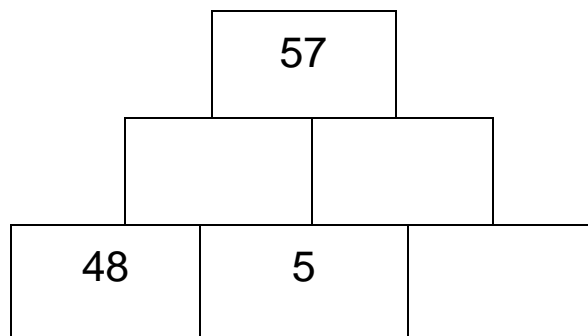
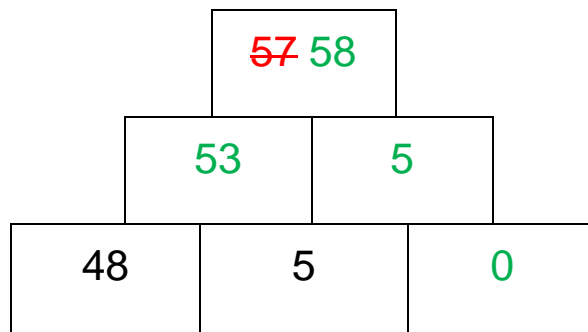


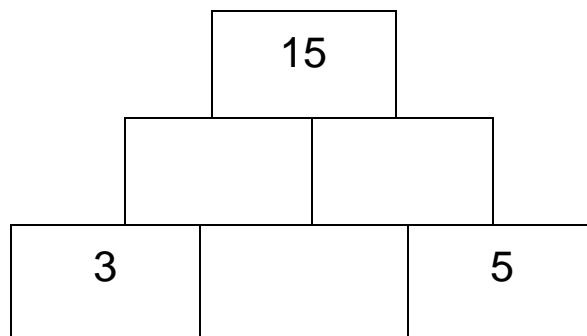
Lösung: Knobelaufgaben: Zahlenmauern

2a



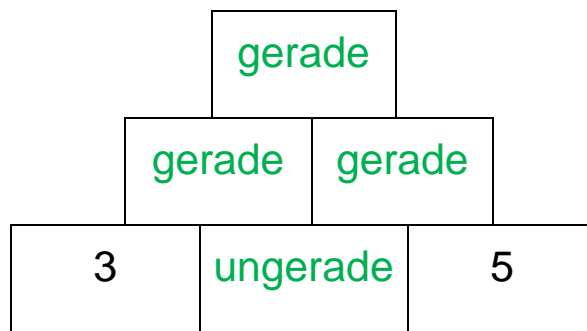
Diese Zahlenmauer ist **nicht lösbar**, weil die Zahl im oberen Stein zu klein ist. Selbst wenn man in den unteren rechten Stein eine 0 eintragen würde, würde der obere Stein 58 ergeben:



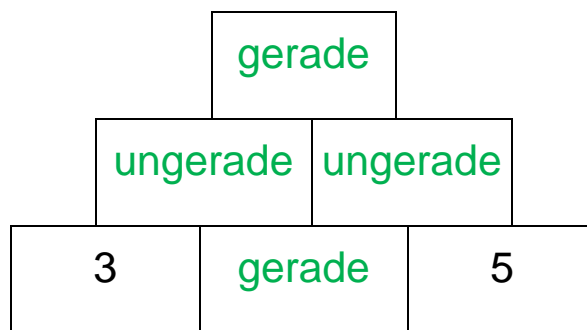


Diese Zahlenmauer ist **nicht lösbar**, weil die Zahl im oberen Stein ungerade ist, die Zahlen 3 und 5 in den Steinen unten links und unten rechts aber auch ungerade sind.

Wenn man unten in der Mitte eine ungerade Zahl einsetzt, wird der obere Stein eine gerade Zahl ergeben:



Wenn man unten in der Mitte eine gerade Zahl einsetzt, wird der obere Stein eine gerade Zahl ergeben:



Weil 15 keine gerade Zahl ist, ist die Zahlenmauer nicht lösbar.

