

## Von der Energieentwertung zur Entropie

H. Joachim Schlichting, WWU Münster

*Entropie: Alter der Dinge.  
Vermehrung dessen, was sich nicht mehr verwandeln kann.  
Asche.  
Paul Valéry*

### Einführung der Entropie

Zur physikalischen Beschreibung der lebensweltlichen Energie sind zwei komplementäre physikalische Konzepte nötig: Energie und Entropie. Die Energie beschreibt den Erhaltungsaspekt, die Entropie den Verbrauchs- und Antriebsaspekt. Wir haben vorgeschlagen, die Entropie im Rahmen der Mittelstufenphysik vorläufig durch das (qualitative) Konzept der Energieentwertung zu ersetzen und dadurch ein weitgehendes qualitatives Verständnis der Energetik zu erreichen. Auf dieser Grundlage wird im folgenden ein Weg zu einer Quantifizierung der Energieentwertung als Entropie skizziert.

Ausgangspunkt ist der Vergleich zweier verschiedenen mit Energieentwertung verbundener Vorgänge. Wir legen fest, *dass derjenige zweier Vorgänge mit einer größeren Energieentwertung einhergeht, der den jeweils anderen zurückzuspulen, das heißt entgegengesetzt zu der Richtung zu treiben vermag, in die er von selbst ablaufen würde.* Im Hinblick auf eine Quantifizierung durch eine Zustandsgröße, die Entropie  $S$ , vergegenwärtigen wir uns zunächst, dass an einem von selbst ablaufenden (mit Energieentwertung verbundenen Vorgang) stets zwei Systeme, ein Energie abgebendes und ein Energie aufnehmendes System beteiligt sind. Die Entropie kann somit als Summe der "Wertänderung" des einen und des anderen Systems aufgefaßt werden.

Da rein mechanische oder elektrische Vorgänge, d.h. der Austausch von mechanischer oder elektrischer Energie, in der einen wie in der anderen Richtung, also ohne Energieentwertung ablaufen, ist für die Definition der Entropie nur die Zustandsänderung thermischer Systeme von belang.

Aufgrund der im Begriff der Energieentwertung niedergelegten Vorstellung, dass umso mehr Energie entwertet wird, je mehr davon in der Umgebung landet, liegt es nahe zu definieren: Die Entropieänderung eines (thermischen) Systems ist proportional zur Menge der entwerteten Energie:

$$\Delta S \sim \Delta E = \Delta Q$$

Wie man sich leicht klar macht, ist die Energieentwertung bzw. die Entropieänderung  $\Delta S$  außerdem von der Temperatur der beteiligten Systeme abhängig. Wie lässt sich das in der Definition der Entropieänderung darstellen? Wenn von einem mechanischen System die Energie  $\Delta E$  an ein thermisches System abgegeben wird (Dissipationsvorgang), so ist die damit verbundene Entropieänderung  $\Delta S$  umso größer, je niedriger die Temperatur des (thermischen) Systems ist. Denn wenn die Energie  $\Delta E$  zunächst selbsttätig auf das System mit der höheren Temperatur  $T_1$  übergeht, kann sie von dort auch noch selbsttätig auf das System mit der niedrigeren Temperatur  $T_2$  übergehen. Mit anderen Worten: Die Entropieänderung  $\Delta S(T_2)$ , die beim Übergang von  $\Delta E = \Delta Q$  auf das System mit der niedrigeren Temperatur  $T_2$  hervorgerufen wird, kann als Summe der Entropieänderung  $S(T_1)$  beim Übergang von  $\Delta E$  auf das System mit der höheren Temperatur  $T_1 > T_2$  und der Entropieänderung  $\Delta S(T_1 \rightarrow T_2)$  beim Übergang von  $\Delta E$  von diesem auf das System mit der niedrigeren Temperatur  $T_2$  aufgefaßt werden:

$$\Delta S(T_2) = \Delta S(T_1) + \Delta S(T_1 \rightarrow T_2).$$

Da alle Entropieänderungen positiv sind, gilt insbesondere:

$$\Delta S(T_2) > \Delta S(T_1).$$

Demnach kann die mit der Aufnahme einer Energiemenge  $\Delta E = \Delta Q$  verbundene Entropieänderung als monoton fallende Funktion der Temperatur  $T$  aufgefaßt werden. Man kann sogar zeigen, dass die Entropieänderung umgekehrt proportional zur absoluten Temperatur ist [1]. Mit anderen Worten:

Nimmt ein System der Temperatur  $T$  die Energiemenge  $\Delta E = \Delta Q$  auf, so nimmt seine Entropie um  $\Delta S = \Delta Q/T$

zu. Gibt das System  $\Delta Q$  ab, so nimmt dessen Entropie um den gleichen Betrag ab.

