DOI: 10.1002/piuz.200601152

Fahrradfahren

Mit Pedalkraft gegen Berge und Wind

WILFRIED SUHR | H. JOACHIM SCHLICHTING

Warum sparen sich die Favoriten eines Radrennens ein gegenseitiges Kräftemessen für die Bergetappen auf? Und wieso fürchten sie den Wind gerade beim Einzelzeitfahren? Was aus Sicht der Physik dafür spricht, zeigen Modelle der Fahrwiderstände.

Das Überwinden von Steigungen und das Beherrschen einer starken Gefällestrecke stellt besondere Anforderungen. Um diese zu untersuchen, gehen wir von der Frage aus, welches Tempo der Fahrer dabei halten kann. Dies hängt nämlich einerseits von den zu überwindenden Fahrwiderständen ab und andererseits von der Antriebsleistung, die er währenddessen aufrechtzuerhalten vermag.

Den grundsätzlichen Zusammenhang zwischen diesen beiden Faktoren haben wir im ersten Artikel dieser Reihe bereits erklärt [1]. Demnach muss zum Beibehalten eines gleichförmigen Tempos v die Summe der Fahrwiderstandskräfte von der Antriebskraft $\boldsymbol{F}_{\text{Antr}}$ ausgeglichen werden. Für eine ebene Fahrstrecke bei Windstille lautet diese Bilanz $\boldsymbol{F}_{\text{Antr}} = -(\boldsymbol{F}_{\text{R}} + \boldsymbol{F}_{\text{L}})$, wobei man den Rollwiderstand $\boldsymbol{F}_{\text{R}}$ und die durch den Fahrtwind aufkommende Luftreibung $\boldsymbol{F}_{\text{L}}$ als genau entgegengerichtet zur Antriebskraft annimmt. Die erforderliche Antriebsleistung beträgt dann $P_{\text{Antr}} = |\boldsymbol{F}_{\text{Antr}}|\, v$.

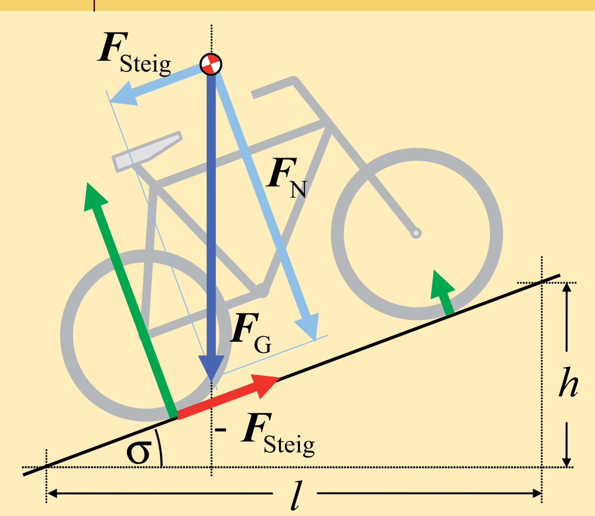
Geht es nun mit dem Fahrrad eine Steigung mit dem Steigungswinkel σ hinauf, wie dies Abbildung 1 zeigt, so lastet nicht mehr das Gesamtgewicht F_{G} von Fahrer und Fahrrad auf der Fahrbahn, sondern nur noch die Komponente $F_{\text{N}} = F_{\text{G}} \cos\sigma$. Parallel zur Fahrbahn wirkt daher die hangabwärts gerichtete Komponente $F_{\text{Steig}} = F_{\text{G}} \sin\sigma$, die den Steigungswiderstand darstellt, gegen den man beim Hinauffahren ankommen muss. Wegen dieses zusätzlichen Fahrwiderstands ist bei gleich bleibendem Tempo nunmehr die Antriebskraft $\boldsymbol{F}_{\text{Antr}} = -(\boldsymbol{F}_{\text{R}} + \boldsymbol{F}_{\text{L}} + \boldsymbol{F}_{\text{Steig}})$ erforderlich.