Lösung: Knobelaufgaben: Zahlenmauern

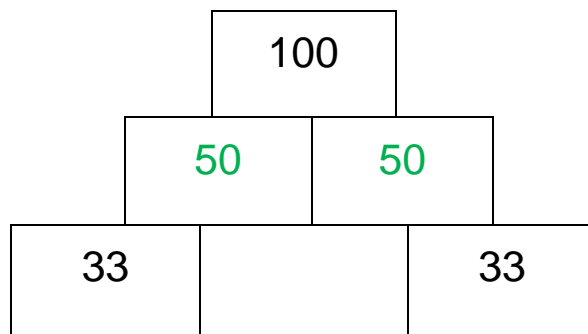
2c

Diese Zahlenmauer ist **lösbar**.

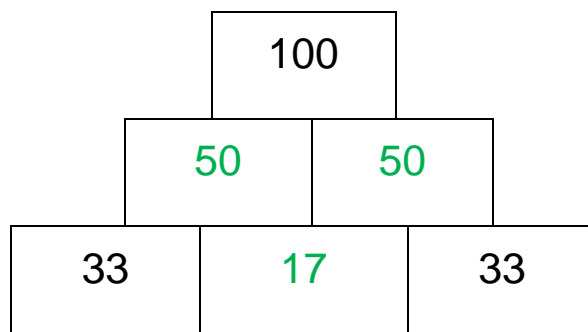
Die Lösung kann durch Ausprobieren ermittelt werden.

Ein anderer Weg ist:

Weil die Zahl 33 in der unteren Reihe im linken und im rechten Stein steht und sie mit der gleichen Zahl (in der unteren Reihe im mittleren Stein) addiert wird, müssen die Zahlen in der zweiten Reihe beide gleich groß sein. Diese Zahlen müssen 50 sein, da sie zusammen 100 ergeben.

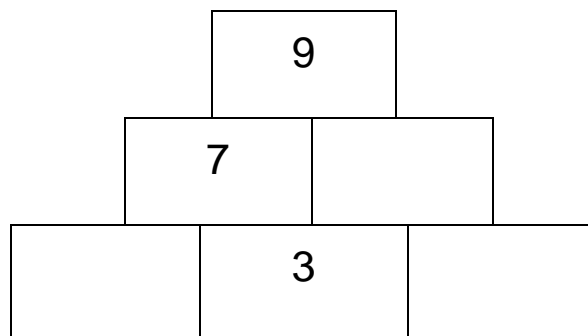


Das Ergebnis des noch fehlenden Steines in der unteren Reihe in der Mitte kann ermittelt werden, indem $33 + __ = 50$ oder $50 - 33 = __$ gerechnet wird. Das Ergebnis ist 17.

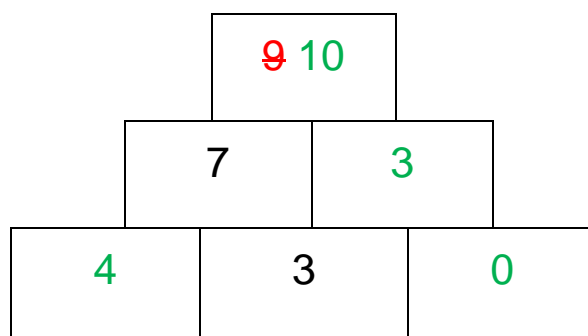


Lösung: Knobelaufgaben: Zahlenmauern

2d



Diese Zahlenmauer ist **nicht lösbar**, weil die Zahl im oberen Stein zu klein ist. Selbst wenn man in den unteren rechten Stein eine 0 eintragen würde, würde der obere Stein 10 ergeben:



Lösung: Knobelaufgaben: Sachaufgaben

2e

Carina und Tobias sind zusammen 15 Jahre alt. Carina ist doppelt so alt wie Tobias.

Wie alt ist Carina? 10 Jahre

Wie alt ist Tobias? 5 Jahre

Die Aufgabe ist **lösbar**.

Ihr könnt sie lösen, indem ihr eine Tabelle anlegt und ausprobiert:

Tobias	Carina	Zusammen	Erklärung
3	6	9	9 ist kleiner als 15. Deshalb wird beim nächsten Mal eine größere Zahl für Tobias' Alter ausprobiert. Zum Beispiel 6:
6	12	18	18 ist größer als 15. Deshalb wird beim nächsten Mal eine kleinere Zahl für Tobias' Alter ausprobiert. Zum Beispiel 5:
5	10	15	Carina und Tobias sollen zusammen 15 Jahre alt sein. Die Aufgabe ist richtig gelöst.

