

Spielwiese

Ein Regenbogen ohne Regentropfen

H. JOACHIM SCHLICHTING

Einen schönen Regenbogen bekommt man nur selten zu sehen. Mit einer wassergefüllten Plexiglaswanne und einem Overheadprojektor kann man zu jeder Zeit auf einer Wand einen farbigen Bogen erstrahlen lassen. Auch wenn dieser streng genommen kein Regenbogen ist, fasziniert er durch seine spektrale Farbenpracht und die Einfachheit seiner Herstellung.

S tellt man eine quaderförmige, mit Wasser gefüllte Plexiglaswanne auf einen Overheadprojektor (dessen Spiegel man zugeklappt hat), so entsteht auf den Wänden des Raumes ein faszinierendes optisches Schauspiel. Aus dem Chaos der Lichtreflexe an der sich langsam beruhigenden Wasseroberfläche entwickeln sich farbenprächtige Regenbögen. Wie ihre Pendants in der Natur, zeigen auch sie den charakteristischen Farbverlauf von rot (außen) nach violett (innen) (Abbildung 1).

Während ein Regenbogen durch Lichtbrechung in kleinen Wassertropfen entsteht, findet hier die spektrale Zerlegung des Lichtes in einem Wasserprisma statt. Eine Vorstellung vom Lichtverlauf kann man sich experimentell durch systematisches Abdecken von Teilen der Licht ausstrahlenden Auflagefläche des Overheadprojektors verschaffen. Man erkennt hierbei, dass das Licht von der Auflagefläche kommend in die Wanne eindringt, das Wasser passiert und an der Oberseite wieder austritt (Abbildung 2). Insbesondere stellt man fest, dass nur Licht, das aus einem schmalen Streifen der Auflagefläche austritt, für das Phänomen verantwortlich ist. Hierauf kommen wir später noch genauer zurück.

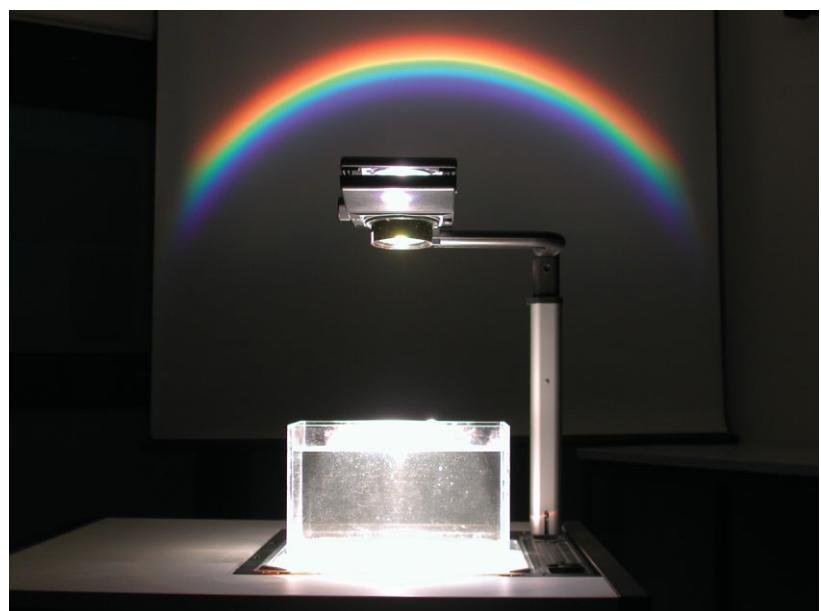
Abb. 1 Eine mit Wasser gefüllte Plexiglaswanne und ein Overheadprojektor genügen, um einen künstlichen Regenbogen zu erzeugen.

Abb. 2 Schematische Darstellung des Strahlengangs am Overheadprojektor.

Entscheidend für das Zustandekommen des Farbbogens ist nämlich der Lichtstreifen vor der Wasserwanne, dessen Licht schräg auf die Vorderfront des Gefäßes fällt. Ein Teil des Lichtes wird hierbei reflektiert und ist für das Phänomen des Regenbogens verloren. Der andere Teil wird in das Wasserprisma hineingebrochen und in die Farben des natürlichen Spektrums zerlegt. Dieses Lichtbündel durchläuft den Behälter und trifft schräg auf die Unterseite der Wasseroberfläche, wo es beim Übergang zur Luft abermals gebrochen wird. Von dort aus gelangt es zur Projektionswand und bildet den farbigen Bogen. Bei diesem Vorgang fallen drei Dinge besonders auf.

