technic-didact 8/4, 225 (1983)

Untersuchungen zur Energetik des Fahrrads

H. J. Schlichting; R. Nobbe

1. Vorbemerkung

Die folgenden Ausführungen sind als Fortsetzung des in dieser Zeitschrift erschienenen Artikels "Physik des Alltags am Beispiel der Energetik des Fahrrads" /3/ zu verstehen. Eines der wesentlichen Ergebnisse dieses Beitrages bestand darin, daß unter den gegebenen Bedingungen die Rollreibung nur bei niedrigen Geschwindigkeiten einen größeren Einfluß auf die aufzubringende Leistung hat. Bei einer Geschwindigkeit von 13,5 km/h sind Rollreibung und Luftwiderstand gleich groß. Bei höheren Geschwindigkeiten dominiert der Luftwiderstand /vgl. 3; Bild 3/. Beispielsweise hat die Rollreibung bereits bei 30 km/h mit einer Leistung von 29 W nur noch einen Anteil von 17 %an der Gesamtleistung von 174 W. Es ist daher von großem Interesse, die Einflüsse auf den Luftwiderstand näher zu untersuchen. Dazu soll im folgenden Abschnitt 2 zunächst die Wirkung des Windes auf den Radfahrer in einigen ausgewählten Situationen betrachtet werden. Anschließend werden in Kapitel 3 Möglichkeiten des Radfahrers angesprochen, den Luftwiderstand von sich aus zu beeinflussen.

In Abschnitt 4 sollen schließlich die Beschränkung der ebenen Fahrbahn fallengelassen und Steigungen bzw. Gefälle berücksichtigt werden. In dem abschließenden Kapitel 5 sollen Meßergebnisse, die um die Jahrhundertwende erhoben wurden, mit den unsrigen verglichen und interpretiert werden.

2. Einfluß des Windes

In /3/ wurde die auf einen Radfahrer bei einer Geschwindigkeit $\vec{v}$ wirkende Kraft $F(\vec{v})$ und die zur Überwindung dieser Kraft aufzubringende Leistung $P(\vec{v})$ unter Berücksichtigung des Windes konstanter Geschwindigkeit $\vec{v}_w$ aus einer Richtung θ, (wobei $\theta = 0$ für Rückenwind gewählt wurde), abgeleitet:

$$\vec{F}(\vec{v}) = \vec{F}_R + \vec{F}_L$$

$$\vec{F}(\vec{v}) = \vec{F}_R + \frac{1}{2}\rho c_w A\sqrt{v^2 + v_{w^2} - 2vv_w\cos\theta}\,(\vec{v} - \vec{v}_w) \tag{1}$$

$$P(\vec{v}) = P_R + P_L$$

$$P(\vec{v}) = F_R v + \frac{1}{2}\rho c_w A\sqrt{v^2 + v_{w^2} - 2vv_w\cos\theta}\,(v - v_w\cos\theta)\,v \tag{2}$$

Es wurde dort aber nur der Fall der Windstille, $\vec{v}_w = 0$, untersucht. Im Folgenden soll der Wind berücksichtigt und an einigen Beispielen diskutiert werden.

Bild 1 stellt folgende Verhältnisse dar: Der mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ fahrende Radfahrer fährt bei Wind der Geschwindigkeit $\vec{v}_w$ effektiv relativ zur Luft mit einer Geschwindigkeit $\vec{v}_{rel}$. Dazu machen wir uns noch einmal klar, daß die Energie, die ein Radfahrer aufzubringen hat, um eine bestimmte Geschwindigkeit v aufrechtzuerhalten, dazu dient, die Energieverluste aufgrund von Reibung genügend schnell auszugleichen: In dem Maße, wie die kinetische Energie durch das Wegschieben der Luftsäule und der Rollreibung dissipiert wird, muß dieser Verlust durch die Muskelenergie des Radfahrers wieder ersetzt werden. Bei gleichförmiger Bewegung wird also die gesamte vom Radfahrer aufgebrachte Energie an die Umgebung abgegeben. Wie schnell die dissipierte Energie ersetzt, d.h. welche Leistung vom Radfahrer aufgebracht worden muß, hängt - wie man der Herleitung von Gl. (2) in /3/ entnimmt - von der Kraft ab, die zum Wegschieben der Luftsäule (die im wesentlichen durch die Länge der Luftsäule bestimmt ist) und zur Überwindung der Rollreibung erforderlich ist.

