

## Magnetische Levitation

Bernd Scharlau  
Volkhard Nordmeier  
H. Joachim Schlichting

Westfälische Wilhelms-Universität Münster  
Institut für Didaktik der Physik  
Wilhelm-Klemm-Str. 10  
48149 Münster

### Zusammenfassung

Jeder der schon einmal versucht hat, einen Permanentmagneten über einem anderen zum berührungsfreien Schweben zu bringen, wird die praktische Unmöglichkeit des Unterfangens festgestellt haben. Wer das Earnshaw-Theorem kennt, weiß, dass dies auch praktisch nicht möglich ist. Umso erstaunter wird er sein, dass ein Diamagnet nicht nur theoretisch, sondern auch praktisch über Magneten zum freien Schweben gebracht werden kann.

Es werden einige verblüffende Experimente zum diamagnetischen Schweben demonstriert.

### 1. Earnshaw und seine Konsequenzen

Geht man mit einer gewissen Naivität an Gravitations-, elektrische oder insbesondere magnetische Kräfte heran, so könnte man zu dem Schluss kommen, dass ein Probekörper, der sich in solchen Potentialen aufhält, genau an dem Punkt, wo die auf ihn wirkende Gesamtkraft von abstoßend auf anziehend übergeht, frei schweben könnte. Ein gutes Beispiel für eine solche Anordnung sind zwei im Gravitationsfeld der Erde befindliche Permanentmagnete, von denen einer ( $M_1$ ) fest aufgehängt ist. Nähert sich ein beweglicher Magnet ( $M_2$ ) so von unten  $M_1$ , dass zwischen den Magneten eine anziehende Kraft wirkt, dann existiert ein Punkt  $z$ , an dem die auf  $M_2$  wirkende Gravitationskraft im Betrag genauso groß ist, wie die Kraft aufgrund von  $M_1$  (vgl. [Boe56]). Bei  $z$  müsste demnach freies Schweben möglich sein.

Was man jedoch beobachtet, ist, dass nach jeder beliebig kleinen Bewegung  $\Delta z$  von  $z$  nach oben die magnetische Anziehungskraft ansteigt und damit das Kräftegleichgewicht gestört ist und  $M_2$  sich mit zunehmender Beschleunigung auf  $M_1$  zu bewegt. Ändert  $M_2$  seine Position um entsprechendes  $\Delta z$  nach unten, so ist das Kräftegleichgewicht wieder gestört. Da jetzt aber die Gravitationskraft dominierend ist, fällt  $M_2$  zu Boden.

Wie man an diesem Beispiel sieht, ist ein freies und stabiles Schweben nicht möglich, obwohl es einen Punkt  $z$  gibt, an dem ein Kräftegleichgewicht existiert.

Eine Erklärung dafür liefert der Satz von Earnshaw. Samuel Earnshaw hat sich bereits 1842 ([Ear42]) mit der Theorie zu diesem Problem befasst.

Der Satz von Earnshaw beschreibt eine einfache, aber tiefgreifende, physikalische Erkenntnis:

*Ein Probekörper, der einer beliebigen  $1/r^2$ -Kraft oder einer Kombination aus solchen Kräften ausgesetzt ist, kann keine stabile Gleichgewichtsposition haben.*

Dies beruht auf der mathematischen Eigenschaft von  $1/r$ -Potentialen, bei denen der Laplaceoperator angewandt auf jede Summe von  $1/r$ -Potentialen null ergibt, d.h.:

$$\nabla^2 V = 0 \quad (1)$$

Befindet sich nun ein Probekörper an einem kräftefreien Punkt  $z$  in einem  $1/r$ -Potential, so gilt zusätzlich:

$$-\nabla V = \vec{F} = 0 \quad (2)$$

Ist jetzt bei  $z$  eine Komponente  $x_i$  von (1) negativ, d.h. der Probekörper ist in Richtung dieses  $x_i$  stabil, so muss es, damit (1) erfüllt bleibt, eine dazu senkrechte Richtung  $x_j$  geben, bei der die entsprechende Komponente von (1) positiv ist, womit der Probekörper in dieser Richtung instabil wäre. Die Potentialoberfläche ist somit eine Sattelfläche, vergleichbar mit Abb. 1, obwohl es sich hierbei zur Veranschaulichung nur um ein 2-dimensionales Potential handelt (vgl. [Sim00]).

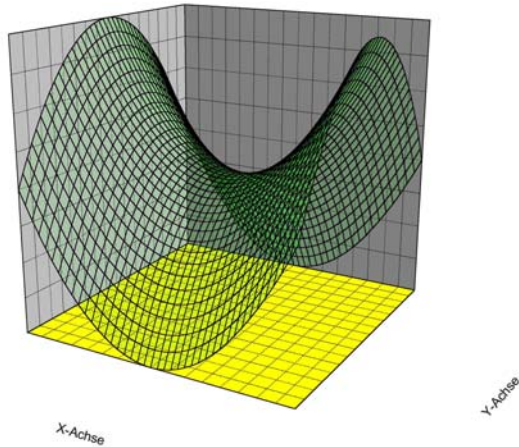


Abbildung 1: Beispiel für eine Sattelfläche eines Potentials. Hier ist ein Probekörper in x-Richtung stabil, während er in y-Richtung instabil ist.

Zu demselben Ergebnis gelangt man, wenn man die Energie im magnetischen Feld betrachtet. Ein magnetischer Dipol  $\vec{M}$  hat im magnetischen Feld  $\vec{B}$  die Energie:

$$U = -\vec{M} \cdot \vec{B} = -M_x B_x - M_y B_y - M_z B_z \quad (3)$$

Diese Energie hängt, falls  $\vec{M}$  konstant ist, nur von den Komponenten von  $\vec{B}$  ab. Da auch hier die Laplace-Gleichung in jeder Komponente erfüllt sein muss und

$$\nabla^2 \vec{B} = 0 \quad (4)$$

gilt, folgt

$$\nabla^2 U = 0, \quad (5)$$

womit aus mathematischen Gründen klar ist, dass die Energie kein lokales Minimum besitzen kann. Daher kann freies Schweben in einer solchen Anordnung schon aus der Energiebetrachtung nicht möglich sein (vgl. [Sim01]).

Der Satz von Earnshaw gilt also für die verwendeten Magnetfelder, was eine Levitation ohne weiteres ausschließt.

## 2. Auswege aus Earnshaw's Theorem

Verlässt man sich ausschließlich auf die Erkenntnisse von Earnshaw, so müssen uns existente, technische Anwendungen, wie etwa der Magnetschwebezug Transrapid, wie bloßes Wunschdenken einiger Ingenieure erscheinen – und dennoch gibt es solche technischen Konstruktionen. Demzufolge muss es Möglichkeiten geben, den Satz von Earnshaw zu umgehen.

Die simpelste Methode ist, zwei Permanentmagnete mechanisch so zu fixieren, dass sich gleiche Pole gegenüberstehen, wie in Abb. 2. Die Magnete haben das Bestreben, ihre Feldlinien möglichst stark zu verkürzen, sie werden aber durch den Nagel am ‚Umkippen‘ gehindert. Es besteht also eine abstoßende Kraft zwischen den beiden Magneten, die bei einem bestimmten Abstand die Gravitationskraft, die auf den oberen Magneten wirkt, kompensiert. Dies ist allerdings nur mit Hilfe eines mechanischen

Drehmoments möglich, durch dass das umkippende Moment aufgehoben wird.



Abbildung 2: Mechanisch stabilisierte Magnete

Auch mit Hilfe von regelbaren Elektromagneten und einer aktiven Rückkopplungsschaltung ist es möglich, Lasten anzuheben und zu bewegen. Bereits 1938 wurden solche Anordnungen, die aus Elektronenröhren, Kondensatoren und Stromrichter bestehen, beschrieben ([Kem38]). Hier wurden Lasten von bis zu 210 kg in der Schwebelage gehalten. Mit den heutigen technischen Möglichkeiten ist es leicht möglich, größere Lasten in die Schwebelage zu bringen und diese auch zu bewegen. Die eindrucksvollste Konstruktion ist hier wohl der Magnetschwebezug Transrapid. Als freies Schweben lässt sich aber auch ein solcher Aufbau nicht bezeichnen, da der entscheidende Punkt hierbei die aktive Regelung der Elektromagnete ist. Außerdem wird Energie verbraucht – Im oben erwähnten Fall lag die verbrauchte Energie bei 0,27 kW (vgl. [Kem38]).

Aus entsprechenden Gründen entfallen auch Schwebelösungen, wie starke Wechselfelder (tiegfrees Schmelzen) oder Laserstrahlen, die in der Atomphysik eingesetzt werden.

Das Levitron® ist ein magnetisches Spielzeug, das eine weitere Möglichkeit darstellt, das Theorem von Earnshaw zu umgehen. Es soll an dieser Stelle aber nur kurz erwähnt werden. Hierbei handelt es sich um spinstabilisiertes Schweben eines Permanentmagneten. Ein rotierender Ringmagnet (in einem Kreis eingearbeitet) schwebt über einer Basis aus einem großen Ringmagneten. Dabei stehen sich gleiche Pole gegenüber. Die Rotation des Kreisels verhindert ein seitliches Ausbrechen. Der Kreisel kippt nicht, weil er wie im Gravitationsfeld senkrecht zum Drehmoment ausweicht. Es kommt dann zu einer Präzessionsbewegung. Dies ist allerdings nur dann möglich, wenn sich der Kreisel in einem bestimmten Frequenzbereich dreht, etwa zwischen 1220 und 1030 U/min (vgl. [HCRS]).