Erstens erfährt das Licht eine starke Richtungsänderung beim Durchgang durch das Wasserprisma. Obwohl die Lichtquelle fast senkrecht nach oben in Richtung Zimmerdecke strahlt, die Lichtstrahlen also unter sehr großem Einfallswinkel (vorwiegend streifend) in das Wasserprisma eindringen, entsteht der Lichtbogen fast senkrecht dazu an der Projektionswand. Das Licht wird also erheblich aus seiner ursprünglichen Richtung abgelenkt.

Diese Ablenkung kommt dadurch zustande, dass die brechende Wasseroberfläche, an der das Licht aus dem Wasserprisma wieder austritt, in einem rechten Winkel zur bre-



chenden Fläche orientiert ist, durch die das Licht in das Wasserprisma eintritt (die vordere Seitenwand der Wasserrinne in Abbildung 2). Diese rechtwinklige Verschiebung der brechenden Flächen führt dazu, dass sowohl die Brechung zum Einfallsslot hin beim Eintritt des Lichts als auch die Brechung vom Einfallslot weg beim Austritt aus dem Wasser in derselben Richtung erfolgen. Beide Lichtablenkungen addieren sich.

Zweitens wird das spektral zerlegte Licht auf ein schmales Band beschränkt. Dies kommt dadurch zustande, dass nur Licht eines relativ schmalen Streifens der Auflagefläche vor der brechenden Kante des Wasserprismas zur Wand hin gebrochen wird. Von außerhalb dieses Streifens kommendes Licht fällt unter kleineren Einfallswinkel auf das Prisma. Die in das Wasser hineingebrochenen Strahlen treffen somit flacher auf die Unterseite der Wasseroberfläche und werden aufgrund von Totalreflexion in das Wasser zurückreflektiert.

Drittens mag angesichts der Quaderform des Prismas die Bogenförmigkeit des Lichtbandes überraschen. Bei näherer Betrachtung wird jedoch Folgendes klar. Die Lichtstrahlen treffen nicht nur unter verschiedenen Azimutalwinkeln, sondern auch unter verschiedenen Horizontalwinkel auf das Wasserprisma auf. Daher durchlaufen die in das Wasserprisma eindringenden Strahlen einen Wasserkeil mit einem stumpfen Öffnungswinkel. Dieser ist umso größer, je größer der zugehörige Horizontalwinkel ist. Der kleinste Öffnungswinkel ist ein rechter Winkel. Er liegt bei einem Horizontalwinkel von 0° vor. Dieser Spezialfall ist in Abbildung 3b dargestellt. Die Größe des Öffnungswinkels ist von Bedeutung für die Brechung der Lichtstrahlen beim Austritt aus dem Wasserprisma. Je größer dieser Öffnungswinkel, desto größer der Ausfallswinkel des aus dem Wasser austretenden Lichtstrahls und desto stärker die Ablenkung aus der ursprünglichen Richtung. Die mit einem Ho-

rizontalwinkel ungleich Null durch das Wasser gehenden Strahlen erfahren daher nicht nur eine vertikale, sondern auch eine horizontale Ablenkung. Diese ist umso größer, je größer ihr Horizontalwinkel ist. Folglich verteilen sich die auf der Leinwand ankommen gebrochenen Strahlen auf einem Bogen.

All diese Überlegungen lassen sich natürlich auch für alle anderen Wände des Wassergefäßes anstellen. So entstehen gegebenenfalls weitere Farbbögen an den entsprechenden Wänden des Raumes.

Quantitative Modellierung

Da eine vor dem Becken platzierte Punktlichtquelle zu einem ganz ähnlich geformten Farbbogen führt, gehen wir in der quantitativen Modellierung der Einfachheit halber von einer Punktlichtquelle L aus. Wir verfolgen einen beliebigen von L ausgehenden Lichtstrahl (in Abbildung 3 rot eingezeichnet), der im Punkt P auf die Frontscheibe des Beckens trifft. Dieser wird nun beim Wechsel von Luft nach Wasser zum Lot hin gebrochen. Das Lot auf die Frontscheibe im Punkt P liegt auf der Geraden durch H_1 , P und H_2 (gestrichelte blaue Linie). Einfallender Lichtstrahl, Lot und gebrochener Lichtstrahl liegen hierbei in einer Ebene.

Mit Hilfe des Snelliusschen Brechungsgesetzes und einiger weiterer geometrischer Überlegungen erhält man die Koordinaten des Punktes O , in dem der gebrochene Lichtstrahl von unten auf die Wasseroberfläche fällt. An dieser Stelle ist der gebrochene Strahl wiederum als einfallender Lichtstrahl bezüglich der neuen Oberfläche anzusehen und wird erneut gebrochen. Das Lot geht hierbei durch die Punkte H_3 , O und H_4 (gestrichelte grüne Linie). Einfallender Lichtstrahl, Lot und gebrochener Lichtstrahl liegen in einer Ebene, die mit der oben genannten Ebene im Allgemeinen nicht übereinstimmt. Analoge Überlegungen führen zu den Koordinaten des Punktes R auf einem Schirm in vorgegebenem Abstand d .