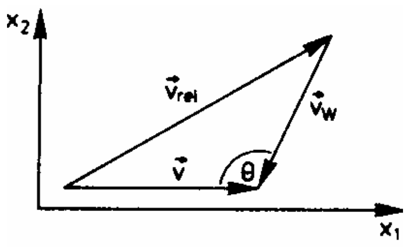

Bild 1 Geschwindigkeitsvektoren beim Radfahren gegen Wind

Im Unterschied zur Windstille, bei der die pro Zeiteinheit aufzubringende Energie nur durch eine Änderung der Fahrgeschwindigkeit $\vec{v}$ verändert wird, hat Wind auch bei unverändertem $\vec{v}$ einen Einfluß auf die Leistung. Denn durch den Wind wird die Länge der pro Zeiteinheit wegzuschiebenden Luftsäule und damit die Kraft als einer der leistungsbestimmenden Faktoren beeinflußt.

Mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ gegen einen Wind der Geschwindigkeit $\vec{v}_w$ zu fahren, bedeutet daher nicht dasselbe wie bei Windstille mit einer Geschwindigkeit $\vec{v} + \vec{v}_w$ zu fahren. Die aufzubringende Leistung ist geringer. Nehmen wir ein Beispiel: Ein Fahrradfahrer, der gegen einen Wind von $v_w = 20km/h(\theta = 180°)$ eine Fahrgeschwindigkeit $v = 20km/h$ aufrechterhalten möchte, muß eine Leistung von 177 W aufbringen. Mit derselben Leistung würde er bei Windstille nicht etwa 40 km/h sondern nur 31 km/h fahren können.

Ruht der Radfahrer im Wind, dann muß er zwar keine Leistung aufbringen. Es wirkt aber eine Kraft

$$\vec{F}(0) = \vec{F}_R - \frac{1}{2}\rho c_w A v_w \vec{v}_w$$ [1]

mit einer Komponente

$$F_{\parallel}(0) = F_R - \frac{1}{2}\rho c_w A v_{w^2} \cos\theta \qquad (3)$$

in Fahrt- bzw. Gegenfahrtrichtung ($\vec{F}_R$ ist in diesem Fall die Haftreibungskraft). Während für Wind von vorn stets eine verzögernde Kraft wirkt, hat Rückenwind die Tendenz, den Fahrer "anzuschieben". Ist der Rückenwind stärker als die Rollreibungskraft, dann könnte der Radfahrer antriebslos vor dem Wind herfahren. Denn ab einer bestimmten Rückenwindgeschwindigkeit $v_w{}'$ wird in Gl. (3) $F_{\parallel}(0)$ negativ.

Für die von uns in /3/ benutzten Zahlenwerte $F_R = 3{,}5N$, $c_w = 0{,}83$, $A = 0{,}43m^2$ und $\rho = 1{,}29kg/m_3$ muß ein Rückenwind $(\theta = 0°)$ wenigstens 3,9 m/s (≅14 km/h) betragen, damit sich der Radfahrer vom Wind treiben lassen kann. Eine nennenswerte Fahrgeschwindigkeit würde sich erst bei entsprechend höheren Rückenwindgeschwindigkeiten einstellen.

Kommt der Wind aus seitlichen Richtungen, so kann er je nach der Windrichtung verzögernd oder beschleunigend wirken. Eine Beeinträchtigung ist vom Seitenwind auf jeden Fall insofern gegeben, als von ihm eine Kraftwirkung senkrecht zur Fahrtrichtung ausgeht, die durch "leistungsverzehrendes" Gegenlenken zu kompensieren ist.

Sieht man von diesem rechnerisch schwer zu erfassenden Effekt ab und betrachtet (senkrechten) Seitenwind (θ = 90° oder 270°), so würde man vermuten, daß kein Einfluß auf die Leistung eintritt, d.h. dieselbe Leistung wie bei Windstille zu erwarten ist. Die Rechnung zeigt, daß dies nicht der Fall ist. Bei einem Seitenwind von $v_w = 5m/s(\theta = 90°)$ und bei einer Fahrgeschwindigkeit von 20 km/h ergibt sich beispielsweise eine aufzubringende Leistung von etwa 73 W gegenüber 60 W bei Windstille. Das sind 20 % mehr. Selbst wenn der Wind schon etwas von hinten kommt, z. B. aus der Richtung θ = 80°, ist unter den gegebenen Bedingungen noch etwa dieselbe Leistung wie bei Windstille aufzubringen. Dieses Phänomen läßt sich dadurch erklären, daß aus der Sicht des bewegten Radlers ein (aus der Sicht des ruhenden Beobachters) senkrecht auftreffender Wind etwas schräg von vorn kommt. Dies ist der Erfahrung ähnlich, daß ein senkrecht fallender Regen einen laufenden Menschen schräg von vorn trifft: Um nicht naß zu werden, muß er den Regenschirm umso stärker nach vorn neigen, ja schneller er läuft. (Eine ausführliche Diskussion dieses Sachverhaltes findet man in /2/. Es ist also etwas dran an der Erfahrung eines Radlers, daß Wind von hinten seltener ist als Wind von vorn.

Die Gesamtleistung $P(v,\theta)$ als Funktion der Geschwindigkeit für verschiedene Winkel θ entnehme man Bild 2.

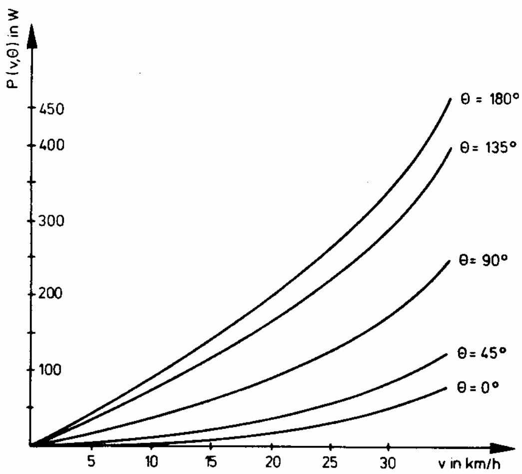

Bild 2: Die Gesamtleistung als Funktion der Geschwindigkeit für verschiedene Windrichtungswinkel

3. Einfluß der Fahrerhaftung

Die einzige Möglichkeit des Radfahrers, auf den Luftwiderstand Einfluß zu nehmen, besteht darin, seine Querschnittsfläche A zu verringern, (wenn man einmal von konstruktiven Veränderungen des Fahrers im Hinblick auf eine c_w-Wert- Verringerung absieht). In der Tat sind Rennräder so konstruiert, daß der Fahrer eine stark gebeugte, sogenannte Rennfahrerhaltung annehmen kann, wodurch in unserem Fall die Querschnittsfläche von 0,43 m² auf 0,36 m² vermindert werden konnte. Wir haben die in /3/ beschriebenen Messungen bei Rennfahrerhaltung wiederholt und den in Bild 3

[1] $\vec{F}_R$ ist in diesem Fall die Haftreibungskraft

dargestellten Graphen für die Gesamt- und die Teilleistungen P', PR' und P_L' erhalten. Zum Vergleich wurde zusätzlich die Gesamtleistung P bei Tourenfahrerhaltung aufgetragen. Wegen der Dominanz des Luftwiderstandes bei hohen Geschwindigkeiten macht sich dort eine starke Leistungsreduzierung bemerkbar. Beispielsweise benötigt man für eine Geschwindigkeit von 30 km/h eine Leistung P' von nur etwa 115 W. Dafür muß man bei Tourenfahrerhaltung fast die Hälfte mehr investieren, nämlich 165 W. (Mit dieser Leistung könnte man umgekehrt bei Rennfahrerhaltung fast mit einer Geschwindigkeit von 35 km/h fahren.