Ihr könnt aber auch anders überlegen:

$$\text{Alter Tobias} + \text{Alter Carina} = 15 \text{ Jahre}$$

Carina ist doppelt so alt wie Tobias. Deshalb kann man sagen:

$$\text{Alter Carina} = 2 \cdot \text{Alter Tobias}$$

$$\text{Alter Tobias} + 2 \cdot \text{Alter Tobias} = 15 \text{ Jahre}$$

$$3 \cdot \text{Alter Tobias} = 15 \text{ Jahre}$$

$$1 \cdot \text{Alter Tobias} = 5 \text{ Jahre}$$

$$\Rightarrow \text{Alter Carina} = 10 \text{ Jahre}$$

Lösung: Knobelaufgaben: Sachaufgaben

2f

Ada und Jette sammeln Murmeln. Ada sagt: „Wenn du mir 3 von deinen Murmeln gibst, dann habe ich genauso viele Murmeln wie du“. Jette sagt: „Nein. Gib du mir lieber 3 Murmeln von dir, dann habe ich doppelt so viele wie du“.

Wie viele Murmeln hat Ada? 15 Murmeln

Wie viele Murmeln hat Jette? 21 Murmeln

Die Aufgabe ist **lösbar**.

Ada sagt: „Wenn du mir 3 von deinen Murmeln gibst, dann habe ich genauso viele Murmeln wie du“.

=> Jette hat 6 Murmeln mehr als Ada.

Jette sagt: „Gib du mir lieber 3 Murmeln von dir, dann habe ich doppelt so viele wie du“.

=> Das Ergebnis dieser Aussage lässt sich gut durch das Legen von Plättchen ermitteln:



Lösung: Ada hat 15 Murmeln, Jette hat 21 Murmeln.

Wenn Jette 3 Murmeln an Ada abgibt, haben beide 18 Murmeln.

Wenn Ada 3 Murmeln an Jette abgibt, hat Ada 12 Murmeln und Jette hat 24 Murmeln.

Lösung: Knobelaufgaben: Sachaufgaben

2g

Drei Männer essen in einem Restaurant. Als sie die Rechnung verlangen, müssen sie insgesamt 30€ bezahlen. Jeder legt einen 10€-Schein hin. Kurz nachdem die Männer das Restaurant verlassen haben, stellt sich heraus, dass in der Karte ein Druckfehler war und dass die Rechnung nur 25€ betragen sollte. Der Restaurantbesitzer schickt einen Kellner hinter ihnen her, der ihnen die 5€ zurückgeben soll. Der Kellner aber ist der Meinung, dass sich 5 € nicht auf 3 Personen aufteilen lassen und behält daher 2€ (als nachträgliches Trinkgeld) für sich. 3€ gibt er den Männern wieder, jeder von ihnen bekommt also einen Euro zurück.

Nun haben die Männer jeweils 9€ für das Essen ausgegeben, das sind 27€, und der Kellner hat 2€ behalten, macht 29€.

Wo ist der dreißigste Euro geblieben?

Der Restaurantbesitzer hat 25€ behalten, die drei Männer haben 3€ zurückbekommen und der Kellner hat 2€ behalten.

$25€ + 3€ + 2€$ ergibt zusammen 30€.

Lösung: Knobelaufgaben: Gerade – Ungerade

2h

Kann man die Summe 10 aus drei ungeraden Summanden zusammensetzen? Warum geht das nicht?

ungerade + ungerade + ungerade = ungerade

10 ist eine gerade Zahl. Daher kann man sie nicht aus drei ungeraden Summanden zusammensetzen.

Finde verschiedene Aufgaben aus zwei ungeraden Summanden, die die Summe 10 ergeben. Wie viele verschiedene Aufgaben gibt es?

$$1 + 9 = 10 \qquad 3 + 7 = 10 \qquad 5 + 5 = 10$$

$$9 + 1 = 10 \qquad 7 + 3 = 10$$

Es gibt drei verschiedene Konstellationen aus jeweils zwei ungeraden Summanden, die die Summe 10 ergeben.

Finde verschiedene Aufgaben aus vier ungeraden Summanden, die die Summe 10 ergeben. Wie viele verschiedene Aufgaben gibt es?

$$1 + 1 + 1 + 7 = 10$$

$$1 + 1 + 3 + 5 = 10$$

$$1 + 3 + 3 + 3 = 10$$

Es sind verschiedene Anordnungen der Summanden möglich.