Die expliziten Ausdrücke für die Koordinaten finden sich in „Quantitatives Modell des Regenbogens“, S. 244. Mit Hilfe der dort aufgeführten Formeln kann man mit einer einfachen Tabellenkalkulation die Form des projizierten Lichtes berechnen. Es wurden die Auftreppunkte der Lichtstrahlen für rotes, orangenes, gelbes, grünes und blaues Licht mit den Brechungsindizes für Wasser $n = 1,331, 1,332, 1,333, 1,335, 1,337$ ermittelt. Wie beim richtigen Regenbogen erhält man einen Bogen mit einem Farbverlauf von rot (außen) nach blau (innen) (Abbildung 4). Der Bogen ist allerdings im vorliegenden Fall nicht wie der richtige Regenbogen kreisförmig, sondern besitzt der Komplexität der Formel entsprechend eine vom Kreis abweichende Form.

Obwohl keine höhere Mathematik benötigt wird, ist die Herleitung der Formel so komplex, dass man sich in der Schule auf einen zweidimensionalen Spezialfall beschränken sollte, bei dem die Punktlichtquelle L und der Einstrahlungspunkt P dieselbe x -Koordinate besitzen. Das Licht wird in diesem Fall nicht in horizontaler Richtung gebrochen. Dann liegen der gesamte Strahlengang und alle beteiligten

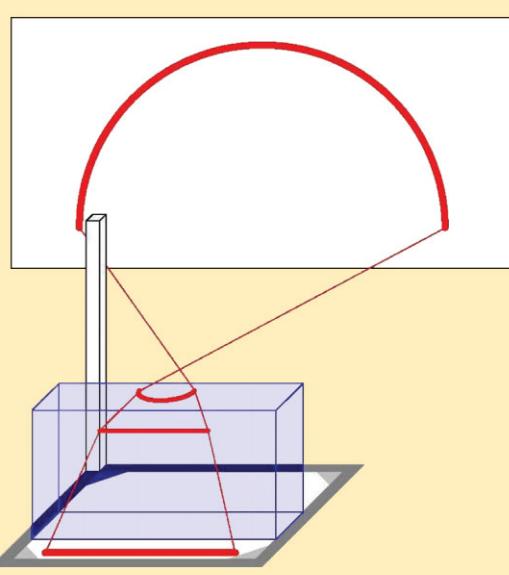
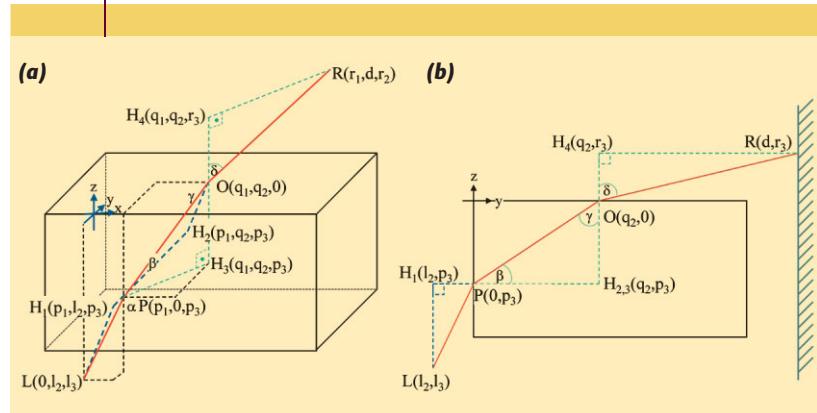


ABB. 3 | KOORDINATEN

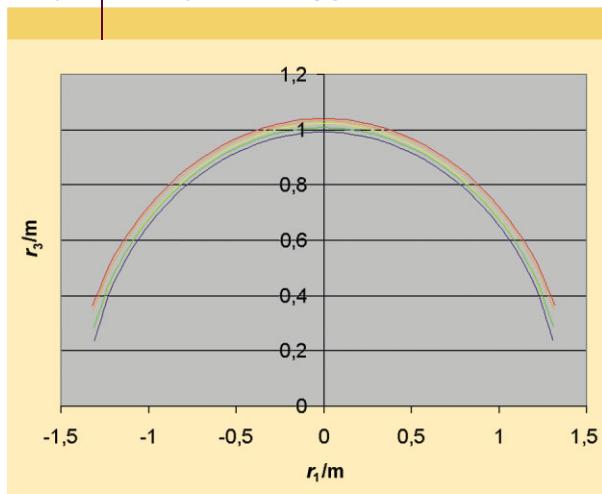


Grafische Darstellung des Verlaufs eines Lichtstrahls räumlich (a) und von der Seite gesehen (b).

