalen Geometrie zu sein. Nicht nur, daß ihre unterrichtliche Erschließung die Möglichkeit bietet, die Schulphysik wieder in eine größere Nähe zur Forschung zu bringen (die Blütezeit der klassischen Physik liegt weit über 100 Jahre zurück). Da sich die nichtlineare Physik vor allem auf die Erfassung komplexer Zusammenhänge bezieht, erscheinen sie außerdem eher geeignet, auf die Umwelt der Lernenden angewendet zu werden, als von der klassischen Physik erwartet werden kann.

Während Prigogine zufolge in der klassischen Physik "die Kluft zwischen einem Universum, das als ein Automat beschrieben wird, und dem Menschen mit seiner Geschichte und seiner Kreativität.. durch nichts zu überbrücken" ist [33], bietet die nichtlineare Physik die Chance, näher an die Dinge heranzukommen, *so wie sie sind*. Der damit verbundene Preis einer eingeschränkten Vorhersagbarkeit des Verhaltens der Systeme sollte m.E. jedoch nicht überschätzt werden.

Da ich mir der Tragweite dieser heute noch zumindest mit Skepsis angesehenen Aussagen bewußt bin, möchte ich als Anwalt Sir James Lighthill zitieren, der 1986 als Präsident der International Union of Theoretical and Applied Mechanics, feierlich erklärte: "Wir sind uns heute sehr der Tatsache bewußt, daß die Begeisterung, die unsere Vorgänger für den phantastischen Erfolg der Newtonschen Mechanik empfanden, sie auf diesem Gebiet der Vorhersagbarkeit zu Verallgemeinerungen verleitet hat, an die wir vor 1960 möglicherweise allgemein geglaubt haben. Wir möchten uns gemeinsam dafür entschuldigen, daß wir das gebildete Publikum in die Irre geführt haben, indem wir bezüglich des Determinismus von Systemen, die Newtonschen Bewegungsgesetzen genügen, Ideen verbreitet haben, die sich nach 1960 als inkorrekt erwiesen haben" [41].

Zum Schluß möchte ich feststellen, daß die Naturwissenschaftler in unseren Tagen beginnen, von der linearen Urwerkwelt, in der die absolute Erkennbarkeit und Vorhersagbarkeit zumindest im Prinzip vorausgesetzt wird, zu verabschieden. Sie sehen die Welt ein bißchen mehr aus der Perspektive des "richtigen" Lebens. In dieser Situation des Umbruchs sollte die Schule die Chance zu einer Diskussion mit dem Ziel einer grundlegenden Erneuerung des Physik und allgemein des naturwissenschaftlichen Unterrichts nutzen.



## Literatur

- [1] Kuhn, T. S.: Die Struktur wissenschaftlicher Revolutionen. Frankfurt: Suhrkamp 1973.
- [2] Gregory, R.L., Wallace, J.G.: Recovery from Early Blindness: A Case Study, in Tibbets, P. (Hrsg.): Perception. New York: Quadrangle/ New York Times Book 1969.
- [3] Deregowsky, J.: Pictorial Perception and Culture. In: Image, Object, and Illusion. San Francisco: Freeman 1974, Kap. 8; z.n. Zajonc, A.: Die gemeinsame Geschichte von Licht und Bewußtsein. Reinbek: Rowohlt 1994., S.83.
- [4] Panofsky, E.: Die Perspektive als symbolische Form. In: Hessling, B.: Die Perspektive als 'symbolische Form'. Berlin 1964, S. 99ff.
- [5] Adorno, Th. W.: Ohne Leitbild. Parva Aesthetica. Suhrkamp 1967, S. 131.
- [6] Malerba, L.: Die nachdenklichen Hühner. Frankfurt: Fischer 1991, S. 59.
- [7] Schlichting, H.J.: Physik - eine Perspektive der Realität. Probleme des Physikunterrichts. Physik in der Schule. Zur Veröffentlichung.
- [8] Wittgenstein, L.: Bemerkungen über Farben. Über Gewißheit. Zettel. Vermischte Bemerkungen. Frankfurt: Suhrkamp 1973, S. 475.
- [9] Blumenberg, H.: Die Genesis der kopernikanischen Welt. Frankfurt: Suhrkamp 1981, S. 649.
- [10] H. J. Schlichting. Naturwissenschaft zwischen Zufall und Notwendigkeit. Praxis der Naturwissenschaften Physik 42/1, 35, (1993).
- [11] Ekeland, I.: Das Vorhersehbare und das Unvorhersehbare. Berlin: Ullstein 1989, S.36.