Außer Permanentmagneten aus festem magnetischem Material hatte Earnshaw in seinen Berechnungen nichts berücksichtigt (vgl. [Sim01]). Ferro-, para- und auch diamagnetische Stoffe spielten bei seinen Überlegungen keine Rolle. Nachdem Faraday kurz nach Earnshaws Arbeit diamagnetische Stoffe

entdeckte, führte Lord Kelvin einen theoretischen Beweis, dass solche Materialien in magnetischen Feldern schweben müssten (vgl. [Sim00], [Sim01]). In diesem Fall basiert die Energie auf

$$B^2 = \vec{B} \cdot \vec{B} \quad (6)$$

und der Laplaceoperator von  $B^2$  kann positiv sein. Folglich ist,

$$\nabla^2 B^2 \geq 0. \quad (7)$$

Das bedeutet, dass die Energie nicht linear von den einzelnen Komponenten von  $\vec{B}$  abhängt, sondern vom Betrag der Feldstärke  $B$ , und es sind lokale Minima in dieser Größe möglich (vgl. [Sim00], [Sim01]). Werner Braunbek betrachtete dann 1939 das Problem des freien Schwebens in elektrischen und magnetischen Feldern und berücksichtigte in seinen Berechnungen ausgedehnte Körper mit einer von 1 verschiedenen Dielektrizitätskonstante  $\epsilon_r$  bzw. relativen Permeabilität  $\mu_r$  ([Bra39a]). Ausgehend vom Energieansatz bewies er, dass es möglich sein müsste, Körper, deren Dielektrizitätskonstante  $\epsilon_r$  oder deren relativen Permeabilität  $\mu_r$  kleiner als 1 ist, frei schweben zu lassen. Da er ausschloss, dass es Materialien gibt, deren Dielektrizitätskonstante  $\epsilon_r$  kleiner als 1 ist, blieben somit nur Diamagnete als Levitatoren übrig (vgl. [Bra39a]). Als Kernsatz seiner Überlegungen formulierte er:

*„Ein statisches, stabiles, freies Schweben eines Systems I im elektrischen, magnetischen und Schwerfeld eines andern Systems II ist unmöglich, solange nicht in mindestens einem der beiden Systeme diamagnetische Materie vorhanden ist.“* ([Bra39a] S. 763)

Braunbek gelang es, dies auch experimentell nachzuweisen ([Bra39b]). Er ließ einen speziellen Elektromagneten bauen, der eine hinreichend hohe Feldinhomogenität aufwies und brachte damit kleine Partikel aus Kohle und Wismut zum freien Schweben (vgl. [Bra39b]).

### 3. Diamagnetismus und diamagnetische Materialien

Als diamagnetisch bezeichnet man Stoffe, deren magnetische Suszeptibilität  $\chi < 0$  ist bzw. deren relative Permeabilität wegen

$$\mu_r = 1 + \chi \quad (8)$$

kleiner als 1 ist. Diamagnete besitzen keine permanenten magnetischen Dipole. Nach Anlegen eines magnetischen Feldes werden allerdings solche Dipole ‚induziert‘. Demnach handelt es sich ‚beim Diamagnetismus um einen reinen Induktionseffekt.‘ ([No197] S.173) Die induzierten Dipole sind nach der Lenzschen Regel dem erzeugenden Magnetfeld entgegengerichtet, wodurch  $\chi$  negativ ist. Das Magnetfeld im Inneren des diamagnetischen Stoffes wird geschwächt.

Da die Permeabilität  $\mu_r$  angibt, um wie viel Mal die magnetische Kraftflussdichte in dem betreffenden

Stoff größer ist als im freien Raum, ist wegen (8) klar, dass diamagnetische Stoffe, im Gegensatz zu paramagnetischen ( $\chi > 1$ ), magnetische Feldlinien verdrängen. Die Konsequenz daraus ist, dass diamagnetische Materialien von Magneten abgestoßen werden, gleichgültig, ob sie dem Nord- oder Südpol genähert werden.

Die Suszeptibilität  $\chi$  ist feld- und temperaturunabhängig. Somit ist sie für ein isotropes und homogenes Medium eine Materialkonstante. Ferner ist der Diamagnetismus ein sehr schwacher Effekt, da die Suszeptibilität  $\chi$  im Bereich  $\approx -10^{-5}$  liegt. Generell ist Diamagnetismus eine Eigenschaft aller Stoffe, allerdings spricht man nur dann von Diamagnetismus, wenn dieser schwache Effekt nicht durch andere Formen des Magnetismus (etwa Paramagnetismus) in dem entsprechenden Stoff überdeckt wird (vgl. [No197]).

Material	$-\chi(\cdot 10^{-6})$
Wasser	8,8
Gold	34
Wismut	170
Graphit	160
Pyrolytisches Graphit $\perp$	450
Pyrolytisches Graphit $\parallel$	85

Tabelle 1: Suszeptibilität diamagnetischer Materialien (nach [Sim01])

Die meisten Substanzen weisen einen sehr schwachen Diamagnetismus auf, doch wirklich interessant sind für uns nur solche, mit denen man auf die eine oder andere Weise ein freies Schweben ermöglichen kann. Lebendes Gewebe, wie Fleisch, Knochen oder Blut bestehen hauptsächlich aus Wasser, in dem ein Magnetfeld atomare und molekulare Ströme erzeugt, die das anliegende Magnetfeld schwächen, d.h. Wasser ist diamagnetisch und es ist möglich, leichte Lebewesen (Insekten oder kleine Frösche) in sehr starken Magnetfeldern zum Schweben zu bringen (vgl. Kap. 6) oder mit menschlichem Gewebe (etwa Fingerspitzen) einen Magneten zu stabilisieren (vgl. Kap. 7). Die bei Raumtemperatur am stärksten diamagnetischen Materialien sind Graphit und Wismut, deren Suszeptibilität im Betrag etwa 20-mal stärker ist als die des Wassers. Wegen des besseren Verhältnisses zwischen Dichte und Suszeptibilität ist Graphit allerdings für Levitationsversuche günstiger als Wismut. Einen noch stärkeren Diamagnetismus findet man bei einer besonderen Form des Graphits, dem **Highly Oriented Pyrolytic Graphite HOPG** oder kurz **Pyrolytisches Graphit**. Hier sind die Graphitmoleküle wie in Abb. 3 geschichtet, wodurch pyrolytisches Graphit magnetisch anisotrop ist, d.h. der Diamagnetismus ist senkrecht zu den Molekülschichten etwa 5-mal stärker als parallel dazu (vgl. Tab. 1).

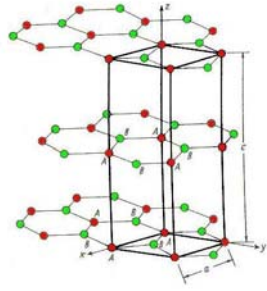


Abbildung 3: Wabenstruktur der Graphitschichten in pyrolytischem Graphit ([Kle00])

Absolut ideal diamagnetisch sind Supraleiter. Ein äußeres Magnetfeld induziert hier einen Strom im Supraleiter, der widerstandslos fließen kann und somit das Feld vollständig aufhebt. Die Suszeptibilität beträgt  $\chi = -1$ . Da Supraleitfähigkeit aber erst bei sehr tiefen Temperaturen auftritt, eignen sich diese Substanzen unter Normalbedingungen nur eingeschränkt für Levitationsversuche. Daher wird in dieser Arbeit auf die Diskussion von Schweberversuchen mit Supraleitern verzichtet.