Wie groß die Steigung einer Fahrbahn ist, wird gewöhnlich mit einer in Prozent angegeben Maßzahl ausgedrückt. Sie berechnet sich aus dem Höhenunterschied h in Metern, den man überwindet, während man die Horizontalentfernung $l = 100$ m zurücklegt. Dementsprechend besteht zwischen dem Steigungswinkel und dieser Maßzahl der Zusammenhang $h/l = \tan\sigma$.

Ein beeindruckendes Beispiel für Steigungen, die Radsportler im Wettkampf bewältigen, ist der gefürchtete Anstieg zum Ort l'Alpe-d'Huez während der Tour de France. Dieser enthält Abschnitte mit Steigungen von bis zu 12 %. Insgesamt sind für einen Höhengewinn von 1130 m aber etwa 14 km zu radeln, weshalb seine durchschnittliche Steigung etwa 8 % beträgt. Wenn Spitzenfahrer einen solchen Pass erklimmen, bringen sie eine durchschnittliche Antriebsleistung von bis zu 450 W auf.

Abbildung 2 zeigt, auf welche Anteile sich die Antriebsleistung mit zunehmender Steigung aufteilt. Wie schon in [1] erläutert, benötigt man bei Flachetappen einen Großteil der Leistung zum Überwinden des Luftwiderstandes. Im gut organisierten Hauptfeld, bei dem die Windschatten gebende Spitze im Rundumverfahren wechselte, fährt man daher wesentlich ökonomischer als ein einzelner Ausreißer. Diese Taktik geht aber nicht mehr auf, sobald es eine merkliche Steigung hinaufgeht. Schon bei 3 % Steigung muss etwa gleich viel Leistung zur Überwindung der Luftreibung wie für die Überwindung des Steigungswiderstandes aufgebracht werden. Wird es noch steiler, überwiegt der Anteil für den Steigungswiderstand. Wenn der Steigungswiderstand anwächst und sich das Tempo dadurch

ABB. 1 | STEIGUNGEN



An Steigungen ist die Komponente F_{Steig} der Gewichtskraft als Steigungswiderstand zu überwinden.

© 2007 Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim

stark verlangsamt (Abbildung 4), wird zudem der Einfluss des Fahrtwindes immer geringer. Im Windschatten zu fahren lohnt sich dann kaum noch. Vielmehr zählt nun weitgehend die individuelle Leistungsfähigkeit, weshalb dies eine günstige Situation sein kann, um sich von seinen Mitstreitern abzusetzen.

Leichtgewichte im Vorteil?

Als Träger des Bergtrikots oder als Sieger bei Bergankünften sieht man kaum Fahrer, die mehr als 75 kg wiegen. Zwar findet man die schwergewichtigen Kraftpakete bei Sprintankünften meist vorne, starke Steigungen bereiten ihnen aber sichtlich mehr Mühe als den Leichtgewichten, obwohl die im Vergleich weniger Muskelmasse einzusetzen haben. Wir vereinfachen stark und sehen von physiologischen Unterschieden, wie der Muskelfaserverteilung oder der maximalen Sauerstoffaufnahme ab (diese werden im Hinblick auf den Radsport in [2] erläutert). Dann ergibt sich aus Erkenntnissen der sogenannten Allometrie aufgrund der Abhängigkeit der Stoffwechselintensität P_{in} (Leistungsinput) von der Körpermasse folgender Zusammenhang: $P_{\mathrm{in}} \sim m^{3/4}$ (siehe „Allometrisches Fahrermodell", S. 297). Geht man wie in [1] davon aus, dass Leistungsinput und Antriebsleistung proportional zueinander sind (konstanter Wirkungsgrad), so gilt: $P_{\mathrm{Antr}} \sim m^{3/4}$. Demnach würde der Zugewinn an Antriebsleistung durch mehr Körpermasse geringer ausfallen, als ein dadurch zusätzlich nötig werdender Anteil der Antriebsleistung P_{Steig} für die Bewältigung von Steigungen, da dieser direkt proportional zur Körpermasse ist. Daher sind Leichtgewichte im Vorteil.