Es gibt drei verschiedene Konstellationen aus jeweils vier ungeraden Summanden, die die Summe 10 ergeben.

Finde verschiedene Aufgaben aus sechs ungeraden Summanden, die die Summe 10 ergeben. Wie viele verschiedene Aufgaben gibt es?

$$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 5 = 10$$

$$1 + 1 + 1 + 1 + 3 + 3 = 10$$

Es sind verschiedene Anordnungen der Summanden möglich.

Es gibt zwei verschiedene Konstellationen aus jeweils sechs ungeraden Summanden, die die Summe 10 ergeben.

Lösung: Knobelaufgaben: Gerade – Ungerade

2i

Kann man die Summe 20 aus drei ungeraden Summanden zusammensetzen? Warum geht das nicht?

ungerade + ungerade + ungerade = ungerade

20 ist eine gerade Zahl. Daher kann man sie nicht aus drei ungeraden Summanden zusammensetzen.

Finde verschiedene Aufgaben aus zwei ungeraden Summanden, die die Summe 20 ergeben. Wie viele verschiedene Aufgaben gibt es?

$$1 + 19 = 20 \quad 3 + 17 = 20 \quad 5 + 15 = 20 \quad 7 + 13 = 20 \quad 9 + 11 = 20$$

Die Summanden können auch vertauscht auftreten.

Es gibt fünf verschiedene Konstellationen aus jeweils zwei ungeraden Summanden, die die Summe 20 ergeben.

Finde verschiedene Aufgaben aus vier ungeraden Summanden, die die Summe 20 ergeben. Wie viele verschiedene Aufgaben gibt es?

$$\begin{array}{lll} 1 + 1 + 1 + 17 = 20 & 1 + 1 + 3 + 15 = 20 & 1 + 1 + 5 + 13 = 20 \\ 1 + 1 + 7 + 11 = 20 & 1 + 1 + 9 + 9 = 20 & 1 + 3 + 3 + 13 = 20 \\ 1 + 3 + 5 + 11 = 20 & 1 + 3 + 7 + 9 = 20 & 1 + 5 + 5 + 9 = 20 \\ 1 + 5 + 7 + 7 = 20 & 3 + 3 + 3 + 11 = 20 & 3 + 3 + 5 + 9 = 20 \\ 3 + 5 + 5 + 7 = 20 & 3 + 7 + 3 + 7 = 20 & 5 + 5 + 5 + 5 = 20 \end{array}$$

Es sind verschiedene Anordnungen der Summanden möglich.

Es gibt 15 verschiedene Konstellationen aus jeweils vier ungeraden Summanden, die die Summe 20 ergeben.

Finde verschiedene Aufgaben aus sechs ungeraden Summanden, die die Summe 20 ergeben. Wie viele verschiedene Aufgaben gibt es?

$$\begin{array}{ll} 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 15 = 20 & 1 + 1 + 1 + 1 + 3 + 13 = 20 \\ 1 + 1 + 1 + 1 + 5 + 11 = 20 & 1 + 1 + 1 + 1 + 7 + 9 = 20 \\ 1 + 1 + 1 + 3 + 3 + 11 = 20 & 1 + 1 + 1 + 3 + 5 + 9 = 20 \\ 1 + 1 + 1 + 3 + 7 + 7 = 20 & 1 + 1 + 1 + 5 + 5 + 7 = 20 \\ 1 + 1 + 3 + 3 + 3 + 9 = 20 & 1 + 1 + 3 + 3 + 5 + 7 = 20 \end{array}$$

$$1 + 3 + 3 + 3 + 3 + 7 = 20$$

$$1 + 3 + 3 + 3 + 5 + 5 = 20$$

$$1 + 1 + 3 + 5 + 5 + 5 = 20$$

$$3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 5 = 20$$

Es sind verschiedene Anordnungen der Summanden möglich.

Es gibt 14 verschiedene Konstellationen aus jeweils sechs ungeraden Summanden, die die Summe 20 ergeben.

Ein Landwirt hat auf seinem Hof Hühner und Kühe. Insgesamt haben seine Tiere 30 Beine.

Wie viele Hühner leben auf dem Hof?

Wie viele Kühe leben auf dem Hof?