Dabei wurde vorausgesetzt, dass es sich bei den (thermischen) Systemen entweder um Wärmereservoir handelt oder die Energieübertragung in so kleinen Portionen erfolgt, dass man näherungsweise von einer gleichbleibenden Temperatur ausgehen kann.

Als typisches Beispiel eines von selbst ablaufenden (irreversiblen) Vorgangs betrachten wir das Abkühlen einer Teekanne mit heißem Wasser. Kühlt sich das Wasser der Temperatur  $T$  auf Umgebungstemperatur  $T_U < T$  ab, so setzt sich die Gesamtentropieänderung  $\Delta S$  aus der Entropieabnahme des Wassers  $\Delta S_w = -\Delta Q/T$  und der Entropiezunahme der Umgebung  $\Delta S_U = \Delta Q/T_U$  zusammen:

$$\Delta S = \Delta Q (1/T_U - 1/T) > 0.$$

Wegen  $T > T_U$  nimmt die Gesamtentropieänderung zu in Übereinstimmung mit der Tatsache, dass die Abkühlung von Wasser an der Umgebung ein selbsttätiger also mit Energieentwertung verbundener Vorgang ist.

Der Satz von der Entwertung der Energie lässt sich nunmehr als Entropiesatz präzisieren:

*In einem abgeschlossenen System kann die Entropie nicht abnehmen:  $\Delta S \geq 0$ .*

Neben dem als 1. Hauptsatz der Thermodynamik bezeichneten Energiesatz gehört der Entropiesatz als 2. Hauptsatz zu den grundlegenden Prinzipien der Thermodynamik und der Physik überhaupt.

## Entropie als mengenartige Größe

Die Entropie ist wie die Energie eine mengenartige Zustandsgröße. Anders als die (intensive) Größe der Temperatur ist sie proportional zur Stoffmenge (Teilchenzahl) des Systems und kann daher wie die Energie als eine Art Stoff aufgefaßt werden. Mit anderen Worten: Jedes System enthält neben Energie auch Entropie, beides kann zwischen Systemen ausgetauscht werden. Im Unterschied zur Energie, die dabei stets erhalten bleibt, kann – wie am Beispiel der Wärmeleitung deutlich geworden ist – die Entropie dabei zunehmen, also erzeugt werden. Denn obwohl mit der Energie  $\Delta E = \Delta Q$  nur die Entropie  $\Delta S_a = \Delta Q/T$  an die Umgebung übergeht, nimmt die Entropie der Umgebung um  $\Delta S_U = \Delta Q/T_U$ , also stärker zu als dies aufgrund der zugeführten Entropie der Fall sein dürfte. Es wurde also zusätzlich die Entropie

$$\Delta S_i = \Delta Q(1/T_U - 1/T)$$

erzeugt. Das ist genau die Entropiezunahme aufgrund der Irreversibilität des Vorgangs, die wir früher mit Energieentwertung bezeichnet haben:

*Die Energieentwertung ist gleichbedeutend mit der bei einem selbsttätigen (irreversiblen) Vorgang erzeugten Entropie.*

Bei jeder Zustandsänderung tritt daher eine Entropieänderung  $\Delta S$  auf die sich aus der ausgetauschten,  $\Delta S_a$ , und der im System erzeugten Entropie,  $\Delta S_i$ , zusammensetzt:  $\Delta S = \Delta S_a + \Delta S_i$ .

Diesen Zusammenhang kann man sich wiederum

am Beispiel des Wasserverbrauchs in einem Haushalt veranschaulichen. Der Wasserverbrauch durch Kochen, Waschen, Klosettpülen usw. ist mit einer Entwertung des Wassers verbunden, die es unmöglich macht, das Wasser noch einmal für denselben Zweck zu gebrauchen. Die Entwertung besteht in der Verschmutzung des Wassers. Analog dazu kann man sich die Zunahme der Entropie als Zunahme der "Verschmutzung" des Systems vorstellen.