#### 4. Diamagnetische Levitation

Seit den Versuchen Braunbeks wissen wir, dass es möglich ist, diamagnetisches Material frei schweben zu lassen. In jedem Fall muss die Kraft aufgrund des Diamagnetismus die der Gravitation am Levitationspunkt aufheben. Werfen wir daher einen Blick auf die Größe dieser Kraft:

Ein Magnetfeld  $\vec{B}(\vec{r})$  (mit  $\vec{r} = (x, y, z)$ ) befinde sich in einem Schwerfeld mit der Beschleunigung  $g$ . Die Masse  $m$ , das Volumen  $v$ , die Dichte  $\rho$  und die Suszeptibilität  $\chi$  eines diamagnetischen Körpers, der sich im obigen Magnetfeld aufhält, seien bekannt. Dann lässt sich das magnetische Moment nach [Ber97] zu

$$\vec{m}(\vec{r}) = -\frac{|\chi|V\vec{B}(\vec{r})}{\mu_0} \quad (9)$$

nähern. „Integriert man die Arbeit  $-d\vec{m} \cdot \vec{B}$ , während sich das Feld von null auf  $\vec{B}(\vec{r})$  erhöht, so können wir die totale magnetische Energie des Objektes als

$$U_m(\vec{r}) = \frac{|\chi|V}{2\mu_0} B^2(\vec{r}) \quad (10)$$

annehmen“ (v. Verf. a. d. Engl. übersetzt) ([Ber97] S. 308) womit die Gesamtenergie

$$U(\vec{r}) = mgz + \frac{|\chi|V}{2\mu_0} B^2(\vec{r}) \quad (11)$$

beträgt. Da der Körper im Punkt des freien Schwebens kräftefrei sein muss, gilt:

$$\begin{aligned} \vec{F}(\vec{r}) &= -\nabla U(\vec{r}) \\ &= -mg\vec{e}_z - \frac{|\chi|V}{2\mu_0} \nabla B^2(\vec{r}) \\ &= -mg\vec{e}_z - \frac{|\chi|V}{\mu_0} B(\vec{r}) \nabla B(\vec{r}) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (12)$$

Lassen wir den Körper auf der z-Achse schweben und beschreiben dort das Magnetfeld mit  $B(z)$ , so erhalten wir für die Kraft aufgrund des Diamagnetismus:

$$F_{\text{dia}}(z) = \frac{|\chi|V}{\mu_0} B(z)B'(z) \quad (13)$$

Des weiteren können wir damit die Gl. (12) zu einer Schwebekbedingung umformen:

$$B(z)B'(z) = -\frac{\mu_0 \rho g}{|\chi|}, \quad (14)$$

oder

$$B^2(z) = -\frac{2\mu_0 \rho g}{|\chi|} \quad (15)$$

Interessant ist hierbei, dass diese Bedingung nicht von der Masse des Körpers abhängt, sondern von seiner Dichte.

Gl. (14) können wir entnehmen, dass wir für ein-drucksvolle Levitationsversuche

- 1) ein Material benötigen, das ein möglichst günstiges Verhältnis zwischen Dichte und Suszeptibilität aufweist.
- 2) ein Magnetfeld benötigen, das hinreichend stark ist, aber auch sehr rasch mit zunehmenden  $z$  abfällt.

Experimentell ist es mit besonders starken Elektromagneten gelungen, den schwachen Diamagnetismus des Wassers auszunutzen, um biologisches Material zum Schweben zu bringen. An der Universität von Nimwegen wurden so kleine Frösche, Grashüpfer oder Erdbeeren in einem Magnetfeld kräftefrei „aufgehängt“ (vgl. [Ber97], [HFML]).

##### 4.1 Schachbrettmagnetplatte

Als Schachbrettmagnetplatte ist hier eine Metallplatte gemeint, die so mit quaderförmigen Permanentmagneten belegt ist, dass sich die Polung dieser Magneten in x- und y-Richtung stets abwechseln, so wie Abb. 4 zeigt. Auf einer 3,5 mm starken, gewöhnlichen Eisenplatte wurden  $13 \times 7 \times 5 \text{ mm}^3$  große NdFeB-Magnete, die entlang ihrer kürzesten Achse polarisiert sind, schachbrettartig ausgelegt. In dieser Anordnung ist das Magnetfeld in z-Richtung an der Oberfläche der Magnete etwa 430 mT stark und fällt



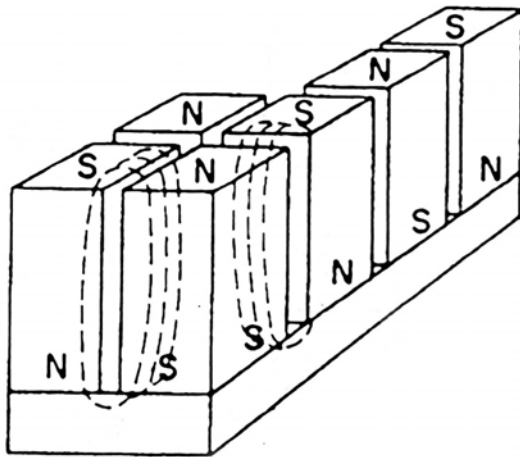


Abbildung 4: Magnetanordnung auf der Schachbrettmagnetplatte (nach [Ems70])

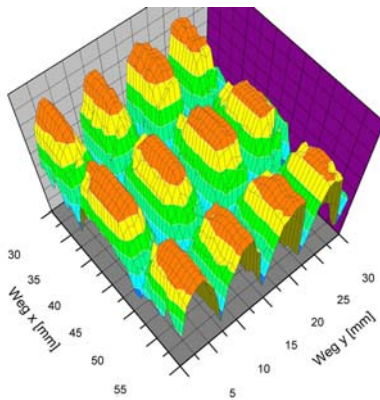


Abbildung 5: Ein 30x30 mm<sup>2</sup> großer Ausschnitt der Feldstärke knapp über der Oberfläche der Magneten

mit wachsenden  $z$  rasch ab. In 5 mm Höhe beträgt die Feldstärke etwa  $1/10$  und in 10 mm nur noch etwa  $1/100$  der ursprünglichen Stärke. Abb. 5 zeigt den Betrag (da Diamagnete gleichermaßen vom Nord- wie vom Südpol abgestoßen werden, ist auch nur der Betrag des Feldes interessant) der Feldstärke in  $z$ -Richtung. Man sieht, dass im Grenzbereich zwischen den Magneten das Feld einen hohen Gradienten ausweist. Es entstehen somit Potentialberge, deren Ausdehnung nur wenig kleiner ist, als der der Magnete, sowie relativ schmale Täler zwischen den Magneten. Rufen wir uns die Näherungsgleichung (11) in Erinnerung, so sehen wir, dass die Energie, die ein starrer, diamagnetischer Körper im Magnetfeld hat, von  $B^2$  abhängt. Nach dem 2. Hauptsatz der Thermodynamik wird der Diamagnet seine Energie zu minimieren versuchen, ggf. ändert er seine Lage über den Magneten. Integriert man also die Näherungsformel (11) über das ganze Volumen eines Diamagneten, so erhält man die Gesamtenergie des diamagnetischen Körpers. Verschiebt man den Körper in der  $xy$ -Ebene, so wird die Gesamtenergie schwanken. Überdeckt der Diamagnet in einer Position einen möglichst hohen Anteil an Potentialtälern, so befindet er sich in einem lokalen Energieminimum, und er wird dort stabil schweben bleiben. Wegen der Symmetrie der Schachbrettmagnetplatte,

finden sich auf ihr mehrere, gleichmäßig verteilte Energieminima. Abb. 6 zeigt verschiedene Levitatoren (zugeschnittene Folie aus gewöhnlichem Graphit

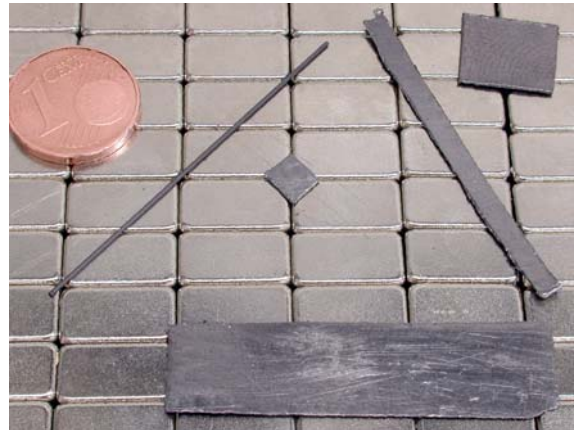


Abbildung 6: Verschiedene Levitatoren in ihrer Gleichgewichtslage. (Münze als Größenvergleich)

und eine dünne Bleistiftmine), die auf der Magnetplatte in solche Minima ‚gefallen‘ sind. Offensichtlich können auch diagonal Energieminima gefunden werden. Am stabilsten in seiner Position ist das kleine, quadratische Graphitteilchen, das über dem Punkt, an dem die Ecken vierer Magneten aneinander stoßen, schwebt. Dieses Graphitteilchen deckt mit seiner Geometrie kaum Punkte mit starkem  $B_z^2$  ab, wodurch es besonders stabil in seiner Position gehalten wird.



Abbildung 7: Ein etwa 30x30 mm<sup>2</sup> großer Ausschnitt der Magnetplatte, der mit Eisenfeilspänen bestreut ist (Münze als Größenvergleich)

Der größte und schwerste diamagnetische Körper, der auf dieser Anordnung verwendet wurde, war eine ca. 27 g schwere, 1,75 mm dicke Scheibe aus pyrolytischem Graphit mit einem Durchmesser von 100 mm. Abb. 8 zeigt die Levitation dieses Körpers. Bei Levitatoren dieser Größe zeigte sich allerdings, dass eine Gleichgewichtslage nicht sehr stabil ist. Ist die Platte nicht ganz genau parallel zur Erdoberfläche justiert, so gleitet die Scheibe, durch die Schwerkraft getrieben, der Magnetplatte herunter.