Für ausgleichende Gerechtigkeit sorgen allerdings allometrische Vorteile der Schwergewichte beim Einzelzeitfahren auf Flachstrecken. Denn sofern bei einer Massenzunahme die Körperproportionen gleich bleiben (gleicher c_{w}-Wert), gilt für ihre Luftwiderstandsfläche die Proportionalität $c_{\mathrm{w}}A \sim m^{2/3}$. Die übertragbare Antriebsleistung wächst daher mit zunehmendem Körpergewicht schneller an, als die davon abhängige Luftwiderstandsfläche. Wie sich beide allometrischen Faktoren gemeinsam auf die erreichbare Höchstgeschwindigkeit bei zunehmender Steigung der Strecke auswirken, zeigt Abbildung 3.

Bei den Antriebsleistungen, wie sie in „Allometrisches Fahrermodell" erläutert werden, liegen auf der Flachstrecke die erreichbaren Geschwindigkeiten umso höher, je mehr Gewicht ein Fahrer hat. Ab einer Steigung von etwa 3 % sind es dagegen die Leichtgewichte, die eine größere Höchstgeschwindigkeit erzielen können. Dass gemäß Abbildung 3 bei einer Steigung von 8 % eine Geschwindigkeitsdifferenz von nur 0,7 km/h auftritt, mag zunächst gering erscheinen. Am 14 km langen Aufstieg zum Alpe-d'Huez entsteht dadurch aber bereits ein Vorsprung von etwa 465 m, entsprechend etwa 80 Sekunden.

Waghalsige Abfahrten

Erreichen die Radler den höchsten Punkt eines Passes, schließt sich meist eine rasante Abfahrt an. Die Komponente der Gewichtskraft, die dem Hinauffahren noch einen Steigungswiderstand $F_{\mathrm{Steig}} = F_{\mathrm{G}} \sin\sigma$ entgegensetzte, verkehrt sich auf solchen Gefällestrecken in eine Schubkraft, die in Fahrtrichtung wirkt (hat ein Anstieg eine Steigung von X %, besitzt die Strecke in umgekehrter Fahrtrichtung ein Gefälle von –X %). Tritt der Fahrer dann noch zusätzlich in die Pedale, so addiert sich die dadurch aufgebrachte Antriebskraft hinzu, weshalb er dann sehr hohe Geschwindigkeiten erreichen kann (Abbildung 4).

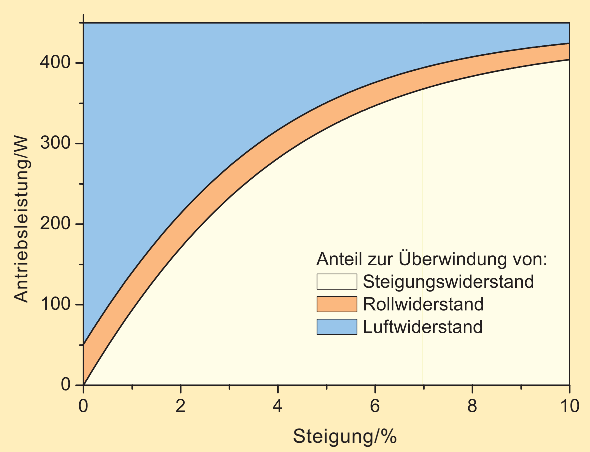
Da es dabei vorwiegend den Luftwiderstand zu überwinden gilt, ist es vorteilhaft, eine besonders windschlüpfrige Fahrposition einzunehmen. Dass diese möglicherweise nicht ganz so ergonomisch für das Treten ist, wirkt sich auf die Endgeschwindigkeit nur mäßig aus. Denn wie im Diagramm zu erkennen, würden bei einem Gefälle von –10 % bereits ganz ohne Antriebsleistung etwa 72 km/h erreicht werden. Werden zusätzlich noch 450 W Antriebsleistung aufgebracht, so wird man dadurch etwa 10 km/h schneller.

© 2007 Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim

Legt man die internationale Standardatmosphäre als Modell zugrunde, dann hat auf Meereshöhe die Luftdichte einen Wert von 1,23 kg/m^3 und in 2000 m Höhe nur noch von 1,01 kg/m^3. Weil der Luftwiderstand mit geringer werdender Luftdichte abnimmt, kann bei gleichem Gefälle in Höhenlagen von 2000 m eine etwa 8 km/h höhere Endgeschwindigkeit erreicht werden als auf Meereshöhe.