Es sind verschiedene Lösungen möglich:

1 Huhn + 7 Kühe => 30 Beine

3 Hühner + 6 Kühe => 30 Beine

5 Hühner + 5 Kühe => 30 Beine

7 Hühner + 4 Kühe => 30 Beine

9 Hühner + 3 Kühe => 30 Beine

11 Hühner + 2 Kühe => 30 Beine

13 Hühner + 1 Kuh => 30 Beine

15 Hühner + 0 Kühe => 30 Beine

Lösung: Bauernhof

2k

Ein Landwirt hat auf seinem Hof Hühner, Schweine und Kühe. Insgesamt haben seine Tiere 36 Beine.

Wie viele Hühner leben auf dem Hof?

Wie viele Schweine leben auf dem Hof?

Wie viele Kühe leben auf dem Hof?

Es sind verschiedene Lösungen möglich:

Beispiele:

0 Hühner + 0 Schweine + 9 Kühe => 36 Beine

2 Hühner + 8 Schweine + 0 Kühe => 36 Beine

4 Hühner + 3 Schweine + 4 Kühe => 36 Beine

Übersicht über die verschiedenen Lösungsmöglichkeiten:

Anzahl der Hühner	Anzahl der Schweine	Anzahl der Kühe
0	0	9
0	1	8
0	2	7
0	3	6
0	4	5
0	5	4
0	6	3
0	7	2
0	8	1
0	9	0
2	0	8
4	0	7
6	0	6
8	0	5
10	0	4
12	0	3
14	0	2
16	0	1
18	0	0
2	8	0

4	7	0
6	6	0
8	5	0
10	4	0
12	3	0
14	2	0
16	1	0
2	1	7
2	2	6
2	3	5
2	4	4
2	5	3
2	6	2
2	7	1
4	1	6
4	2	5
4	3	4
4	4	3
4	5	2
4	6	1
6	1	5
6	2	4
6	3	3
6	4	2
6	5	1
8	1	4
8	2	3
8	3	2
8	4	1
10	1	3
10	2	2
10	3	1
12	1	2
12	2	1
14	1	1

Ein Landwirt hat auf seinem Hof einen Hund und mehrere Hühner, Schweine und Kühe. Insgesamt haben seine Tiere 48 Beine.

Wie viele Hühner leben auf dem Hof?

Wie viele Schweine leben auf dem Hof?

Wie viele Kühe leben auf dem Hof?

Es sind verschiedene Lösungen möglich:

Beispiele:

1 Hund + 0 Hühner + 0 Schweine + 9 Kühe => 36 Beine

1 Hund + 2 Hühner + 8 Schweine + 0 Kühe => 36 Beine

1 Hund + 4 Hühner + 3 Schweine + 4 Kühe => 36 Beine

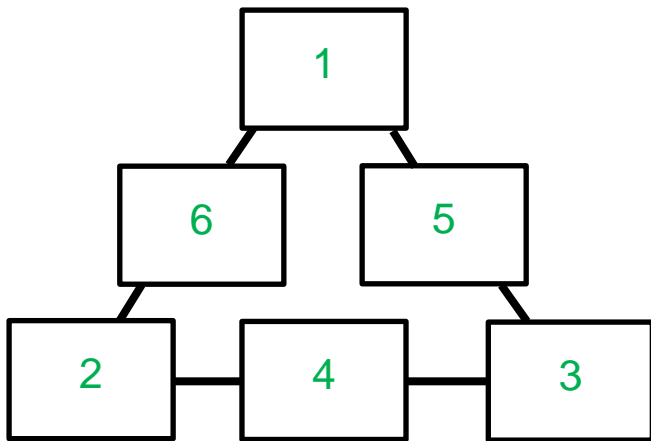
Übersicht über die verschiedenen Lösungsmöglichkeiten:

Hund	Anzahl der Hühner	Anzahl der Schweine	Anzahl der Kühe
1	0	11	0
1	0	10	1
1	0	9	2
1	0	8	3
1	0	7	4
1	0	6	5
1	0	5	6
1	0	4	7
1	0	3	8
1	0	2	9
1	0	1	10
1	0	0	11
1	2	0	10
1	4	0	9
1	6	0	8
1	8	0	7
1	10	0	6
1	12	0	5
1	14	0	4
1	16	0	3