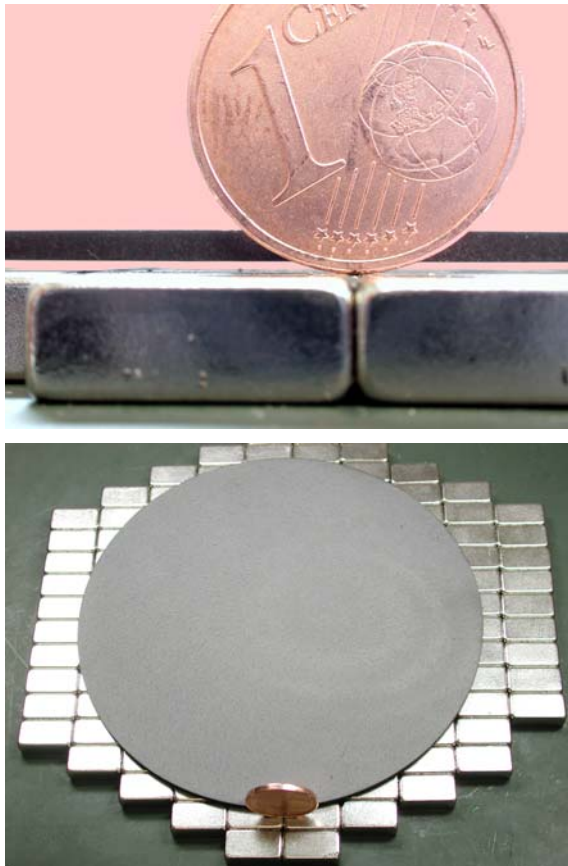


Abbildung 8: Levitation einer Scheibe aus pyrolytischem Graphit (Münze als Größenvergleich)

## 4.2 Magnetbahn

### 4.2.1 Aufbau und Feldgeometrie

Die Magnetbahn ist eine Abwandlung der Schachbrettmagnetplatte. Hier werden die Magnete längs ( $13 \times 7 \times 5 \text{ mm}^3$  große NdFeB-Magnete) in drei Reihen so auf eine ferromagnetische Platte (hier eine 5 mm dicke Stahlplatte) gelegt, dass die Magneten in jeder Reihe gleich orientiert und entgegengesetzt orientiert zur angrenzenden Reihe sind (vgl. Abb. 11). Im vorliegenden Fall liegen die Nordpole bei den äußeren Reihen oben und die Südpole in der mittleren Reihe; da Diamagnete sich aber sowohl von Nord- wie vom Südpol abstoßen, ist der komplementäre Fall ebenso möglich. Auffällig ist, dass der Betrag von  $B_z$  über der mittleren Reihe leicht stärker (etwa 450 mT) ist als über den Äußeren (etwa 390 mT); es handelt sich hierbei um einen typischen Randeffekt. Feldlinien, die von den äußeren Reihen ausgehen, teilen sich jeweils in zwei ‚Gruppen‘ auf. Die inneren beiden Feldliniengruppen verlaufen in einem engen Bogen zur mittleren Magnetreihe, während die äußeren Feldliniengruppen im einem relativ großen Bogen um die Magnetbahn herumlaufen. Da die äußeren Feldlinien mehr Raum haben, um ihren Weg um die Magnetbahn zu finden, sind die Feldlinien über der mittleren Reihe etwas ‚gedrängter‘ als die über den äußeren Reihen, womit sich der Randeffekt erklären lässt. Wegen des oben beschriebenen

Verlaufs der Feldlinien fällt das Feld über der mittleren Reihe auch schneller mit zunehmenden  $z$  ab. In 5 mm Höhe beträgt  $B_z$ , obwohl es in der Mitte ursprünglich stärker war, über allen drei Magnetreihen etwa 75 mT. Bei 10 mm ist das Feld über der mittleren Reihe kaum noch messbar ( $< 1 \text{ mT}$ ), während es außen noch etwa 25 mT beträgt. Somit hat das Feld über der mittleren Magnetreihe auch die für eine Levitation günstige Inhomogenität.

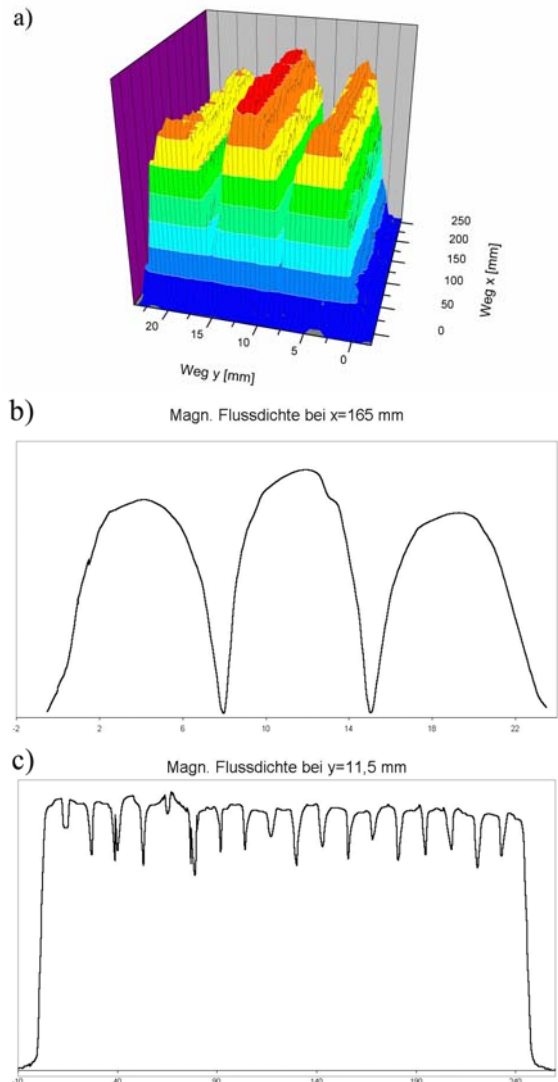


Abbildung 9: a) Die Feldstärke knapp über der Oberfläche der Magnete einer etwa  $25 \times 250 \text{ mm}$  großen Magnetbahn b) Querschnitt bei  $x=165 \text{ mm}$  c) Längsschnitt bei  $y=11,5 \text{ mm}$

Da die Magnete in jeder Reihe gleichorientiert sind, fällt der Betrag von  $B_z$  zwischen den einzelnen Magneten einer Reihe nicht so stark ab, wie es bei der Schachbrettmagnetplatte der Fall ist. Der Abfall liegt, wie in Abb. 9 c) erkennbar, zwischen 5% und 30%, in der Regel jedoch bei 15%. Es gilt hierbei die Regel: Je enger die Magneten gelegt sind, desto geringer ist der Abfall des Feldes zwischen den Magneten einer Reihe. Da es sich aber um starke Magneten handelt, die sich in einer solchen Anordnung abstoßen, kann der Abfall praktisch nicht bes-

ser kompensiert werden, als es in Abb. 9 c) dargestellt ist. Kleine Fremdkörper zwischen den Magneten sind auch nicht zu vernachlässigen, da diese den Zwischenraum zwar für das Auge unmerklich vergrößern, aber dieser zusätzliche Zwischenraum spiegelt sich im Feldabfall deutlich wieder.

Betrachtet man, wie in Abb. 9 b), einen Querschnitt durch die Magnetbahn, so fällt der Betrag von  $B_z$ , analog zur Schachbrettmagnetplatte, wegen der entgegengesetzten Polung der Magnete, zwischen ihnen bis auf null ab.

Vergleicht man Abb. 9 b) mit 9 c), so kann man leicht zu dem Schluss kommen, dass ein Levitator wegen der tiefen Potentialtöler in y-Richtung sehr viel stabiler ist als in x-Richtung, da in dieser Richtung das Feld nicht allzu stark abfällt. Es sollte also möglich sein, einen passend geformten, diamagnetischer Körper auf einer solchen Magnetbahn schwebend ‚fahren‘ zu lassen. Der Körper sollte durch die tiefen Potentialtöler in y-Richtung auch dann über der Bahn gehalten werden können, wenn diese eine Kurve beschreibt. Über den schwachen Feldabfall in x-Richtung gleitet er einfach hinweg.

Dies lässt sich experimentell mit rechteckig geschnittenen Graphitplättchen leicht realisieren.

#### 4.2.2 Mess- und Auswertungsverfahren

Auf einer optischen Bank wird mit Hilfe von Stativmaterial eine axiale B-Sonde so in einen höhen- und seitenverstellbaren Optikreiter eingespannt, dass sie senkrecht auf die zu messenden Magnete der Schachbrettplatte zeigt. Die Platte wird so auf einem nebenstehenden Tisch ausgerichtet, dass die B-Sonde bei Verschieben entlang der optischen Bank einen zu den Magnetkanten parallelen Weg beschreibt. Ebenso wichtig ist, dass die B-Sonde in konstanter Höhe über die Magnete fährt, um eine gleichmäßige, aussagekräftige Messung zu gewährleisten. Mit etwas Fingerspitzengefühl lässt sich dies durch eine Stellschraube an der optischen Bank justieren. Mit der Höhen-Stellschraube des Optikreiters lässt sich dann die B-Sonde exakt in der gewünschten Höhe (hier sehr dicht über der Magnetplatte) über den zu messenden Magneten platzieren. Um die genaue Position der Sonde über den Magneten festzulegen, werden für eine Messaufnahme die y- und z-Werte (Optikreiter) als fest angenommen und notiert. Die x-Werte erhält man über einen Bewegungsaufnehmer, über den ein einfacher Bindfaden gelegt ist, der hinter dem Bewegungsaufnehmer durch ein leichtes Gewicht straff gehalten wird und an der anderen Seite an der B-Sonde befestigt ist. Die Messwerte der B-Sonde und des Bewegungsaufnehmers wurden dann mit dem CASSY®-System von Leybold ausgewertet.