Ausnutzen kann man solche hohen Abfahrtsgeschwindigkeiten aber nur, wenn die Gefällestrecke kaum Kurven aufweist. Denn zum Durchfahren einer Kurve mit dem Radius r muss die Gesamtmasse m_G von Fahrer und Rad von der Zentripetalkraft $F_z = m_G v^2/r$ zum Mittelpunkt der dabei durchfahrenen Kreisbahn beschleunigt werden. Diese Zentripetalkraft kann von der Fahrbahn nur dort durch eine gleich große Reibungskraft $F_R = F_Z$ übertragen werden, wo die Reifen mit ihr Kontakt haben.

ABB. 2 | ANTRIEBSLEISTUNG



Auf 450 W Antriebsleistung entfallende Anteile, die zur Überwindung der je nach Steigung der Fahrbahn variierenden Fahrwiderstände nötig sind. (Hierfür und ebenso für Abbildung 4 und 6 verwendete Modellparameter: Rollwiderstandsbeiwert c_R = 0,005, Luftwiderstandsfläche c_wA = 0,3 m^2, Luftdichte ρ = 1,22 kg/m^3, Masse Fahrer + Rad = 80 kg.)

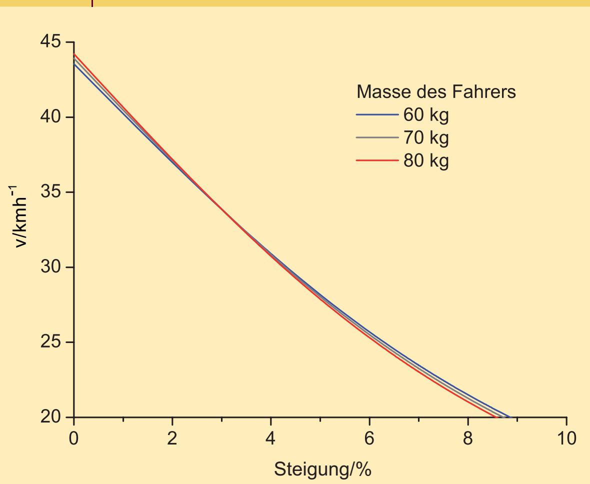
Geht man von Kurven aus, die nicht durch eine Schräglage der Fahrbahndecke überhöht sind, so wirkt dort das Gesamtgewicht von Fahrer und Rad F_G als Normalkraft auf die horizontale Fahrbahn. Dadurch bedingt kann eine maximale Reibungskraft von $F_R = \mu F_G = \mu m_G g$ übertragen werden, wobei μ der Reibungskoeffizient für Reifengummi in Verbindung mit dem Fahrbahnbelag ist. Durch Gleichsetzung der Ausdrücke für Zentripetal- und Reibungskraft gelangt man nach einer Umstellung zu dem Zusammenhang $v = \sqrt{\mu r g}$.

Wie aus unserer Alltagserfahrung bekannt, wird demnach das maximale Tempo, mit dem man ohne seitlich wegzurutschen eine Kurve durchfahren kann, kleiner, wenn sich der Reibungskoeffizient verschlechtert oder der Kurvenradius enger wird. Eine Spitzkehre mit r = 15 m und μ = 0,85 für trockenen Asphalt darf dementsprechend nur mit einem maximalen Tempo von 40 km/h durchfahren werden. Bei nassem Asphalt ist etwa mit einem μ = 0,5 zu rechnen, so dass ein Tempo von mehr als 30 km/h in dieser Kurve unweigerlich zum Sturz führen würde. Das Wichtigste bei der Abfahrt sind daher funktionstüchtige Bremsen.