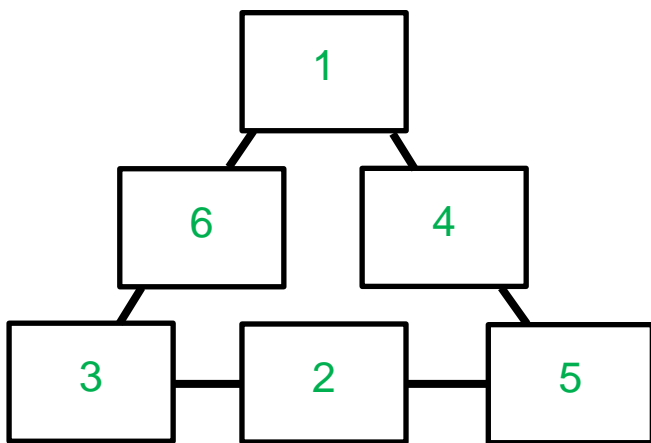
1	18	0	2
1	20	0	1
1	22	0	0
1	2	10	0
1	4	9	0
1	6	8	0
1	8	7	0
1	10	6	0
1	12	5	0
1	14	4	0
1	16	3	0
1	18	2	0
1	20	1	0
1	2	9	1
1	2	8	2
1	2	7	3
1	2	6	4
1	2	5	5
1	2	4	6
1	2	3	7
1	2	2	8
1	2	1	9
1	4	8	1
1	4	7	2
1	4	6	3
1	4	5	4
1	4	4	5
1	4	3	6
1	4	2	7
1	4	1	8
1	6	7	1
1	6	6	2
1	6	5	3
1	6	4	4
1	6	3	5
1	6	2	6
1	6	1	7
1	8	6	1
1	8	5	2
1	8	4	3
1	8	3	4
1	8	2	5
1	8	1	6

1	10	5	1
1	10	4	2
1	10	3	3
1	10	2	4
1	10	1	5
1	12	4	1
1	12	3	2
1	12	2	3
1	12	1	4
1	14	3	1
1	14	2	2
1	14	1	3
1	16	2	1
1	16	1	2
1	18	1	1

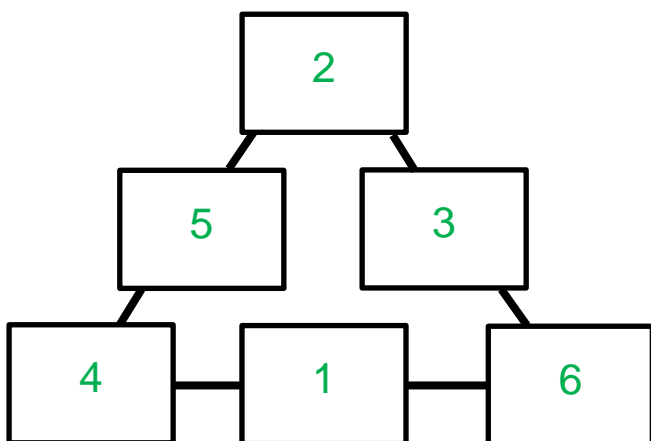
2	9	4
7	5	3
6	1	8



Zauberzahl: 9

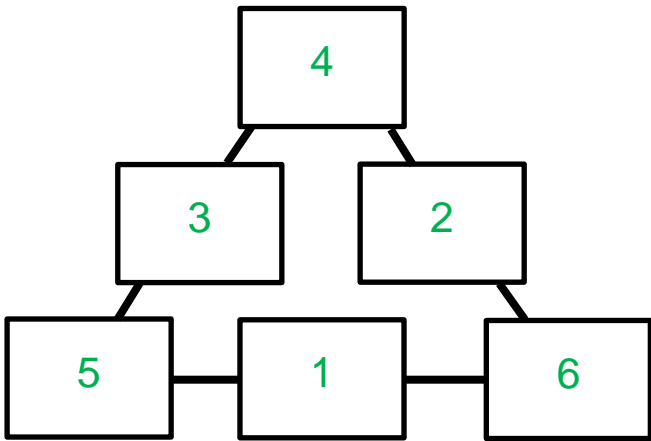


Zauberzahl: 10



Zauberzahl: 11

Zauberzahl: 12



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Es können folgende Entdeckungen gemacht werden:

➤ Es gibt nicht zu allen Zahlen einen Zahlendreherpartner.

Ausgenommen sind:

- Die erste Reihe: Die einstelligen Zahlen und die 10.

$1, 2, 3, \dots, 9, 10$

- Die rechte Spalte: Die vollen Zehner-Zahlen und die 100.

$10, 20, 30, \dots, 90, 100$

- Die Diagonale, die sich von der 11 bis zur 99 erstreckt: Die Zahlen, bei denen der Einer und der Zehner gleich sind.