- [12] Leibniz, G.W.: Principes de la Nature et de la Grace, fondées en raison. In: Gerhardt, C.J. (Hrsg.): Die philosophischen Schriften von Gottfried Wilhelm Leibniz. Hildesheim 1961, 6:604.
- [13] Valéry, P.: Cahiers/Hefte. Frankfurt: Fischer 1988.
- [14] H. J. Schlichting: Galilei und der physikalische Blick. Physik in der Schule 32/4, 154 (1994).
- [15] Heisenberg, W.: Physik und Philosophie. Berlin: Ullstein 1977, S. 40.
- [16] Flusser, V.: Nachgeschichten. Düsseldorf: Bollmann 1990.
- [17] Lichtenberg, G. Chr. : Sudelbücher. München: Hanser 1968.
- [18] H. Helmholtz: Wirbelstürme und Gewitter. In: Vorträge und Reden, Bd. 2. Braunschweig: Vieweg 1896, S. 37ff.
- [19] Richter, H.P., Scholz, H.J.: Der goldene Schnitt in der Natur. In: Küppers, B.O. (Hrsg.): Ordnung aus dem Chaos. München: Piper 1987.
- [20] Wisdom, J.: Chaotic behavior in the solar system. Proc. Roy. Soc. London 413 A, 109 (1987).
- [21] Laskar, J., Froeschlé, C.: Le Chaos dans le système solaire. La Recherche 232/22, 572 (1991).
- [22] M. Born: Physik im Wandel meiner Zeit. Braunschweig: Vieweg 1966, S.161.
- [23] Schlichting, H.J.: Energie, Entropie, Synergie Ein Zugang zur nichtlinearen Physik. Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht 46/3, 138 (1993).
- [24] Schlichting, H.J.: Strukturen im Chaos. Einfache Systeme als Zugang zu einem neuen Forschungsbereich der Physik. Physica didactica 18/1, 14 (1991).
- [25] Schlichting, H.J.: Prozeß und Struktur. Probleme der Selbstorganisation im Bereich der unbelebten Natur. Physik in der Schule 32/11, 392 u. 32/12, 430 (1994).
- [26] Prigogine I., Stengers, I.: Dialog mit der Natur. München: Piper 1983, S. 147 ff.
- [27] Schlichting, H.J., Backhaus, U., Küpker, H.G.: Chaos beim Wasserrad - ein einfaches mechanisches Modell für das Lorenz-System. Physik und Didaktik 3, 196 (1991).
- [28] Serres, M.: Der Parasit. Frankfurt: Suhrkamp 1984, S.
- [29] Schelling, F.W.J.: Werke III. Stuttgart etc.: Cotta 1856, S. 18.
- [30] Prigogine, I., Stengers, I., Pahaut, S.: Die Dynamik- von Leibniz zu Lukrez. In: Prigogine et al. : Anfänge. Berlin: Merve 1991, S. 54.
- [31] Ekeland, I.: Zufall, Glück und Chaos. München: Hanser 1992, S. 125.
- [32] Borges, J.L.: Die zwei Labyrinthe. München: Hanser 1986.
- [33] Prigogine, I., Stengers, I.: Das Paradox der Zeit. Zeit Chaos und Quanten. München: Piper 1993.
- [34] Schlichting, H.J.: Schöne fraktale Welt. Annäherungen an ein neues Konzept der Naturwissenschaften. Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht 45, 202 (1992).
- [35] Schlichting, H.J.: Auf der Grenze liegen immer die seltsamsten Geschöpfe. Nichtlineare Systeme aus der Perspektive ihrer fraktalen Grenzen. Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht 47/8, 451 (1994).
- [36] Schlichting, H.J.: Fraktales Wachstum am Beispiel der fingerartigen Durchdringung zweier Flüssigkeiten. Physik in der Schule 31/3, 113 (1993).
- [37] Muckenfuß, H.: Lernen im sinnstiftenden Kontext. zur Veröffentlichung.
- [38] Jung, W.: Was heißt Physiklernen?. In: Ewers (Hrsg.): Naturwissenschaftliche Didaktik zwischen Kritik und Konstruktion. Weinheim: Beltz 1975, S. 139.
- [39] Wagenschein, M.: Erwiderung auf W. Kroebers Kritik an meinen Vorschlägen zum Physikunterricht. In: MNU 21 (1968) 11, S. 374-ff.
- [40] Redeker, B.: Zur Sache des Lernens am Beispiel des Physiklernens. Braunschweig: Westermann 1992.
- [41] Lighthill, J.: The Recently Recognized Failure of Predictability in Newtonian Dynamics. Proc. Roy. Soc. London A 407, 35 (1986). →