Launischer Wind

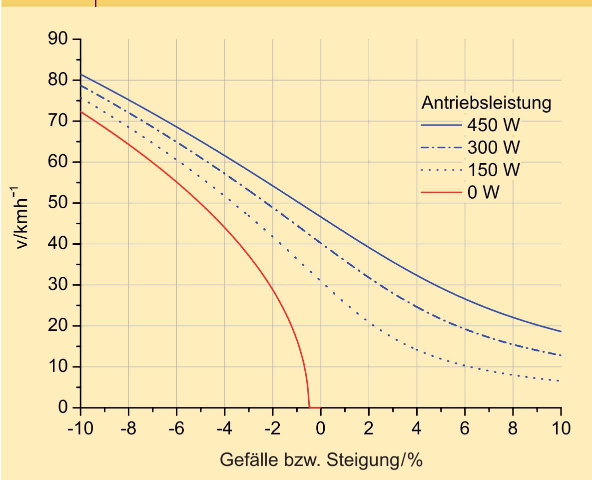
Alle bisher für die Radfahrt angestellten Betrachtungen galten für Windstille. Durchfährt man die relativ zur Fahrbahn ruhende Luft mit einer Geschwindigkeit $\boldsymbol{v}$, so äußert sich dies als Fahrtwind, der mit der Geschwindigkeit $-\boldsymbol{v}$ genau

ABB. 3 | HÖCHSTGESCHWINDIGKEIT I



Erreichbare Höchstgeschwindigkeit von Radrennfahrern unterschiedlicher Körpermasse, je nach Steigung der Fahrbahn, berechnet mit einem allometrischen Fahrermodell.

ABB. 4 | HÖCHSTGESCHWINDIGKEIT II



An Gefälle- und Steigungsstrecken erreichbare Höchstgeschwindigkeit, je nach aufgebrachter Antriebsleistung. Bei P_{Antr} = 0 W wird der Rollwiderstand (c_R = 0,005) erst ab einem Gefälle von – 0,5 % überwunden.

© 2007 Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim

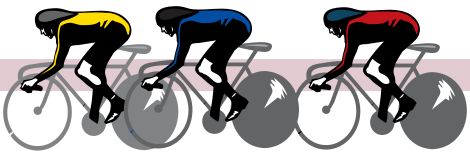
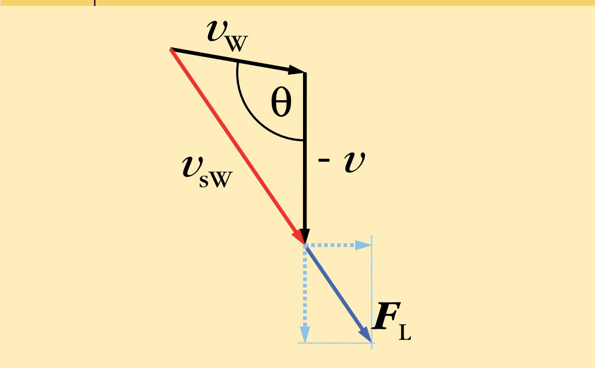


ABB. 5 | SCHEINBARER WIND



Vektorielle Addition des Fahrtwindes – v und wahren Windes v_W zum scheinbaren Wind v_{sW}. In gleicher Richtung wie der scheinbare Wind wirkt der Luftwiderstand F_L. Die Windrichtung in Bezug zur Fahrtrichtung gibt θ an.

ALLOMETRISCHES FAHRERMODELL

Die Allometrie setzt die Körpergröße in Beziehung zu verschiedensten biologischen Größen. Nach solchen Überlegungen wurde für Abbildung 3 die maximale Antriebsleistung anhand der Masse des Fahrers durch $P_{Antr} = C_1 m^{3/4}$ bestimmt. Zur Berechnung der Luftwiderstandsfläche von Fahrer und Rad wurde die Gleichung $c_w A = C_2 + C_3 m^{2/3}$ verwendet.

Auf der Basis von Daten über den mehrmaligen Tour-Gewinner Lance Armstrong (72 kg, 470 W Antriebsleistung am Aufstieg von Alpe-d'Huez, Luftwiderstandsfläche circa 0,3 m²), wurden die Konstanten $C_1 = 470\ \mathrm{W}/(72\ \mathrm{kg})^{3/4}$ und $C_3 = 0{,}3\ \mathrm{m}^2/(72\ \mathrm{kg})^{2/3}$ ermittelt. Entsprechend der Luftwiderstandsfläche des unbemannten Fahrrades ist $C_2 = 0{,}05\ \mathrm{m}^2$.