$11, 22, 33, \dots, 88, 99$

➤ Es besteht eine Symmetrie bezüglich der Diagonalen, die sich von 11 bis 99 erstreckt.

➤ Die Zahlen, die keinen Zahlendreherpartner haben, sind von dieser Symmetrie ausgenommen (erste Reihe und rechte Spalte) oder sie bilden die Spiegelachse (Diagonale der sogenannten *Schnapszahlen*).

➤ Durch die Addition der Zahlendreherpaare können folgende Entdeckungen gemacht werden:

- Ist die Quersumme eines Zahlendreherpartners kleiner als 10, so ist die Summe der Paare eine Zahl, bei der der Einer und der Zehner gleich sind.

$$14+41=55$$

$$27+72=99$$

- Verschiedene Zahlendreherpaare können die gleichen Summen haben, wenn sie in einer Diagonale von rechts oben nach links unten verbunden sind.

$$14+41=23+32=55$$

$$78+87=69+96=165$$

- Die Differenz der Summe nebeneinander oder übereinander liegender Zahlendreherpaare beträgt immer 11.

$$17+71=88 \text{ und } 18+81=99 \rightarrow \text{Differenz der Summanden: } 99-88=11$$

$$24+42=66 \text{ und } 34+43=77 \rightarrow \text{Differenz der Summanden: } 77-66=11$$

Simons Schule beginnt um 8 Uhr morgens und endet um 12.30 Uhr. Er fährt eine halbe Stunde mit dem Bus nach Hause. Zuhause isst er eine halbe Stunde mit seiner Familie zu Mittag. Danach ruht er sich bis 14.30 Uhr aus. Anschließend benötigt er eine halbe Stunde für seine Hausaufgaben. Nach den Hausaufgaben hat er Fußballtraining, das zusammen mit dem Hin- und Rückweg zwei Stunden lang dauert.

8 Uhr – 12.30 Uhr: Schule

12.30 Uhr – 13 Uhr: Busfahrt

13 Uhr – 13.30 Uhr: Mittagessen

13.30 Uhr – 14.30 Uhr: Ausruhen

14.30 Uhr – 15 Uhr: Hausaufgaben

15 Uhr – 17 Uhr: Fußballtraining

Es ist Samstag. Ella steht um 8.30 Uhr auf und frühstückt gemeinsam mit ihren Eltern eine halbe Stunde. Anschließend brauchen sie 90 Minuten Zeit zum Einkaufen. Zu Hause spielt Ella 2 Stunden lang mit ihrer Schwester Jule. Danach hilft Ella ihrer Mutter beim Kochen, das dauert 45 Minuten. Die Familie isst eine halbe Stunde lang. Nach dem Mittagessen liest Ella eine Stunde lang ein spannendes Buch. Um Viertel vor drei trifft sie sich mit ihrer Freundin Vicky auf dem Spielplatz und sie spielen drei Stunden lang.

8.30 Uhr – 9 Uhr: Frühstück

9 Uhr – 10.30 Uhr: Einkaufen

10.30 Uhr – 12.30 Uhr: Mit der Schwester Jule spielen

12.30 Uhr – 13.15 Uhr: Mit der Mutter kochen

13.15 Uhr – 13.45 Uhr: Mittagessen

13.45 Uhr – 14.15 Uhr: Lesen

14.45 Uhr – 17.45 Uhr: Mit der Freundin Vicky auf dem Spielplatz spielen

Es ist 15 Uhr nachmittags. Tom benötigt 40 Minuten für seine Hausaufgaben. Danach bereitet er sich 5 Minuten auf sein Fußballtraining vor und rennt dann in 7 Minuten zum Bus. Der Bus fährt um 15.55 Uhr los und braucht 12 Minuten bis zum Sportplatz. Tom begrüßt seine Freunde und hat noch 23 Minuten Zeit, bis das Training beginnt. Das Training dauert 2 Stunden lang.

15 Uhr – 15.40 Uhr: Hausaufgaben

15.40 Uhr – 15.45 Uhr: Vorbereitung Fußballtraining

15.45 Uhr – 15.52 Uhr: Zum Bus rennen

15.55 Uhr – 16. 07 Uhr: Busfahrt

16.07 Uhr – 16.30 Uhr: Freunde begrüßen

16.30 Uhr – 18.30 Uhr: Fußballtraining