Auf diese Weise wird ein Zusammenhang von Entwertung bzw. Entropie und Verschmutzung nahegelegt. Zwar unterliegt der Stoff, der die Verschmutzung ausmacht einem Erhaltungssatz. Er kann weder erzeugt noch vernichtet werden. Demgegenüber beschreibt die Entropieerzeugung gerade das, was Stoff oder Energie zum Schmutz macht, die Verteilung des oder der ursprünglich an einer Stelle konzentrierten und damit beherrschbaren Stoffes oder Energie über ein größeres Raumgebiet.

Ebenso wie wir eine Energieentwertung als notwendige Voraussetzung für eine Energieaufwertung bzw. als Antrieb für einen Vorgang angesehen haben, hat auch die Verschmutzung etwas Positives. Indem beispielsweise die Umwelt ständig Schmutz aufnimmt, schafft sie die Voraussetzung dafür, dass andere Systeme, z.B. Lebewesen ständig ihren Schmutz loswerden und nicht daran ersticken. Diese Ambivalenz der Entropie sollte immer im Auge behalten werden. Da Entropie nur zunehmen und nicht abnehmen kann, kann sie nur dadurch beseitigt werden, dass sie an ein geeignetes anderes System, typischerweise die Umwelt oder letztlich das Weltall abgegeben wird.

## Unterschiede gleichen sich aus

Temperaturunterschiede, Höhendifferenzen, Spannungen, Stoffkonzentrationen usw. tendieren dazu, sich auszugleichen und denselben Wert anzunehmen. Hinter dieser Tendenz steckt das Bestreben der Entropie (Entropieprinzip) maximal zu werden. Demnach muß das thermodynamische Gleichgewicht, in dem die genannten Unterschiede verschwinden, als Ergebnis der Maximierung der Entropie der zum Ausgleich führenden Prozesse darstellbar sein. Das soll am Beispiel des Ausgleichs zweier unterschiedlicher Wasserstände (verbundene Gefäße) demonstriert werden.

Unsere Ausgangsfrage lautet: Wie groß ist die Entropiezunahme, wenn man zwei unterschiedlich hoch gefüllte Behälter in Verbindung bringt?

Sei  $S$  die durch den Ausgleichsvorgang um

$$\Delta S = \Delta Q/T = (E_a - E_e)/T \quad (1)$$

zunehmende Gesamtentropie  $S_0$  zu Beginn und  $E_i$  die potentielle Energie am Anfang ( $i = a$ ) und am Ende ( $i = e$ ) des Vorgangs. Bezeichnet man des

weiteren mit  $A_j$  und  $h_{ij}$  die Querschnittsfläche und Wasserhöhe der beiden Behälter  $j=1, 2$ , so läuft das Problem darauf hinaus, das Maximum der Entropie  $S$  bezüglich der sich einstellenden Wasserhöhe  $h_{ij}$  eines der Behälter als Variable, etwa  $h_{e1}$  zu bestimmen.

$$dS/dh_{e1} = 0,$$

$$0 = d/dh_{e1}\{(E_a - E_e)/T\}.$$

Unter Ausnutzung der Volumenerhaltung des Wassers:

$$V = A_1 h_{a1} + A_2 h_{a2} = A_1 h_{e1} + A_2 h_{e2} \quad (2)$$

gilt für die potentielle Energie am Anfang und Ende ( $i=a,e$ ) des Vorgangs:

$$E_i = \frac{1}{2} \rho g (A_1 h_{i1}^2 + A_2 h_{i2}^2).$$

Dabei sind  $\rho$  und  $g$  die Dichte des Wassers und die Erdbeschleunigung; der Faktor  $\frac{1}{2}$  berücksichtigt, dass die potentielle Energie gleich der Energie der im Schwerpunkt vereinigt gedachten Masse des Wassers ist. Damit ergibt sich:

$$0 = \frac{1}{2} \rho g (A_1 h_{e1} + (A_1^2/A_2) (h_{a1} - h_{e1}) + A_1 h_{a2})/T.$$

Nach  $h_{e1}$  aufgelöst, erhält man:

$$h_{e1} = (A_1 h_{a1} + A_2 h_{a2})/(A_1 + A_2).$$

Mit Hilfe von Gleichung (2) berechnet sich  $h_{e2}$  zu:

$$h_{e2} = (A_1 h_{a1} + A_2 h_{a2})/(A_1 + A_2).$$

Mit anderen Worten: Am Ende des Vorgangs, nachdem das System ins thermodynamische Gleichgewicht übergegangen ist, sind die Wasserhöhen gleich.