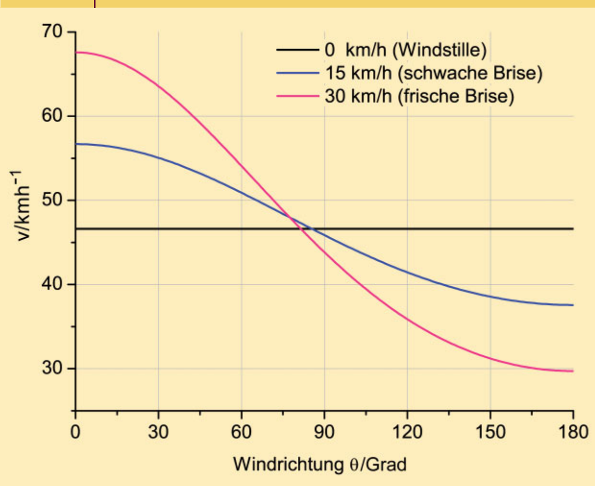
entgegen kommt. Was aber, wenn zusätzlich noch Wind weht? Die Luftmassen bewegen sich dann relativ zur Fahrbahn mit der Windgeschwindigkeit $\boldsymbol{v}_W$. Aus Sicht des Radlers addiert sich diese Eigenbewegung der Luft vektoriell zu der seines Fahrtwindes hinzu, so dass (Abbildung 5) daraus für ihn ein scheinbarer Wind $\boldsymbol{v}_{sW} = \boldsymbol{v}_W - \boldsymbol{v}$ resultiert. Bei dieser Addition geben wir die Windrichtung in Bezug zur Fahrtrichtung durch den Winkel θ an. So ist beispielsweise für Rückenwind, der genau in Fahrtrichtung weht, $\theta = 0$.

Der Betrag des Luftwiderstandes, den Radfahrer dem scheinbaren Wind bieten, errechnet sich entsprechend dem in [1] erwähnten Ansatz zu $F_L = (c_w A\rho/2) \cdot |\boldsymbol{v}_{sW}|^2$. Als Fahrwiderstand ist aber nur diejenige Komponente des Luftwiderstandes wirksam, die parallel zur Fahrtrichtung gerichtet ist. Um ihre Größe zu bestimmen, bedarf es also zusätzlich einer Angabe über die Richtung des Luftwiderstandes. Die Richtung des scheinbaren Windes gibt der Einheitsvektor $\boldsymbol{v}_{sW}/|\boldsymbol{v}_{sW}|$ an. Da der Luftwiderstand dieselbe Richtung wie der scheinbare Wind hat, lässt er sich also als Vektor $\boldsymbol{F}_L = F_L \cdot \boldsymbol{v}_{sW}/|\boldsymbol{v}_{sW}|$ ausdrücken. Wird darin F_L durch den obigen Ausdruck ersetzt, erhält man $\boldsymbol{F}_L = (c_w A\rho/2) \cdot |\boldsymbol{v}_{sW}| \cdot \boldsymbol{v}_{sW}$. Das Skalarprodukt $P_L = -\boldsymbol{F}_L\boldsymbol{v}$ ergibt nun den Anteil der Antriebsleistung, der zur Überwindung des Luftwiderstandes nötigt ist. Er kann demnach mit $P_L > 0$ nur dann zu Lasten der Antriebsleistung gehen, wenn $\boldsymbol{v}_{sW} \cdot \boldsymbol{v} < 0$ ist, der scheinbare Wind also eine entgegengesetzt zur Fahrgeschwindigkeit $\boldsymbol{v}$ gerichtete Komponente aufweist. Dies erklärt auch die Alltagserfahrung, die in dem flotten Radfahrerspruch zum Ausdruck kommt: Der Wind kommt immer von vorn. Dabei ist vorausgesetzt, dass man bei Wind auf ebener Strecke mit konstanter Leistung in die Pedale tritt und sich nicht etwa antriebslos vom Rückwind treiben lässt.

Die Frage, welchen Einfluss der Wind auf den Ausgang von Radrennen hat, stellt sich insbesondere beim Einzelzeitfahren. Dabei ist nämlich ein Fahren im Windschatten anderer nicht gestattet und die durch Intervalle getrennten Startzeiten erstrecken sich meist über mehrere Stunden, während derer sich die Windverhältnisse merklich ändern können. Welches maximale Tempo man bei 450 W Antriebsleistung in Abhängigkeit von Windstärke und Windrichtung aufrecht erhalten kann, zeigt Abbildung 6.