Dabei ergibt jedes am Optikreiter eingestellte Wertepaar (y,z) eine 2-dimensionale Messaufnahme, d.h. einem Wert x vom Bewegungsaufnehmer wird ein Messwert B von der B-Sonde zugeordnet. Um eine

‚magnetische Landkarte‘ zu erhalten, sind mehrere solche Messaufnahmen nötig. Die Seitenverstellbarkeit des Optikreiters erlaubt ein ‚Abrastern‘ der zu messenden Magnete, d.h. durch einfaches Drehen an der seitlichen Stellschraube lässt sich der y-Wert variieren, so dass man für verschiedene y einzelne Messaufnahmen erhält, die sich mit CASSY@Lab zu einer Messreihe vereinigen lassen. Der seitliche Abstand zweier Messaufnahmen beträgt im vorliegenden Fall generell 0,5 mm. Bei der Messung zeigte sich allerdings, dass das Feld mitten über einem einzelnen Magneten recht konstant ist, so dass, wenn der Messpunkt mehr als 1,5 mm von einer Kante eines Magneten entfernt ist, der Abstand einzelner Messaufnahmen auf 1 mm erhöht werden konnte. Die Höhen-Stellschraube wird nicht benötigt, da wir uns zunächst nur für die Feldstärke in einer zur Magnetplatte parallelen Ebene interessieren.

Über die ASCII-Export-Funktion von CASSY@Lab können die Messwerte anderen Kalkulationsprogrammen (Im konkreten Fall wurden Excel und Origin 6.1 verwendet) zugänglich gemacht werden. Mit Hilfe dieser Programme wurden die ‚magnetischen Landkarten‘ wie Abb. 9a) und auch bei der Schachbrettmagnetplatte (Abb. 5) erstellt.

#### 4.2.3 Levitatorgeometrie

Auf der oben beschriebenen Magnetbahn wurde mit verschieden geformten Levitatoren experimentiert. Dabei zeigte sich, dass die Geometrie dieser Levitatoren ganz fundamental die Schwebeeigenschaften auf der Bahn bestimmt.

##### a) Rechteck, das breiter ist als ein Magnet

Diese Form erwies sich als die Günstigste. Da in diesem Fall das Graphitplättchen breiter ist als die Magnete der mittleren Reihe, überdeckt das Plättchen mit seiner Geometrie nicht nur den Potentialberg in der Mitte, sondern auch die beiden Potentialtöler rechts und links der mittleren Magnetreihe. Integriert man wieder die Näherungsformel (11) über das ganze Volumen des diamagnetischen Plättchens, so sollte sich das Integral bei seitlichen Verschiebungen (y-Richtung) möglichst stark ändern, damit der Diamagnet in dieser Richtung stabil gehalten werden kann. Aufgrund dieser Überlegungen sollte der Levitator genauso breit sein wie der Abstand zwischen den Orten, an denen  $B_z^2$  an den Innenseiten der äußeren Reihen abzufallen beginnt; im vorliegenden Fall ca. 10-12 mm. Ist das Graphitplättchen breiter, so zeigte sich, dass es geneigt war, seitlich von der Bahn zu gleiten. Dies verstärkte sich, je breiter das Plättchen geschnitten war. Ist der Levitator schmaler, so verhält er sich mit abnehmender Breite stärker wie ein Levitator des Typs c) (siehe dort).

So stabil wie der diamagnetische Körper in y-Richtung sein sollte, so instabil sollte er in x-Richtung sein, um möglichst gleichmäßig über



die Bahn schweben zu können. Daher spielt die Länge eine ebenso große Rolle wie die Breite. Hier sollte sich das Integral der Näherungsformel (11) bei Verschiebungen parallel zur x-Achse möglichst wenig ändern, damit das Graphitplättchen nicht in einem Potentialloch ‚hängen bleibt‘. Für die Levitatorlänge bieten sich daher ganzzahlige Vielfache der Magnetlänge an. Experimentell zeigte sich, dass mit 1 mm zusätzlich die besten Ergebnisse erzielt werden konnten. Beachtet man die obige Längenregel, so gilt dennoch: Je länger der Diamagnet ist, desto geringer ist seine Neigung, in Potentiallöchern hängen zu bleiben. Allerdings wirkt sich eine zu große Länge dann negativ aus, wenn die Magnetbahn eine Kurve beschreibt. Der Levitator kann in diesem Fall nicht mehr gleichmäßig die mittlere Magnetreihe überdecken.

Auf der verwendeten Magnetbahn ergeben sich folgende, günstige Abmessungen: Breite in allen Fällen: 11 mm. Länge: 27/40/53 mm.

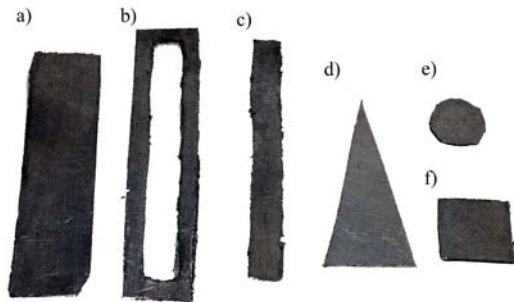


Abbildung 10: Verschieden geformte Levitatoren aus Graphitfolie (unorientiertes Graphit)

b) Rechteckiger Rahmen

Diese Levitatorgeometrie eignet sich nicht sehr gut für ein Schweben auf der Magnetbahn, aber ihr Verhalten darauf zeigt, wie solches Schweben und die seitliche Führung funktionieren. Da es in diesem Fall kaum diamagnetisches Material über dem in z-Richtung stark inhomogenen Feld gibt, verfügt ein solcher Körper nur über eine sehr geringe Schwebehöhe und kann leicht über den Magneten schleifen. Diese Reibung bremst den Diamagneten, und berührungsfreies Schweben über die Magnetbahn ist auch trotz der nun deutlich geringeren Masse unmöglich. Allerdings bietet diese Geometrie eine sehr hohe seitliche Stabilität. Ist der Rahmen so geschnitten, dass er rechts und links genau in die beiden Potentialtäler passt, so führt eine seitliche Translation in jedem Fall zu einem starken Energieanstieg. Dieser Energieanstieg ist wesentlich höher als im Fall a), weshalb ein solcher Körper mit relativ hoher Frequenz gedämpft wieder in seine Ausgangsposition zurückschwingt.

c) Rechteck, das schmaler ist als ein Magnet

Legt man einen solchen Körper auf die Magnetbahn, so ist er zunächst in y-Richtung instabil. Um ein Energieminimum anzunehmen, versucht ein so geformter Diamagnet in eines der beiden Potentialtäler zu gelangen, um dort dann seitlich stabil zu bleiben. Da dort  $B_z$  nicht mehr hinreichend stark ist, um das Gewicht des Levitators zu tragen, liegt ein solches Objekt, wie im Fall b), schnell auf der Bahn auf, und ein freies Schweben ist nicht möglich. Vergrößert man die Breite, dann überdeckt der Levitator zwar wieder ein fürs Schweben genügend starkes Feld, er wird sich aber trotzdem an einem der beiden Potentialtäler orientieren, und nicht, wie gewünscht, mitten über die Bahn gleiten.

Fasst man die Ergebnisse aus a) bis c) zusammen, dann kommt man zu dem Schluss, dass sich die günstige, rechteckige Form in drei Bereiche einteilen lässt. Zum einen die zwei Bereiche des Levitators, die, wie in b), die Potentialtäler überdecken und so für die seitliche Führung verantwortlich sind, und als drittes der große Bereich in der Mitte, der den diamagnetischen Körper über die Magnetbahn trägt.

Neben einer rechteckigen Grundform sind auch Versuche mit anders geformten Körpern gemacht worden:

d) Dreieck

Wie jeder Körper versucht auch ein dreieckig geformter Levitator eine energetisch möglichst günstige Position einzunehmen. Daher orientiert jedes Dreieck seine Spitze auf der Magnetbahn so, dass sie in einem Potentialtal liegt. In einer solchen Position ist der Levitator seitlich stabil und kann über die Magnetbahn gleiten. Ein rechtwinkliges Dreieck ist dabei leicht stabiler als ein Gleichseitiges. Ein Problem stellt aber die Spitze dar. Da sie in einem Potentialtal liegt, wird sie wegen des schwächeren  $B_z$  nicht so stark angehoben, wie an anderer Stelle; ein Dreieck schwebt daher ganz leicht geneigt über der Bahn. So kann es vorkommen, dass die Spitze an einer ungünstigen Stelle über die Magnetbahn schleift und dadurch gebremst wird.

e) Kreis

Einen diamagnetischen Kreis über eine Magnetbahn gleiten zu lassen, ist praktisch kaum möglich. Zwar kann man einen entsprechend geformten Diamagneten so auf die Bahn legen, dass er hinreichend stabil in einer der flachen Potentialmulden zwischen den Magneten einer Reihe schwebt, doch wenn man versucht, ihn in x-Richtung zu verschieben, dann gleitet er fast zwangsläufig zwischen zwei Magneten seitlich von der Bahn. Um diamagnetisches Material gleichmäßig über eine Magnetbahn fahren zu lassen, ist eine solche Levitatorgeometrie ungeeignet.