Bezogen auf die ursprünglichen Wasserstände  $h_{a1}$  und  $h_{a2}$  gilt:

$$h_{e1} = h_{e2} = h_e = (A_1 h_{a1} + A_2 h_{a2})/(A_1 + A_2).$$

Man liest unmittelbar ab, dass für den Spezialfall zweier gleich großer Behälter, von denen zu Beginn einer voll und der andere leer ist, die Hälfte der Energie dissipiert wurde.

Dieser Vorgang macht deutlich, dass ein (mechanisches) System nur dann seinen Zustand ändern kann, wenn Energie dissipiert bzw. Entropie erzeugt wird. Auch die in der Mechanik übliche Umschreibung von der Minimierung der potentiellen Energie, kann daran nichts ändern, es allenfalls verschleiern. In der reibungsfreien Mechanik, in der der Energiesatz der Mechanik gilt, kann also kein Gegenstand umfallen und liegenbleiben, kein Niveauunterschied verbundener Gefäße zum definitiven Ausgleich kommen, um nur diese Beispiele zu nennen.

### Das Modell der Wärmekraftmaschine

Die mit der Abgabe der Energiemenge an die Umgebung erzeugte Entropie ist umso größer, je höher die Temperatur des Energie abgebenden Systems ist (siehe oben). Sie ist maximal, wenn es sich um

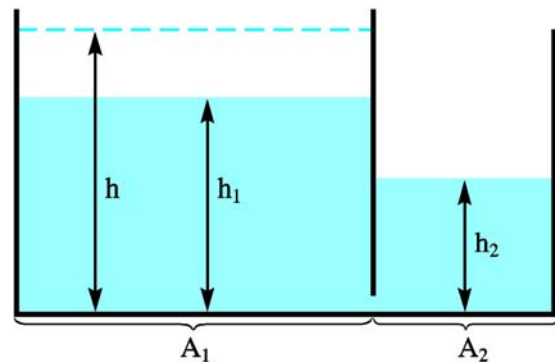


Bild 1: Die Ausgangssituation zweier verschieden großer und unterschiedlich gefüllter Behälter, die mit einander verbunden werden und in den thermodynamischen Gleichgewichtszustand übergehen.

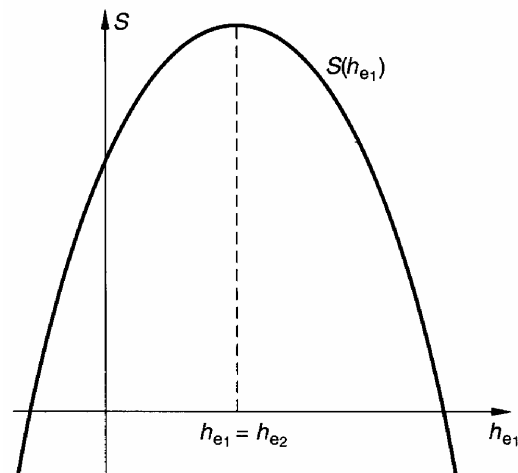


Bild 2: Der Verlauf der Entropie als Funktion der Wasserhöhe  $h_{e1}$  am Ende des Ausgleichsvorgangs

die Abgabe von mechanischer, elektrischer oder mit Einschränkungen auch chemischer Energie handelt. Deshalb gelten diese Energiearten auch als die wertvollsten. So kann beispielsweise mechanische Energie von selbst auf ein System beliebig hoher Temperatur übergehen (Reibung). Die dabei erzeugte Entropie ist umso kleiner, je höher die Temperatur dieses Systems ist. Kurzum: Mechanische Energie  $\Delta E_m$  geht unabhängig von der Höhe der Temperatur des beteiligten (thermischen Systems) von selbst vollständig in thermische Energie über:

$$\Delta Q = \Delta E.$$

Das Umgekehrte gilt natürlich nicht. Ein Vorgang bei dem thermische Energie von selbst in mechanische Energie übergeht, muß je nach der Temperatur des thermischen Systems mehrere Male ablaufen, so dass mehr thermische Energie aufgewandt werden muß, als mechanische Energie entsteht:  $\Delta Q > \Delta E$ .

Der irreversible Prozeß des Übergangs von thermischer Energie von einem System der Temperatur  $T_1$  auf ein System der Temperatur  $T_2 < T_1$ , soll dazu genutzt werden, einen (mechanischen) Vorgang (z.B. Stehenbleiben einer Turbine) zurückzuspulen, bzw. mechanische Energie  $\Delta E_m$  zu erzeugen.

Sei  $\Delta Q_1$  die thermische Energie, die vom Wärmereservoir der Temperatur  $T_1$  (z.B. des auf konstanter Temperatur gehaltenen Kessels einer Wärmekraftmaschine) und  $\Delta Q_2$  die Wärme die schließlich an die Umgebung (bzw. den Kühler) der Temperatur  $T_2$  abgegeben wird. Dann lautet die Frage: Wieviel mechanische Energie  $\Delta E_m = \Delta Q_1 - \Delta Q_2$  lässt sich abzweigen, so dass die gesamte Entropieänderung nicht negativ wird:

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 \geq 0.$$

Dabei ist  $\Delta S_1 = -\Delta Q_1/T_1$  die Entropieabnahme, die mit der Abgabe der Energie  $\Delta Q_1$  und  $\Delta S_2 = \Delta Q_2/T_2 = (\Delta Q_1 - \Delta E_m)/T_2$  die Entropiezunahme die mit der Aufnahme der Energie  $\Delta Q_2$  von der Umgebung verbunden ist:

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = -\Delta Q_1/T_1 + (\Delta Q_1 - \Delta E_m)/T_2 \geq 0.$$

Interessiert man sich für den Anteil der gewonnenen mechanischen Energie  $\Delta E_m$  an der aufgewendeten thermischen Energie  $\Delta Q_1$ , also für den Wirkungsgrad  $\eta = \Delta E_m/\Delta Q_1$ , so folgt daraus:

$$\Delta S = \Delta Q_1(1/T_2 - 1/T_1 - \eta/T_2) \geq 0.$$

Mit anderen Worten:

$$\eta \leq (1 - T_2/T_1).$$

Damit lässt sich die bereits qualitativ gewonnene Einsicht, dass sich aus thermischer Energie umso mehr mechanische Energie gewinnen lässt, je höher die Temperatur des heißen und je niedriger die Temperatur des kalten Reservoirs ist, auch quantitativ abschätzen.

## Das Modell der Wärmepumpe

Ein Zimmer der Temperatur  $T_1$  zu heizen heißt, die Wärmeleitung, bei der die thermische Energie  $\Delta Q_1$  vom Zimmer an die Umgebung der Temperatur  $T_2$  übergeht, ständig rückgängig zu machen. Es muß also die damit verbundene Entropiezunahme  $\Delta S_Z = \Delta Q_1(1/T_2 - 1/T_1)$  mindestens ausgeglichen werden. Benutzt man elektrische Energie zum Heizen, so wird durch die Dissipation der elektrischen Energie  $\Delta E_{el} = \Delta Q_1$  die Entropie  $\Delta S_H = \Delta Q_1/T_2$  erzeugt. Man sieht sofort, dass  $\Delta S_H \geq \Delta S_Z$ , so dass diese Art zu heizen als Verschwendung angesehen werden muß. Wenn man die gesamte Irreversibilität der Dissipation von elektrischer Energie ausnutzen würde, könnte man den Vorgang mehrmals, nämlich um den Faktor

$$\Delta S_H/\Delta S_Z = \Delta Q_1/[T_2 \cdot \Delta Q_1(1/T_2 - 1/T_1)] = T_1/(T_1 - T_2)$$

zurückspulen. Diese theoretische Möglichkeit lässt sich beispielsweise mit Hilfe einer elektrisch betriebenen Wärmepumpe wenigstens teilweise realisieren. Dabei wird thermische Energie aus der Umgebung auf die Heizungsanlage übertragen. Genau genommen muß also für  $T_1$  die Heizkörpertemperatur eingesetzt werden. Diese kann umso niedriger (im Idealfall gleich der Zimmertemperatur) sein, je größer der Heizkörper ist.

## Warum heizen wir die Wohnung?

Diese Frage stellt sich angesichts der durch unsere Ausführungen begründeten Tatsache, dass es bei allen Verrichtungen des Lebens weniger auf die Energie ankommt als – vorwissenschaftlich gesprochen – auf deren Wert bzw. die Entropie. Denn Energie ist u.a. als thermische Energie der Umgebung reichlich vorhanden. Trotzdem lässt sich damit keine Wohnung heizen. Es kommt vielmehr darauf an, den Vorgang der Wärmeleitung, der Wärme durch die Wände zur Umgebung transportiert, ständig durch Zufuhr von Wärme mit Hilfe von Heizkörpern zurückzuspulen und auf diese Weise einen stationären Nichtgleichgewichtszustand oberhalb der Umgebungstemperatur aufrechtzuerhalten.

Robert Emden umschreibt in einer Arbeit aus dem Jahre 1938 diese Situation folgendermaßen: "Auf die Frage, warum wir im Winter heizen, antwortet der Laie: 'Um das Zimmer wärmer zu machen.' Ein Fachmann der Thermodynamik drückt sich möglicherweise so aus: 'Um fehlende Energie zuzuführen.' In diesem Fall erweist sich der Laie, nicht der Gelehrte, als im Recht" [4].

In der Tat, wenn ein Zimmer, sagen wir von der Temperatur  $T_1$  auf  $T_2$  erwärmt wird, verändert sich die kinetische Energie von  $E_1 = 3/2 k N_1 T_1$  auf  $E_2 = 3/2 k N_2 T_2$  ( $k$  ist die Boltzmannkonstante). Da der Luftdruck im Zimmer normalerweise gleich dem Außendruck ist, ändert sich die Teilchenzahl von  $N_1 = p V / (k T_1)$  auf  $N_2 = p V / (k T_2)$ , d.h. es gilt:  $N_1/N_2 = T_2/T_1$ . Setzt man dies in den Ausdruck für die Energie ein, so ergibt sich  $E_1 = E_2$ . Mit anderen Worten: Die Energie bleibt bei einer Erwärmung unverändert, weil durch die Ausdehnung der Luft die aufgrund des Druckkontaktes mit der Umgebung das Zimmer verlassenden Luftteilchen genau so viel Energie mit sich nehmen, wie die verbleibenden Teilchen an Energie durch die Heizung aufnehmen. (Arnold Sommerfelds weist darauf hin, dass die die Energie des Zimmers bei Erwärmung sogar abnimmt, weil die Teilchen selbst Energie (u.a. Kernenergie) mit sich hinaustragen. "Der bemerkenswerte Schluß auf den Vorrang der Entropie über die Energie gilt somit *a fortiori*" [5]).

## Energie aus Mischungsvorgängen

Wenn sich Süß- und Salzwasser vermischen, so geht das aus beiden Wassern zusammengesetzte System ins thermodynamische Gleichgewicht über. Kann die Irreversibilität dieses Mischungsvorgangs genutzt werden, ein anderes System aus dem thermischen Gleichgewicht herauszutreiben, also beispielsweise Wasser anzuheben und damit – konventionell gesprochen – potentielle Energie zu erzeugen?

Die Antwort lautet ja. Mit Hilfe einer semipermeablen Wand, die nur die kleineren Wassermoleküle durchlässt, wird infolge der Mischungstendenz das Süßwasser entgegen der schwerkraftbedingten Tendenz, die Wasserstände gleich zu machen bzw. gleich zu halten, aufgestaut bzw. angehoben und mechanische Energie erzeugt. Wie groß das theoretische Potential der mechanischen Energie ist, lässt sich mit Hilfe der Entropiebilanz abschätzen:

Wir gehen davon aus, dass sich reines Wasser vom Volumen  $V_1$  bei der Temperatur  $T$  mit Meerwasser vom Volumen  $V_2$  mischt. Dabei wird sich aufgrund der Größe des Meeres ( $V_2 \gg V_1$ ) die Salzkonzentration nicht ändern. Da die Salzmoleküle sehr verdünnt im Wasser enthalten sind, können sie wie ein ideales Gas behandelt werden, das sich bei der Mischung mit reinem Wasser irreversibel und isotherm ausbreitet. Dabei erhöht sich die Entropie um (siehe z.B. [6])

$$\Delta S = \Delta Q/T = (\Delta E + p \Delta V)/T.$$

Da sich Temperatur und innere Energie bei einer Entspannung nicht ändern,  $\Delta E = 0$ , erhält man bei Verwendung der idealen Gasgleichung  $pV = NkT$ :

$$\Delta S = N_2 k T \ln((V_1 + V_2)/V_1) = N_2 k T \ln(1 + V_2/V_1).$$

Da  $V_2 \gg V_1$ , kann man näherungsweise setzen:

$$\Delta S \approx N_2 k.$$

Mit anderen Worten: Es wird also die Energie  $T \Delta S = N_2 k T$  dissipiert. Stattdessen kann man den Mischungsvorgang aber durch geeignete Vorrichtungen dazu veranlassen, einen anderen Vorgang zurückzuspulen und beispielsweise Wasser zu einer Wassersäule aufzustauen. Trennt man durch eine semipermeable Wand, die nur die (kleineren) Wassermoleküle durchlässt, das Salz- vom Süßwasser, so kann es nur dadurch zur Mischung kommen, wenn die Wassermoleküle gegen den sich dadurch langsam aufbauenden Schweredruck der wachsenden Wassersäule (siehe Bild 3) ins Salzwasser eindringen (Osmose). Dabei kann (im Idealfall) die gesamte durch Mischung dissipierte Energie als mechanische Arbeit verfügbar gemacht werden:

$$\Delta W = T \Delta S = N_2 k T = p_0 V_2,$$

wobei  $p_0 = N_2 k T/V_2$  der Gasdruck des gedachten idealen Gases, der sogenannte osmotische Druck der Salzlösung ist. Dem entspricht ein (mechanischer) Energiestrom von

$$P = \Delta N/\Delta t k T = p_0 \Delta V_2/\Delta t.$$

Bei der Steighöhe  $h = 0$  ist der (osmotische) Druck  $p_0$  maximal. Mit wachsender Höhe der Wassersäule macht sich der Einfluß der Schwerkraft immer stärker bemerkbar. Bei einer Höhe von  $h_s = p_0 V_1 / m g = p_0 / \rho g$  würden beide Gleichgewichtstendenzen in Form des hydrostatischen Drucks der Wassersäule einerseits und des osmotischen Drucks der Salzlösung andererseits die Waage halten und den Mischungsvorgang zum Stillstand bringen. Sorgt

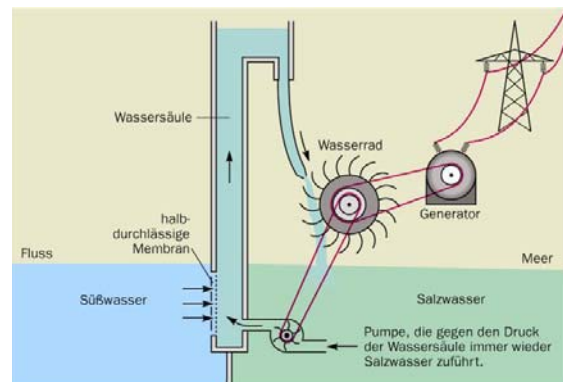


Bild 3: Schema eines Kraftwerks, das die Mischungstendenz von Salz und Süßwasser zur Aufstauung von Wasser nutzt.

man dafür, dass bereits bei einer geringeren Höhe  $h < h_s$  das Wasser überläuft und ein Wasserrad betreibt und gleichzeitig durch Nachschub von Wasser die übrigen Bedingungen (z.B. die Salzkonzentration) gleich bleiben, so kann man einen stationären Zustand erreichen, bei dem der Energiestrom

$$P = \Delta E_{\text{pot}}/\Delta t = \rho g h \Delta V_1/\Delta t = p_0 \Delta V_1/\Delta t,$$

abgezweigt werden kann.

Da der Energiestrom einerseits mit zunehmender Höhe der Wassersäule zunimmt, andererseits mit der dadurch bedingten Abnahme der Druckdifferenz an der Membran abnimmt, muß es bei einer Höhe  $h_m$  einen maximalen Energiestrom geben.

Der Volumendurchsatz durch die Membran ist proportional zur Differenz des maximalen osmotischen Drucks  $p_0$  bei  $h = 0$  und des Drucks  $p$  bei der Höhe  $h$  der Wassersäule:

$$\Delta V_1/\Delta t = c (p_0 - p) A.$$

Dabei ist  $A$  die Querschnittsfläche der Membran und  $c$  ein Durchlässigkeitskoeffizient. Der Energiestrom an der Membran beträgt demnach

$$P = c p(p_0 - p) A.$$

Er wird maximal, wenn  $\Delta P/\Delta p = 0$  ist, also bei  $p = p_o/2$ . Damit gilt:

$$P_{\max} = p_o^2 c A/4.$$

<p>1 Kilomol NaCl beträgt 58 kg entsprechend <math>N_2 = 6 \cdot 10^{26}</math> Teilchen 3 % Salz pro <math>m^3</math> sind 30 kg 1,8 Abschirmungsfaktor aufgrund teilweiser Dissoziation von NaCl in Ionen, die in Lösung eigenen Druck aufbauen <math>c = 5,9 \cdot 10^{16}</math> Wassermoleküle/(s Pa <math>m^2</math>) <math>= 1,77 \cdot 10^{-12} m^3/(s Pa m^2)</math> <math>p_o = N_2 k T/V_2</math> <math>p_o = 1,8 \cdot 6 \cdot 10^{26} \cdot 1,4 \cdot 10^{-23} \cdot 300 \cdot 30/58 Pa</math> <math>p_o = 23 \cdot 500 hPa</math></p> <p>Tab. 1: Zahlenwerte zur Berechnung des maximalen Energiestroms, der theoretisch durch kontinuierliche Mischung von Salz- und Süßwasser gewonnen werden könnte.</p>
---

Um einen Eindruck von der Größenordnung des potentiellen Energiestroms zu gewinnen, setzen wir Zahlen ein (siehe Tab.1, nach [7]). Könnte man den osmotischen Druck voll ausnutzen, so könnte eine Wassersäule von 235 m aufrechterhalten werden. Allerdings betrüge die maximale Leistung pro Quadratmeter Membranfläche nur:

$$P_{\max}/A = 5,5 \cdot 10^{12} Pa^2 \cdot 1,77 \cdot 10^{-12} m^3/(s Pa m^2) = 2,4 W/m^2.$$

Wenn man einmal von anderen Problemen (Verschmutzung etc.) absieht, müßten große Membranflächen vom Wasser beispielsweise in das Meer einmündender Flüsse durchdrungen werden.

## Zusammenfassung

Das Konzept der Energieentwertung, mit dem sich irreversible Vorgänge qualitativ beschreiben lassen, kann zur quantitativen Größe der Entropie verschärft werden. Mit Hilfe der Entropie lassen sich über qualitative Beschreibungen hinausgehend, Ablaufrichtungen, Systementwicklungen, Möglichkeiten der Energiegewinnung usw. quantitativ abschätzen, ohne dass man genau über die zugrundeliegenden Mechanismen Bescheid wissen müßte: *"The comprehension of the laws which govern any material system is greatly facilitated by considering the energy and entropy of the system in the various states of which it is capable"* (J. Willard Gibbs).

## Literatur

- [1] Backhaus, Udo: Die Entropie als Größe zur Beschreibung der Unumkehrbarkeit von Vorgängen. Osnabrück 1982
- [2] Schlichting, H. Joachim: Energieentwertung - ein qualitativer Zugang zur Irreversibilität (in diesem Heft)
- [3] Thompson, D'Arcy: Über Wachstum und Form. Frankfurt: Suhrkamp 1983, S. 66
- [4] Emden, Robert: Wozu haben wir eine Winterheizung? Nature 1938
- [5] Sommerfeld, Arnold: Thermodynamik und Statistik. Frankfurt: Harri Deutsch 1977, S.32 und 299
- [6] Boysen, Gerd et al.: Oberstufe Physik, Band1. Berlin: Cornelsen 1997, S. 146
- [7] Fricke, Jochen; Borst, Walter L.: Energie. München: Oldenburg 1984, S. 185ff

## Kurzfassung

Es wird skizziert, wie das Konzept der Energieentwertung zur physikalischen Größe der Entropie verschärft werden kann. Anhand einzelner Beispiele aus verschiedenen Bereichen werden Anwendungsmöglichkeiten dargestellt, die einen Eindruck von der Erschließungsmächtigkeit des Entropieprinzips vermitteln sollen.