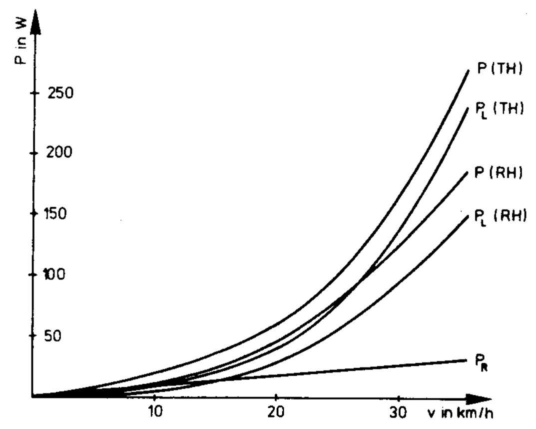

Bild 3: Gesamtleistung P und die Leistung aufgrund des Luftwiderstandes P_L in Abhängigkeit der Haltung: TH = Tourenfahrerhaltung, RH = Rennfahrerhaltung.

Eine Anpassung der durch unser Modell gegebenen Gl. (2) - mit v_w = 0 - an die Maßwerte für Rennfahrerhaltung zeigt darüber hinaus, daß man die beste Übereinstimmung bei einem niedrigeren c_w-Wert - c_w = 0,65 statt 0,9 bzw. 0,83 /vgl. 3; 32/ - erhält. Das weist darauf hin, daß durch die Rennfahrerhaltung nicht nur die Fläche verringert, sondern außerdem die Windschlüpfrigkeit verbessert wird. Dies dürfte auch anschaulich klar sein. Durch die konvexe Krümmung des Körpers bei der Rennfahrerhaltung nähert man sich ein wenig mehr der Stromlinienform an.

4. Einfluß von Steigung und Gefälle

Läßt man die Bedingung der ebenen Fahrbahn fallen und bezieht Steigungen und Gefälle - soweit dies in einfacher Weise möglich ist - in die Überlegung na ein, dann muß man die auf den Radler wirkende Hangabtriebskraft $\vec{F}_S$ in Gl. (1) und (2) berücksichtigen, welche gemäß Bild 4 betragsmäßig gleich

$$F_S = \pm mg \sin\alpha$$

ist, wobei m die Gesamtmasse von Radler und Rad, g die Erdbeschleunigung und α den Steigungswinkel bezeichnen. $\vec{F}_S$ unterscheidet sich insofern von Rollreibung $\vec{F}_R$ und Luftwiderstand $\vec{F}_L$ als es keine Energiedissipation bewirkt, sondern - wenn man so will - zu einer Speicherung potentieller Energie beim Bergauffahren ("+"-Zeichen) bzw. Ausnutzung gespeicherter Energie beim Bergabfahren ("-"-Zeichen) führt. Auf die Gesamtenergiebilanz ei-

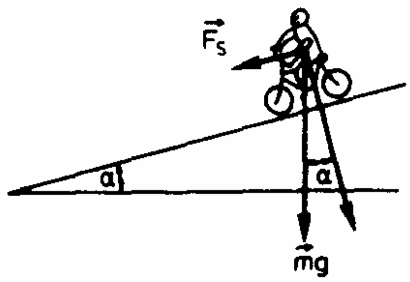

Bild 4: $\vec{F}_R$ ist in diesem Fall die Haftreibungskraft

nes zum Ausgangspunkt zurückkehrenden Radlers hat dieser Term daher unabhängig von den während der Rundfahrt zu bewältigenden Steigungen und Gefälle keinen Einfluß, wenn man einmal davon absieht, daß beim Bergabfahren gelegentlich gebremst wird, um die Geschwindigkeit in Grenzen zu halten. Streng genommen hat man auch noch die Wirkung von Gefälle und Steigung auf die Rollreibung $\vec{F}_R$ zu berücksichtigen. Da F_R in guter Näherung proportional zur Gesamtmasse m gesetzt werden kann,