Handelt es sich um einen kleinen Kreis (Durchmesser 1-2 mm), so bleibt er stabil über einem Punkt schweben, an dem vier Magneten aneinander stoßen.

f) Quadrat

Ein Quadrat verhält sich ähnlich wie ein Kreis (siehe dort), nur orientieren sich seine Kanten entweder parallel oder genau diagonal zu den Kanten der Magneten. Auf Verschiebungen entlang der x-Achse reagiert ein quadratischer Diamagnet genauso wie ein kreisförmiger (siehe dort). Analoges gilt für kleine Quadrate (Kantenlänge < 4 mm).

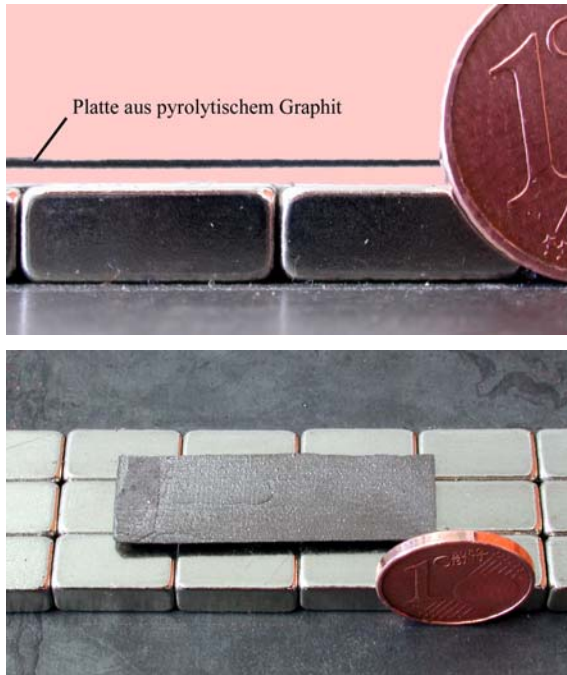


Abbildung 11: Pyrolytisches Graphit auf der Magnetbahn (Münze als Größenvergleich)

#### 4.2.4 Experimente mit pyrolytischem Graphit

Verwendet man stärkere Diamagnete (etwa pyrolytisches Graphit) zeigt sich, dass man über der Magnetbahn relativ hohe Levitationshöhen erreichen kann. Dies hat insbesondere auf den Levitatortyp b) gravierende Auswirkungen. Während ein solcher Levitator aus Graphitfolie praktisch auf der Bahn aufliegt und daher nicht sauber über die Bahn gleiten kann, reicht einem Levitator aus pyrolytischem Graphit wegen seines starken Diamagnetismus das relativ schwache  $B_z$ , das er mit seiner Geometrie überdeckt, für eine hinreichend hohe Levitation aus. Wegen der sehr viel besseren seitlichen Stabilität (höhere Geschwindigkeit bei Kurvenfahrten möglich!) lässt sich dieser Levitatortyp bei Verwendung von pyrolytischem Graphit als optimal bezeichnen. Allerdings gleitet er wegen der höheren seitlichen Rückstellkräfte ‚unruhiger‘ über die Bahn, als es ein massiver Levitator von Typ a) tut.

Die in der obigen Aufzählung gemachten Aussagen kommen allerdings dann wieder zum tragen, wenn

man die stärkere diamagnetische Abstoßung zum Anheben kleiner Lasten ausnutzen will. Da die hohe Feldstärke über der mittleren Reihe der Bahn einen Diamagneten besonders stark abstößt, wird über dieser Magnetreihe auch das meiste Gewicht abgefangen. Ein Levitator vom Typ a) kann daher größere Lasten tragen, ohne auf der Bahn aufzuliegen, als jeder andere Levitatortyp.

Experimentell nicht nachgewiesen wurde das Verhalten eines Dreiecks aus pyrolytischem Graphit. Theoretisch müsste es aber auch in diesem Fall zu Abweichungen von den obigen Aussagen kommen. Die Dreiecksspitze, die sich an dem Potentialtal zwischen den Magneten orientiert, sollte hier auch hinreichend hoch über der Bahn schweben, so dass sie auch in ungünstigen Situationen nicht wie beschrieben über die Magnetbahn schleift.

### 4.3 Magnetwinkel

Wie der Name bereits vermuten lässt, sind die Magnete im Magnetwinkel rechtwinklig angeordnet. Die sich dabei gegenüberstehenden Magnete sind so orientiert, dass sie sich anziehen würden, wären sie nicht in einen ferromagnetischen Winkel gelegt. Entlang des Winkels alterniert die Polung der Magnete. Abb. 12 zeigt einen Magnetwinkel aus 13x7x5 mm<sup>3</sup> großen NdFeB-Magneten, die auf einen 3 mm starken Eisenwinkel gelegt sind.



Abbildung 12: Magnetwinkel mit frei schwebender Bleistiftmine aus Graphit

Die Feldlinien verlaufen in einer solchen Anordnung in einem kleinen Bogen von der einen Seite des Winkels zur Anderen. Bildet die z-Achse die Winkelhalbierende des Magnetwinkels, verlaufen die Feldlinien an der Stelle, an der sich die Magnete berühren, sehr dicht. Mit zunehmenden  $z$  fällt die Feldliniendichte ab. Die Stärke der Feldkomponenten senkrecht zu den Magneten fällt ebenfalls mit zunehmenden  $z$  ab (Feldinhomogenität). Wegen dieser Feldinhomogenität wird ein diamagnetischer Körper senkrecht von jedem der beiden Schenkel des Winkels weggedrückt, somit gibt es eine resultierende (diamagnetische) Kraft entlang der z-Achse. Schmale diamagnetische Körper sollten somit im Magnetwinkel auf der z-Achse frei schweben kön-

nen. Experimentell wurde dies mit einer Bleistiftmine aus Graphit realisiert.

Die abwechselnde Orientierung der Magnetpole auf den Schenkeln stabilisiert einen Diamagneten entlang des Winkels, da so, analog zur Schachbrettmagnetplatte, zwischen den Magneten feldfreie Punkte entstehen (Energieminimum). Jede Auslenkung der Mine aus einer Position lokalen Energieminimums, die noch so klein ist, dass die Mine nicht in das nächste lokale Minimum rutscht, führt zu einer gedämpften Schwingung, die sich sehr gut beobachten lässt.

In den Versuchen zeigte sich, dass diese Anordnung sehr empfindlich gegen Neigung ist. Ist der Magnetwinkel leicht (etwa  $> 10^\circ$ ) nach vorne oder hinten geneigt, so überwindet die Bleistiftmine wegen ihrer Schwerkraft den jeweiligen Potentialberg und gleitet aus dem Winkel. Noch sensibler reagiert die Mine auf seitliches Neigen. Ist der Winkel nur um wenige Grad zur Seite geneigt, so wandert die Bleistiftmine in Richtung des tiefer liegenden Schenkels, bis sie schließlich bei einer Neigung von ca.  $5\text{-}10^\circ$  auf den Magneten aufliegt.

## 5. Diamagnetisch-stabilisierte Levitation

Neben der faszinierenden Eigenschaft, dass diamagnetisches Material in inhomogenen Magnetfeldern schweben kann, gelingt es mit solchem Material ebenfalls, Magnete stabil frei Schweben zu lassen. Genau wie bei der diamagnetischen Levitation widerspricht dies eigentlich dem Satz von Earnshaw.

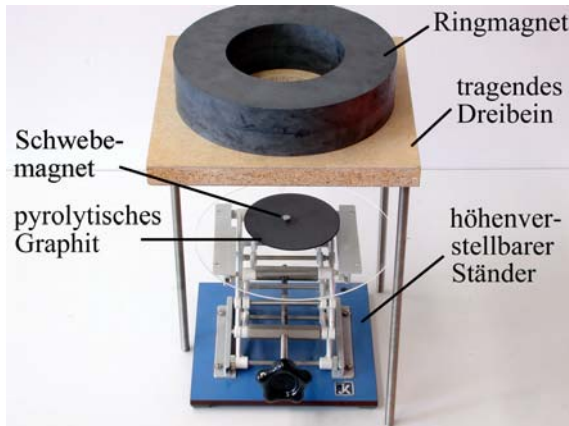


Abbildung 13: Aufbau mit Ringmagnet zum stabilisierten Schweben

Um die Stabilitätsbedingungen für diesen Fall zu erhalten, werfen wir zunächst einen Blick auf die potentielle Energie eines kleinen Magneten (mit magnetischem Dipol  $\vec{M}$ ) in einem Schwerefeld und im Feld eines großen ringförmigen Magneten

$$U = -\vec{M} \cdot \vec{B} + mgz = -MB + mgz \quad (16)$$

Für die Energie ist dabei nur die Stärke des Magnetfeldes interessant, da sich der kleine Magnet wegen der magnetischen Drehmomente entsprechend dem Feld des großen Magneten ausrichtet.