Hilfspunkte in einer Ebene. Die Hilfspunkte H_2 und H_3 fallen aufeinander. Nun ergibt sich beispielsweise bei gegebenem P und L die Maximalhöhe des Bogens durch die Koordinate r_3 . Damit ist auch die spektrale Aufweitung im Scheitel bekannt.

Das vorliegende Modell, in dem eine Punktlichtquelle mit einem divergierenden Strahlenbündel zugrunde gelegt wurde, gilt streng genommen nicht für einen Overheadprojektor als Lichtquelle. Dieser besitzt eine gleichmäßig ausgeleuchtete Fläche, deren Licht in der Abbildungslinse oberhalb der Auflagefläche gebündelt wird. Doch liegt gerade in dieser Bündelung durch die Fresnel-Linse ein günstiger Umstand für unsere Betrachtungen, denn jeder Lichtstrahl, der auf die Frontscheibe des Bassins fällt, lässt sich genau einem Punkt in der Projektionsebene zuordnen. Jede der gedachten Punktlichtquellen in der Auflageebene sendet gewissermaßen genau einen Lichtstrahl zur Abbildungslinse aus (Abbildung 3a). Und dies führt eben nicht dazu, dass sich unendlich viele Regenbögen überlagern, sondern lediglich seine horizontale Ausdehnung beeinflusst wird.

ABB. 4 | BERECHNETER BOGEN



Grafische Darstellung des für fünf verschiedene Wellenlängen berechneten Bogens mit den Parameterwerten: $l_2 = -0,01 \text{ m}$; $p_3 = -0,1 \text{ m}$; $l_3 = -0,7 \text{ m}$ und $d = 2 \text{ m}$.

QUANTITATIVES MODELL DES REGENBOGENS

Die Form des Farbbogens erhält man, indem man die Koordinaten der Punkte O und R in Abhängigkeit von den Ortskoordinaten der Lichtquelle L und des Einstrahlungspunktes P berechnet. Alle Größen beziehen sich auf Abbildung 3. Die Ausdrücke erhalten eine einfachere Form, wenn man zuvor zwei neue Ausdrücke definiert:

$$s_1 = \frac{P_1}{l_3 - p_3},$$

$$s_2 = \frac{P_1^2 + l_2^2 + (l_3 - p_3)^2}{P_1^2 + (l_3 - p_1)^2}.$$

Damit errechnen sich die Koordinaten der Punkte O und R aus

$$q_1 = l_3 s_1$$

$$q_2 = \sqrt{p_3^2 (s_1^2 + 1)(n^2 s_2 - 1)}$$

$$r_1 = \frac{d}{q_2} (q_1 - p_1) + p_1$$

$$r_3 = \sqrt{\left[\frac{(s_1^2 + 1) s_2}{s_1^2 + (s_1^2 + 1)(n^2 s_2 - 1)} - 1 \right] \left[\left(\frac{d - q_2}{q_2} p_3 s_1 \right) + (d - q_2)^2 \right]}.$$

Der in Abbildung 2 eingezeichnete Strahlengang impliziert, dass sich die Lichtstrahlen in einem Punkt hinter der Wasserwanne schneiden. In der Tat lässt sich mit einem beweglichen Schirm gut beobachten, wie sich der (noch kleine) Bogen mit wachsendem Abstand von der Wanne zu einem Punkt zusammenzieht und dann wieder größer wird, bis er die Projektionswand erreicht.

Zusammenfassung

Wenn Licht unter geeignetem Winkel auf eine quaderförmige mit Wasser gefüllte Wanne trifft, wirken die Lichtbrechungen beim Eintritt in die Wanne und beim Austritt so zusammen, dass ein bogenförmiges Band spektral zerlegten Lichts auf einer Projektionswand entsteht. Steht die Wanne mitten auf einem Overheadprojektor, so findet das Licht an allen Seitenflächen ähnliche Bedingungen vor. Unter Umständen sind dann an allen vier Wänden des Raumes „Regenbögen“ zu sehen. Dieses Freihandexperiment, das ohne Aufwand realisiert werden kann, beeindruckt vor allem in großen Räumen.

Stichworte

Freihandexperimente, Regenbogen, Brechungsgesetz.

Der Autor

Hans Joachim Schlichting schreibt seit langem für unsere Zeitschrift Aufsätze für die Rubrik „Spielwiese“.

Anschrift

Prof. Dr. Hans Joachim Schlichting, Institut für Didaktik der Physik, Universität Münster, Wilhelm-Klemm-Straße 10, 48149 Münster. schlichting@uni-muenster.de