$$F_R = \mu mg$$

(μ =Rollreibungskoeffizient[2], g = Erdbeschleunigung), durch Steigungen und Gefälle aber die auf das Fahrrad wirkende Gewichtskraft um den Faktor cosα reduziert wird, wirkt nunmehr eine entsprechend geringere Rollreibungskraft

$$F_{R,S} = \mu mg\cos\alpha = F_R\cos\alpha$$

Bei geringeren Steigungen fällt diese Modifikation jedoch kaum ins Gewicht. Gl. (1) und (2) gehen somit dem Betrage nach über in

$$F(v,\alpha) = F_{R,S} + F_S + F_L = m,g(\mu\cos\alpha \pm \sin\alpha) + F_L \quad , \qquad (4)$$

$$P(v,\alpha) = P_{R,S} + P_S + P_L = mg\,(\mu\cos\alpha \pm \sin\alpha)\,v + P_L \qquad (5)$$

Nehmen wir ein Beispiel: Ein Radler läßt sich eine abschüssige Asphaltstraße antriebslos hinunterrollen. Welche Endgeschwindigkeit erreicht er? Der Radfahrer wird so lange beschleunigt bis die auf ihn wirkende, mit zunehmender Geschwindigkeit

---

[2] In unserem Fall /vgl. 3/ ist F_R = 3,5 N für m = 70 kg (Fahrer + Fahrradmasse). Daraus ergibt sich ein $\mu = F_R/(mg)$ = 0,0051.

wachsende Reibungskraft $F_{R,S} + F_L$ gleich der bei konstantem α unverändert bleibenden Kraft F_S ist bzw. $F(v)$ verschwindet:

$$F(v) = F_{R,S} + F_S + F_L = 0$$

Aus dieser Bedingung ergibt sich unter Verwendung von Gl. (l und (4) eine Endgeschwindigkeit von

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{\frac{1}{2}\rho c_w A}}\,.$$

Bei einem 5 %igen Gefälle ($\cong 2{,}9°$) erreicht der Radler ($m = 85 kg, \mu = 0{,}0051$ in Tourenfahrerhaltung) unter Verwendung der obigen Werte immerhin eine Geschwindigkeit v_{max} = 46 km/h, bei einem 10 %igem Gefälle sogar v_{max} = 67 km/h, ohne daß er die Pedalen betätigen müßte. (Unter Gefälle wird im Straßenverkehr nicht der Sinus, sondern der Tangens des eingeschlossenen Winkels verstanden. Bei kleinen Winkeln ist der Unterschied erheblich.) Nimmt der Radler (unter sonst gleichen Bedingungen) auch noch Rennfahrerhaltung ein, dann erhöhen sich die Geschwindigkeiten bei 5 % igem Gefälle auf v_{max} = 57 km/h und bei 10 % igem Gefälle auf 82 km/h. Diese Abschätzungen stimmen einerseits mit der Erfahrung überein, daß man bei Bergabfahrten vielfach genötigt ist, die Geschwindigkeit durch Bremsen zu begrenzen. Außerdem weiß man aufgrund von Messungen, daß bei der Tour de France Geschwindigkeiten von über 80 km/h beim Bergabfahren gefahren werden /5; 236/.

Diese Werte sollten nicht darüber hinwegtäuschen, daß derartigen Gefällen normalerweise Steigungen von gleicher Qualität entsprechen. Man braucht nur nachzurechnen, ob und wenn ja, mit welcher Geschwindigkeit Steigungen von 5 % bzw. 10 % von unserem Radler zu bewältigen wären. Dazu muß man jedoch die Frage stellen - eine geeignete Gangschaltung zur Übersetzungsanpassung vorausgesetzt -, ob diese Spitzenleistungen überhaupt über den dazu notwendigen Zeitraum aufgebracht werden können (siehe dazu z.B. /4, 132 f/).

5. Wie gut sind die heutigen Fahrräder?

Am Ausgangspunkt für die vorliegenden Untersuchungen stand das Problem der Einschätzung der Güte eines Fahrrads /vgl. 3; 27 f/. Wir haben daraus die physikalische Frage nach dem Energiebedarf bzw. der Leistungsanforderung für genau beschriebene Situationen gemacht. Zum Abschluß wollen wir unsere Meßergebnisse mit Meßergebnissen, die von BOURLET im Jahre 1898 /l; 113/gemacht wurden, vergleichen und diskutieren, ob daraus eine Verbesserung (im obigen Sinne) der heutigen Fahrräder gefolgert werden kann. Die Meßergebnisse von BOURLET entsprechen der Situation: Tourenfahrerhaltung (cycliste peu penché) bei Windstille mit A' = 0,6 m² und m = 80 kg. Die von ihm für verschiedene Geschwindigkeiten ermittelten Gesamtleistungen (Tabelle 1) lassen sich mit der von ihm benutzten Formel reproduzieren, wenn man F_R = 8 N setzt.

v in km/h	P in W nach BOURLET (1898)	P in W F_R = 8,0 N
8	21,8	21,9
10	30,2	30,5
12	40,6	40,8
15	60,5	61,1
18	87,6	87,9
20	109,9	110,3
22	136,1	136,3
25	183,6	183,6

Tabelle 2: Maßergebnisse BOURLETs bei Tourenfahrerhaltung (A´=0,6 m²)

BOURLETs Formel stimmt mit unserer Gl. (2) (bei Windstille) überein, wenn man unterstellt, daß er mit A' die effektive Fläche A' = $c_w \cdot A$ meint. Daraus folgt aber, daß die Rollreibungskraft bei BOURLET etwa doppelt so groß ist wie bei einem heutigen Radler mit m = 80 kg Gesamtmasse. Da wir im Rollreibungsterm u.a. auch die Lagerreibung subsumiert haben, könnte man, vergleichbare Fahrbahn und vergleichbaren Reifenluftdruck unterstellt, auf eine große Verbesserung der heutigen Räder schließen. Berücksichtigt man aber Meßergebnisse von BOURLET, die bei Rennfahrerhaltung (cycliste très penché) mit A' = 0,4 m² auf einer Rennbahn ermittelt wurden (Tabelle 2), so muß man zu einer anderen Einschätzung gelangen:
Die gemessenen Gesamtleistungen lassen sich nämlich in diesem Fall mit F_R = 3,1 N mit Hilfe der BOURLET'schen Formel bzw. unserer Gl. (2) reproduzieren. Die Änderung der Fahrerhaltung sollte jedoch keinen Einfluß auf F_R haben. Vielmehr liegt der Schluß nahe, daß die Benutzung der Rennbahn zur Verringerung von F_R führt. Daraus würde folgen, daß das von BOURLET benutzte Fahrrad

v in km/h	P in W nach BOURLET (1898)	P in W F_R = 3,1 N
20	61,5	61,6
25	107,8	107,8
30	174,7	174,9
33	226,4	227,4
36	287,9	289,0
40	387,3	388,2

Tabelle 1: Maßergebnisse BOURLETs bei Rennfahrerhaltung (A´=0,4 m²)

nicht schlechter war als die heutigen Fahrräder sind, und der Unterschied in den Leistungsanforderungen in den besseren Straßenverhältnissen (typischerweise Asphalt- statt Sandwege) der heutigen Zeit seine Erklärung findet.

Literatur:

1) BOURLET, C.: Bicycles in: Bicyclettes II - Le travail -. Paris: Gauthier - Villars 1898.

2) NOBBE, R.: Energetik das Fahrradfahrens: Experimentelle und theoretische Untersuchungen mit einfachen Mitteln. Staatsexamensarbeit. Osnabrück 1983 Unveröffentlicht).

3) SCHLICHTING, H. J.; BACKHAUS, U.: Physik des Alltags am Beispiel der Energetik des Fahrrads. technic-didact 8 (1983) l, S.27.

4) SCHLICHTING, H. J.: Energie und Energieentwertung in Naturwissenschaft und Umwelt. Heidelberg: Quelle & Meyer 1983.

5) WHITT, F. R.; WILSON, D.: Bicycling Science. Cambridge etc,: The MIT Press 1974.