Da magnetische Felder im Vakuum wirbel- und divergenzfrei sind, können wir die Komponenten mit

$$B'_z = \frac{\partial B_z}{\partial z}, B''_z = \frac{\partial^2 B_z}{\partial z^2} \quad (17)$$

zu

$$B_z = B_0 + B'_z z + \frac{1}{2} B''_z z^2 - \frac{1}{4} B''_r r^2 + \dots \quad (18)$$

$$B_r = -\frac{1}{2} B'_r r - \frac{1}{2} B''_r r z + \dots$$

um den Levitationspunkt  $x=y=z=0$  entwickeln. Dabei wurden wegen der Zylindersymmetrie die x- und y-Komponente nach  $r^2 = x^2 + y^2$  bereits zusammengefasst.

Führen wir diese Entwicklung um den Levitationspunkt auch für die Energiegleichung (16) durch, so erhalten wir:

$$U = -M \left[ B_0 + \left\{ B'_z - \frac{mg}{M} \right\} z + \frac{1}{2} B''_z z^2 + \frac{1}{4} \left\{ \frac{B''_z}{2B_0} - B''_r \right\} r^2 + \dots \right] + C_z z^2 + C_r r^2 \quad (19)$$

$C_z$  und  $C_r$  sind hierbei neu eingefügte Terme, die den Einfluss des diamagnetischen Materials wieder spiegeln. Diese Terme werden später näher erklärt. Um die Gravitationskraft am Levitationspunkt zu kompensieren, muss die erste geschwungene Klammer null ergeben (vgl. [Gei99]). Damit erhalten wir die folgende notwendige Schwebekbedingung:

$$B'_z = \frac{mg}{M} \quad (20)$$

Die für freies Schweben hinreichenden Bedingungen lauten:

$$K_v := C_z - \frac{1}{2} MB''_z > 0 \quad (\text{vertikale Stabilität}) \quad (21)$$

$$K_h := C_r + \frac{1}{4} M \left\{ B''_z - \frac{B''_z}{2B_0} \right\} = C_r + \frac{1}{4} M \left\{ B''_z - \frac{m^2 g^2}{2M^2 B_0} \right\} > 0 \quad (22)$$

(horizontale Stabilität)

(vgl. [Sim01])

Ohne diamagnetisches Material wäre  $C_r = 0$  und  $C_z = 0$ . Wenn  $B''_z < 0$  vertikale Stabilität erzeugen würde, dann wäre der Magnet in einer horizontalen Richtung instabil. Ist hingegen die Feldgeometrie so beschaffen, dass wir horizontale Stabilität erreichen können, dann ist der Schwebemagnet auf jedem Fall vertikal instabil (vgl. [Sim01]).

### 5.1 Magnetfeldgeometrie von Magnetringen

Wie wir den obigen Gleichungen entnehmen können, ist es von großer Bedeutung, wie das Magnetfeld des großen (Trage-)Magneten aussieht. Abb. 14 zeigt den Verlauf der Feldstärke auf der Achse mittig (hier ist Levitation möglich) durch einen 3 cm dicken Ringmagneten mit Innendurchmesser 10 cm und Außendurchmesser 16 cm. Neben der Feldstärke zeigt die Abb. auch die ersten beiden Ableitungen dieses Feldstärkeverlaufs. Es sind alle Orte entsprechend markiert, an denen diamagnetisches, diamagnetisch-stabilisiertes (horizontal wie vertikal) und

spin-stabilisiertes (Levitron®) Schweben möglich ist.

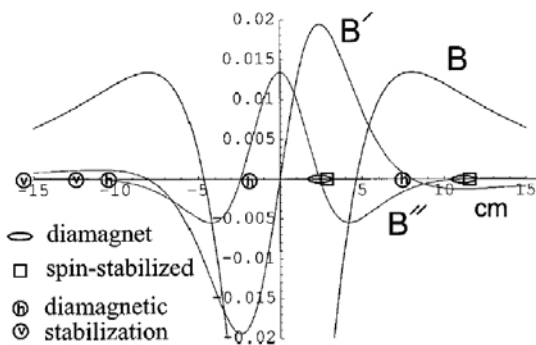


Abbildung 14: Magnetfeld eines Ringmagneten auf dessen Mittelachse (nach [Sim01])

Zwar ist das Magnetfeld eines Ringmagneten symmetrisch, aber experimentell zeigte sich, dass auch in nicht ganz symmetrischen Anordnungen diamagnetisch-stabilisiertes Schweben möglich ist. Abb. 15 zeigt eine solche Anordnung. Eine 3,5 mm starke, gewöhnliche Eisenplatte ist hier, bewusst nicht ganz regelmäßig und rund, mit  $13 \times 7 \times 5 \text{ mm}^3$  großen NdFeB-Magneten belegt. Diese Magnete sind alle gleich orientiert. Legt man also aus gleichorientierten kleinen Magneten in etwa einen Kreis, so ist das resultierende magnetische Feld für Levitationsversuche ausreichend stark und gut geformt.



Abbildung 15: Kreisförmig gelegte NdFeB-Magnete, die alle gleichgepol sind

## 5.2 Vertikale Stabilisierung durch diamagnetische Platten

An Orten im Magnetfeld eines tragenden Ringmagneten, an denen ein kleiner Magnet horizontal stabil ist, ist er nach den Satz von Earnshaw vertikal instabil. In den Gl. (21) und (22) entspricht das der Situation  $C_r = 0$  und  $K_h > 0$ , und es zeigt sich, dass dann  $K_v < 0$  (vertikal instabil) ist, wenn nicht diamagnetisches Material so vorhanden ist, dass es den kleinen Magneten in dieser Richtung stabilisieren kann.

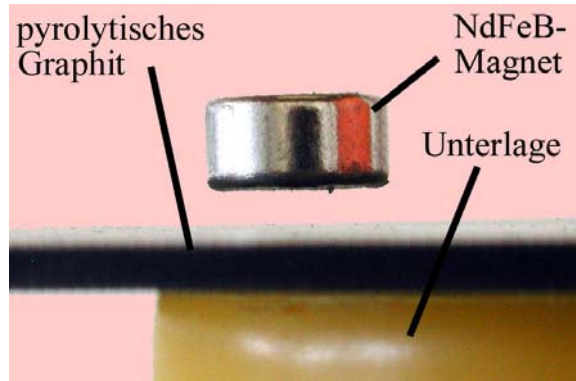


Abbildung 16: Vertikal diamagnetisch-stabilisiertes Schweben eines Permanentmagneten

Die simpelste Möglichkeit, freies Schweben eines Magneten vertikal zu stabilisieren ist, eine diamagnetische Platte (etwa pyrolytisches Graphit) unter den Schwebemagneten zu bringen. Am Levitationspunkt ist die magnetische Anziehungskraft zwischen dem Schwebemagneten und dem Tragemagneten nur unwesentlich kleiner als die Schwerkraft, die auf den Schwebemagneten wirkt. Da der Diamagnet aufgrund seiner Eigenschaften den Magneten nach oben abstößt, ist die resultierende Kraft, die auf den Schwebemagneten wirkt, groß genug, um die Gravitation zu überwinden. Die diamagnetische Abstoßungskraft fällt aber mit zunehmendem Abstand vom Diamagneten mit

$$F_{dia} \sim \frac{1}{D^5} \quad (23)$$

rasch ab (vgl. [Gei99]). Im Fall des freien Schwebens ist die magnetische Anziehungskraft am Levitationspunkt trotz diamagnetischer Unterstützung nicht groß genug, den Magneten weiter anzuziehen, da die diamagnetische Abstoßung schneller abfällt als die magnetische Anziehung ansteigt. Abb. 16 zeigt eine so realisierte Levitation eines kleinen NdFeB-Magneten.

Bringt man nicht nur unterhalb des Schwebemagneten eine diamagnetische Platte an, sondern auch oberhalb, so kann man den Levitationspunkt noch stärker stabilisieren. Sollte dann der Schwebemagnet am Levitationspunkt so stark von Tragemagneten angezogen werden, dass seine Schwere überwunden werden kann, so zwingt ihn bei Annäherung an die obere Platte die diamagnetische Abstoßung dazu, sich nicht weiter in Richtung des Tragemagneten zu bewegen.

Für eine solche Anordnung berechneten Simon und Geim die bereits erwähnte Größe  $C_z$  wie folgt:

$$C_z = \frac{6M^2|\chi|\mu_0}{\pi D^5} \quad (24)$$

wobei  $M$  den magnetischen Dipol des Schwebemagneten und  $D$  den Plattenabstand bezeichnet (vgl. [Sim01]).



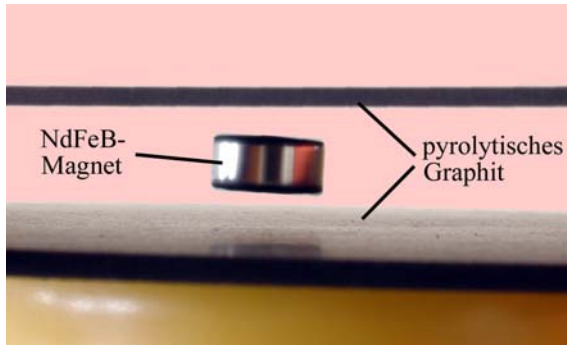


Abbildung 17: Zwischen zwei Graphitplatten schwebender Permanentmagnete

Mit Hilfe besonders starker Magnete ist es möglich, den schwachen Diamagnetismus des Wassers auszunutzen. So wird in der Literatur die eindrucksvolle Levitation eines Permanentmagneten zwischen zwei Fingern (Wasser) beschrieben (vgl. [Gei99]).

### 5.3 Horizontale Stabilisierung durch einen diamagnetischen Hohlzylinder

Im Magnetfeld eines großen Ringmagneten gibt es neben den in Kap. 5.2 beschriebenen Orten horizontaler Stabilität auch Orte, an denen ein kleiner Magnet vertikal stabil ist. In den Gl. (21) und (22) entspricht dies analog zu Kap. 5.2 der Situation  $c_z = 0$  und  $\kappa_v > 0$ . Auch in diesem Fall wäre ohne diamagnetisches Material der Schwebemagnet in der orthogonalen Richtung instabil, d.h.  $\kappa_h < 0$ . Man benötigt also einen Diamagneten, der den Schwebemagneten horizontal umschließt. Dies lässt sich mit einem Hohlzylinder aus Graphit oder Wismut realisieren. Auch für diesen Fall kann man der Literatur eine Formel für die bereits erwähnte Größe  $c_r$  entnehmen:

$$c_r = \frac{45\mu_0 |\chi| M^2}{16D^5} \quad (25)$$

Hier bezeichnet  $D$  den Innendurchmesser des diamagnetischen Hohlzylinders (vgl. [Sim01]).

Wählt man  $D$  zu groß, wie in Abb. 18, so gelingt es nicht, den Schwebemagneten genau auf der Mittelachse des Hohlzylinders schweben zu lassen. Gl. (25) bestimmt auch beim Hohlzylinder den Abfall der diamagnetischen Kraft mit zunehmendem Abstand von der Zylinderinnenseite. Der Magnet wird in Richtung der stärksten magnetischen Anziehung versuchen, von der Mittelachse auszubrechen, bis er durch rasch ansteigendes  $F_{dia}$  daran gehindert wird.

Das erklärt, warum der Schwebemagnet in Abb. 18 leicht nach links verschoben ist. In einer 6 mm Bohrung schwebt derselbe Magnet unter sonst identischen Voraussetzungen stabil auf der Mittelachse der Bohrung.

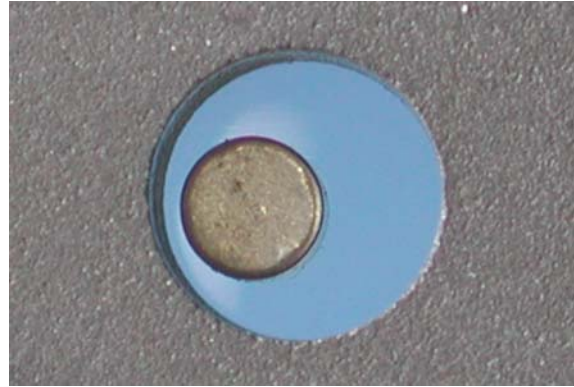


Abbildung 18: Durch Graphit horizontal stabilisiert schwebender NdFeB-Magnet (Durchmesser 4 mm). Der Innendurchmesser der Bohrung beträgt 8 mm.

Während vertikal stabilisiertes Schweben nur unterhalb des Tragemagneten realisierbar ist, gibt es eine Position oberhalb dieses Magneten, an der horizontal stabilisiertes Schweben möglich ist. Diese Position ist besonders erwähnenswert, da der kleine Magnet frei schwebt, obwohl er so orientiert ist, dass sich Trage- und Schwebemagnet eigentlich anziehen müssten. „Diese Konfiguration erinnert uns daran, dass nicht die Feldrichtung, sondern der Feldgradient bestimmt, ob ein Magnet angezogen oder abgestoßen wird.“ (v. Verf. a. d. Engl. übersetzt) ([Sim01] S.709)

## 6. Ausblick und Abschlussbemerkung

Auch wenn die hier beschriebenen Levitationsversuche nur in einem sehr kleinen Maßstab durchgeführt wurden, so geht dennoch von ihnen eine große Faszination aus. Jedes ‚Physikerherz‘ lässt sich unter dem Eindruck eines sich schwerelos bewegenden Körpers dazu hinreißen, mit den kleinen diamagnetischen Teilchen und den starken Permanentmagneten zu ‚spielen‘. Vergleicht man die Unterschiede im Levitationsverhalten zwischen gewöhnlichem und pyrolytischem Graphit, so erkennt man, dass die Möglichkeiten diamagnetischen Schwebens in dem Maße zunehmen, wie auch der Diamagnetismus stärker wird. Demnach erscheinen Überlegungen, mit Supraleitern (perfekten Diamagneten) Lasten wegen der nicht vorhandenen Reibung kontaminationsfrei zu transportieren, nicht unrealistisch.

Im Gegensatz dazu wird es aber wohl Science-Fiction bleiben, in einem starken Magnetfeld Menschen, die zum größten Teil aus diamagnetischem Wasser bestehen, schweben zu lassen. Dazu wäre eine Energie von etwa 1 GW nötig, um ein ca. 40 T starkes Magnetfeld zu erzeugen (vgl. [Gei99]). Berücksichtigt man diese großen Werte, so wird deutlich, dass auch zukünftige Astronauten die Schwerelosigkeit des Weltraums nicht mittels starker Magnetfelder auf der Erde simulieren können.



## 7. Dank

Besonderer Dank gilt Herrn Dr. Ortwin Schenker für wertvolle Hinweise und die Anregung, diese Thematik für die Schulphysik aufzuarbeiten.

Herrn Carsten Bruns gilt unser Dank für die Hilfe bei den Experimenten.

## 8. Literatur

- [Ber97] BERRY, M. V.; GEIM, A. K.: Of flying frogs and levitrons. In: *Eur. J. Phys.* **18**, (1997), S. 307-313
- [Boe56] BOERDIJK, A. H.: Levitation by static magnetic fields. In: *Philips Tech. Rev.* **18**, (1956/57), S. 125-127
- [Bra39a] BRAUNBEK, Werner: Freischwebende Körper im elektrischen und magnetischen Feld. In: *Zeitschrift für Physik* **112**, (1939), S. 753-763
- [Bra39b] BRAUNBEK, Werner: Freies Schweben diamagnetischer Körper im Magnetfeld. In: *Zeitschrift für Physik* **112**, (1939), S. 764-769
- [dtv70] *dtv-Lexikon der Physik – Band 2*. München : dtv Deutscher Taschenbuch Verlag 1970
- [Ear42] EARNSHAW, Samuel: On the nature of the Molecular Forces which regulate the Constitution of the Luminiferous Ether. In: *Transactions of the Cambridge Philosophical Society* **7**, (1842), S. 97-112
- [Ems70] EMSLIE, Alfred G.; SIMON, Ivan: *Magnetic support systems*. US-Patent-Nr. 3,493,274 (1970)
- [Gei99] GEIM, A. K.; SIMON, M. D.; BOAMFA, M. I.; HEFLINGER, L. O.: Magnet levitation at your fingertips. In: *Nature* **400**, (1999), S. 323-324
- [HCRS] Homepage von HC&RS Home Labor Page  
URL: [www.hcrs.at](http://www.hcrs.at)  
Besucht am 20. Feb. 2003
- [HFML] Homepage HFML High Field Magnet Laboratorium an der Universität Nimwegen  
URL: [www-hfml.sci.kun.nl](http://www-hfml.sci.kun.nl)  
Besucht am 20. Feb. 2003
- [Kem38] KEMPER, Hermann: Schwebende Aufhängung durch elektromagnetische Kräfte: eine Möglichkeit für eine grundsätzlich neue Fortbewegungsart. In: *Elektrotechnische Zeitschrift* **59** (15), (1938), S. 391-395
- [Kle00] KLEINEMANN, Karl: *Aufbau der Materie*. Düsseldorf. Universität, Institut für physikalische Chemie und Elektrochemie I, Vorlesungsscript, 2000  
URL: [www.uni-duesseldorf.de/MathNat/pc1/vorlesung](http://www.uni-duesseldorf.de/MathNat/pc1/vorlesung)  
Besucht am 25. Feb. 2003
- [Max73] MAXWELL, James Clerk: *A Treatise on Electricity and Magnetism – Vol. I*. Oxford : Clarendon 1873
- [Nol97] NOLTING, Wolfgang: *Grundkurs Theoretische Physik – 3 Elektrodynamik*. Braunschweig; Wiesbaden : Vieweg 1997
- [Sim00] SIMON, M. D.; GEIM, A. K.: Diamagnetic levitation: Flying frogs and floating magnets (invited). In: *Journal of Applied Physics* **87** (9), (May 2000), S.6200-6204
- [Sim01] SIMON, M. D.; HEFLINGER, L. O.; GEIM, A. K.: Diamagnetically stabilized magnet levitation. In: *American Journal of Physics* **69** (6), (June 2001), S. 702-713