Sofern Seitenwind aus der Richtung $80° < \theta < 90°$ kommt, haben wechselnde Windstärken nur geringen Einfluss auf das maximale Tempo, das dann etwa bei 47 km/h liegt. Unterschiedlich starker Gegenwind mit $\theta = 180°$ oder in der Stärke wechselnder Rückenwind mit $\theta = 0°$ beeinflusst das Tempo aber sehr deutlich. Man könnte deshalb überlegen, ob es nicht gerechter zuginge, wenn die Rennstrecke ein etwa kreisförmiger Rundkurs wäre. Was man dann zunächst vom beflügelnden Rückenwind an zusätzli-

ABB. 6 | HÖCHSTGESCHWINDIGKEIT III



Bei konstanter Antriebsleistung von 450 W erreichbare Höchstgeschwindigkeit, je nach Windstärke und Windrichtung.

cher Antriebsleistung geschenkt bekommt, sollte einem dann doch auf dem Gegenstück vom gleich starken Gegenwind wieder genommen werden. Da P_L aber nichtlinear vom Fahrtempo abhängt, unterscheiden sich auch die Fahrzeiten für einen kreisförmigen Rundkurs. Beträgt dabei beispielsweise die Fahrstrecke 50 km und die Antriebsleistung konstant 450 W, dann berechnet man dafür bei Windstille eine Fahrzeit von 64,7 min, bei einer leichten Brise (v_W = 15 km/h) von 66,2 min und bei einer starken Brise (v_W = 30 km/h) von 70,9 min. Da gewöhnlich Fahrzeitunterschiede von nur wenigen Sekunden über die Platzierung beim Einzelzeitfahren entscheiden, hängt diese wohl auch von den Launen des Windes ab.

Zusammenfassung

Die Steigung der Fahrbahn bestimmt die Zusammensetzung der Fahrwiderstände und ist damit von großer Bedeutung für die Taktik eines Radrennens. Da sich an steilen Anstiegen das Fahren im Windschatten nicht mehr lohnt, kommt es dort zum Showdown unter den Favoriten. Leichtgewichtige Fahrer sind hier im Vorteil, wie einfache allometrische Überlegungen zeigen. Aus denselben Gründen hätten Schwergewichte auf Gefällestrecken zwar Vorteile, die sie aber im Allgemeinen wegen der engen Kurven und begrenzter Haftreibung nicht voll ausnutzen können. Je nach Streckenführung kann beim Einzelzeitfahren der Wind der ärgste Widersacher des Radfahrers sein. Modellrechnungen zeigen, wie sich der Wind je nach seiner Richtung auswirkt und erteilen der auf den ersten Blick nahe liegenden Idee zur Kompensierung des Windes kreisförmige Rennstrecken einzuführen, eine klare Absage.

Stichworte

Physik des Radfahrens, Steigungsfahren, Abfahrten, Gegenwind, allometrisches Modell.

Literatur

[1] H. J. Schlichting, W. Suhr, Physik in unserer Zeit **2007**, *38* (4), 184.

[2] G. Neumann, Deutsche Zeitschrift für Sportmedizin **2000**, *51* (5), 169.

Die Autoren

Wilfried Suhr, studierte Physik an der Universität Oldenburg, wo er 1992 über ein Thema der Wissenschaftsforschung promovierte. Gegenwärtig ist er als Mitarbeiter am Institut für Didaktik der Physik der Universität Münster im Bereich der Lehrerbildung tätig.

Hans-Joachim Schlichting ist Inhaber des Lehrstuhls für Didaktik der Physik an der Universität Münster und Mitbegründer der Rubrik „Spielwiese“.

Anschrift

Dr. Wilfried Suhr, Prof. Dr. H. Joachim Schlichting, Institut für Didaktik der Physik, Universität Münster, Wilhelm-Klemm-Straße 10, 48149 Münster. wilfried.suhr@uni-muenster.de.

 © 2007 Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim