Zur Bewertung von Derivaten
Eine Einführung

Dr. Volkert Paulsen

17. September 2009

Im wesentlichen unternimmt man auf Finanzmärkten eine Zweiteilung in Basis- und derivative Finanzgüter. Ein Anteil an einem Basisfinanzgut entspricht dabei einem Anteil an einem zu Grunde liegenden Vermögensgegenstand wie etwa ein Unternehmen oder ein Rohstoff. Beispiele für solche Basisfinanzgüter sind also Unternehmensaktien, Rohstoffe wie Öl, Metalle usw. oder landwirtschaftliche Erzeugnisse. Wir nehmen an, dass die in unserem Finanzmarkt enthaltenen Basisfinanzgüter beliebig oft teilbar und zu jeder Zeit in der Regel an Börsen handelbar sind. Ein derivatives Finanzgut leitet sich aus einem Basisfinanzgut, dem Underlying, ab. Wichtige Beispiele sind die sogenannten Call- und Putoptionen.

Definition 0.1 *Eine Kaufoption (Call) beinhaltet das Recht, ein zugrundeliegendes Basisgut zu einem im voraus bestimmten fixierten Preis, dem Ausübungspreis (strike price), während (amerikanische Option) oder nur am Ende der Laufzeit (europäische Option) der Option zu kaufen.*

Eine Calloption kann angesehen werden als Vertrag zwischen einem Käufer, der das Optionsrecht kauft, und einem Verkäufer, dem sogenannten Stillhalter oder Optionszeichner, der die Optionsprämie (den Optionspreis) bei Abschluß des Geschäftes erhält. Die Option ist ein bedingtes Termingeschäft, denn am zukünftigen Ausübungszeitpunkt hat der Rechteinhaber, die Entscheidungsgewalt, die Option auszuüben oder nicht. Er wird dies immer dann tun, wenn der Wert des Underlying den Ausübungspreis am Ausübungszeitpunkt übertrifft. Bezeichnet $(S_t)_{t\geq 0}$ die Preisentwicklung des Underlying, T den Ausübungszeitpunkt, K den Ausübungspreis, so erhält der Callbesitzer in T die Auszahlung

$$(S_T - K)^+ = (S_T - K)1_{\{S_T \geq K\}} = \begin{cases} S_T - K & \text{falls} S_T > K \\ 0 & \text{falls} S_T \leq K. \end{cases} \tag{1}$$

Entsprechend der Kaufoption gibt es auch eine Option, ein Underlying zu einem bestimmten Preis verkaufen zu können, welche als Putoption bezeichnet wird.

Definition 0.2 *Eine Verkaufsoption (Put) beinhaltet das Recht, ein zugrundeliegendes Basisgut zu einem im voraus bestimmten fixierten Preis, dem Ausübungspreis (strike price), während (amerikanische Option) oder nur am Ende der Laufzeit (europäische Option) der Option zu verkaufen.*

Ein Putoption wird also dann ausgeübt werden, wenn der Wert des Underlying den Ausübungspreis unterschreitet und der Optionsinhaber erhält als Auszahlung im Ausübungszeitpunkt T

$$(K - S_T)^+ = (K - S_T)1_{\{S_T \leq K\}} = \begin{cases} K - S_T & \text{falls } S_T \leq K \\ 0 & \text{falls } S_T > K. \end{cases} \tag{2}$$

Derivate im allgemeinen und Call-bzw. Putoptionen im besonderen werden im Risikomanagement zur Risikobegrenzung benutzt. Dies soll an folgendem Beispiel erläutert werden. Nehmen wir an, wir managen einen Aktienfond über den Zeitraum T, der den Dax nachbildet, und am Ende des Anlagezeitraumes T das Fondvermögen an die Inhaber ausschüttet. Wie wir alle wissen ist der Aktienmarkt starken zufälligen Schwankungen unterworfen. Um nun das Anfangsvermögen x gegen Wertverfall zuversichern, kann folgende Strategie durchgeführt werden.

1. kaufe für x Aktien des Dax entsprechend ihrer Gewichtung, dies entspricht dem Halten von n Dax Anteilen
2. kaufe für jeden Daxanteil einen Put mit strike $K = x/n$

Bezeichnet $(S_t)_{t\geq 0}$ die Preisentwicklung eines Daxanteils, so gilt

$$x = nS_0$$

und am Ende hat unser Portfolio aus Daxanteilen und Daxputs die Auszahlung

$$nS_T + n(K - S_T)^+ = \begin{cases} nS_T & \text{falls } S_T > K \\ nK & \text{falls } S_T \leq K \end{cases} = \max\{nS_T, x\}. \tag{3}$$

Der Putanteil im Portfolio kann also als Versicherung gegen den Wertverfall des Underlying aufgefaßt werden. Der Optionspreis P, der anfänglich hier bezahlt werden muß, kann als Versicherungsprämie interpretiert werden. Man beachte, dass für das anfängliche Aufstellen dieses Portfolios ein Kapital von

$$nS_0 + nP = x + nP$$

notwendig ist. Die Absicherung kostet Geld, was nicht überraschend ist.

Diese obige Absicherungsstrategie, die einem Garantiefond entspricht, kann auch mit Hilfe von Call Optionen realisiert werden. Hierzu benötigt man allerdings noch die sogenannten Nullkouponanleihen als Basisfinanzgüter.

Definition 0.3 *Eine Nullkouponanleihe mit Ausübungszeitpunkt T ist ein Finanzgut, dass seinem Inhaber zum Zeitpunkt T eine Auszahlung von einer Geldeinheit, etwa 1 Euro, zusichert. Mit $B(t,T)$ bezeichnet man den Preis, der zum Zeitpunkt t für dieses Recht bezahlt werden muß. $B(0,T)$ ist also der Anfangspreis einer solchen Nullkouponanleihe, die auch T-Bond genannt wird.*

Ein T-Bond ist ein festverzinslicher Wertpapier, dass während der Laufzeit keine Zinsen (Koupons) zahlt. Vielmehr werden die fälligen Zinsen am Ende der Laufzeit gezahlt.

Bonds und Calls auf das Underlying realisieren die Auszahlung eines Garantiefonds folgendermaßen.

Zur Finanzierung des zum Zeitpunkt T garantierten Endvermögens x ist der Kauf von x T-Bonds notwendig. Um an einer eventuellen positiven Entwicklung des Dax teilzuhaben werden zusätzlich n Calloptionen mit Basis $K = x/n$ gekauft. Das so gebildete Portfolio hat somit eine Auszahlung zum Zeitpunkt T von

$$x + n(S_T - K)^+ = \begin{cases} nS_T & \text{falls} S_T > K \\ nK & \text{falls} S_T \leq K \end{cases} = \max\{nS_T, x\}, \tag{4}$$

was der Auszahlung der Put+Underlying Strategie entspricht. Bezeichnet C den Anfangspreis des Calls mit Strike K und Ausübungszeitpunkt T, so ist für die zweite Strategie das Anfangskapital

$$nC + xB(0,T) = n(C + KB(0,T))$$

notwendig.

Wir stellen fest, dass wir durch zwei verschiedene Portfoliostrategien einen Garantiefond darstellen können. Intuitiv würde man vermuten, dass es nur einen Anfangspreispreis für diese Absicherungsstrategie geben kann. Deshalb würde man folgenden Zusammenhang vermuten.

$$C + KB(0,T) = P + S_0. \tag{5}$$

Diese Identität wird als Put-Call Parität bezeichnet und kann mit nachfolgenden Arbitrageargumenten gezeigt werden. Als Konsquenz ergibt sich, dass obiger Ansatz auch zur Bewertung eines Calls bzw. Puts benutzt werden kann. Ist nämlich einer der beiden Optionspreise bekannt, so ergibt sich der jeweils andere aus obiger Put-Call Parität.

Definition 0.4 *Ein Arbitrage ist eine Portfoliostrategie, die einen risikolosen Profit (ein free lunch) erzeugt.*

Etwas präziser formuliert ist ein Arbitrage eine Portfoliostrategie, dessen Wertentwicklung $(V(t))_{0\leq t\leq T}$ die Bedingung

$$V(0) = 0 \quad , \quad V(T) > 0$$

erfüllt. Ohne Anfangskapital ermöglicht also eine Arbitragestrategie das Erzielen eines Endvermögens, dass immer nicht negativ, aber in gewissen Szenarien echt positiv ist. Man kann gewissermaßen ein free lunch durch solch eine Strategie finanzieren.

Annahme 0.5 *Finanzmärkte sind frei von Arbitragemöglichkeiten.*

Diese Annahme ist in effizienten und transparenten Finanzmärkten gegeben, denn bei Auftreten eines Arbitrage, verursacht z.B. durch eine fehlerhafte Preisfestsetzung, wird durch eine erhöhte Nachfrage der Preis sich schnell in die richtige Richtung entwickeln und so die kurzzeitig vorhandene Arbitragemöglichkeit eliminieren. Man spricht davon, dass Finanzmärkte in einem Art Gleichgewichtszustand die obige Annahme der Arbitragefreiheit erfüllen und dass die Selbstreinigung des Marktes dafür sorgt, dass ein Verlassen des Gleichgewichtszustandes wieder rückgängig gemacht wird.

Aus der Annahme der Arbitragefreiheit kann nun das Replikationsprinzip gefolgert werden, dass kraftvoll bei der Bewertung von Derivaten eingesetzt werden kann.

Replikationsprinzip 0.6 *Haben zwei verschiedene Kombinationen von dividendenfreien Finanzgüter K und L zu einem zukünftigen Zeitpunkt T den gleichen Wert, so stimmen auch deren Anfangswerte überein.*

Wir betrachten zur Vereinfachung in unserem Finanzmarkt nur Finanzgüter, die keine Barausschüttung in Form von Dividenden vornehmen. Eine Kombination von solchen Finanzgütern entspricht einer sogenannten selbstfinanzierenden Handelsstrategie. Dabei wird ein Anfangsportfolio aufgebaut, das über die Zeit kontinuierlich verändert werden kann in der Regel reagierend auf sich ändernde Marktpreise der Basisfinanzgüter. Dabei wird über die Zeit aus dem Portfolio weder Geld zum Konsum entnommmen noch von außen zusätzliches Geld zu Investitionszwecken nachgeschossen. Für das erste kann man sich vorstellen, dass man ein festes Portfolio am Anfang wählt und diese über die Zeit hält. Die Wertentwicklung des Portfolios hängt dann nur von der Preisentwicklung der zu Grunde liegenden Basisfinanzgüter ab.

Man beachte, dass der obige Satz keine mathematische Aussage ist, denn man hat ja noch gar kein mathematisches Modell aufgestellt, in dem man mathematische Aussagen formulieren und beweisen kann. Aber denoch kann man das Replikationsprinzip logisch aus der Annahme der Arbitragefreiheit folgern durch folgende Argumentation.

Argumentation: *Die Portfoliostrategie K habe den Anfangswert V_0 und Endwert V, die Strategie L entsprechend den Anfangswert W_0 und Endwert W. Wir setzen voraus, dass $V = W$ gilt und müssen zeigen, dass $V_0 = W_0$ ist. Angenommen $V_0 \neq W_0$ so muß gelten $V_0 > W_0$ oder $V_0 < W_0$.*

1. Fall: $V_0 > W_0$
Dann kann man folgende Arbitragemöglichkeit angeben:

- *Handele immer im Gegensatz zu der durch K definierten Portfoliostrategie, d.h. verkaufe immer dann, wenn bei K gekauft wird und kaufe immer dann, wenn bei K verkauft wird. Dadurch kann eine Wertentwicklung realisiert werden, die genau der negativen Wertenticklung von K entspricht.*

- *Handele entsprechend der durch L bestimmten Portfoliostrategie.*

- *Investiere $V_0 - W_0$ in T-Bonds, d.h. halte $(V_0 - W_0)/B(0,T)$ T-Bonds bis zum Ende*

Diese Gesamtstrategie hat einen Anfangswert von

$$-V_0 + W_0 + V_0 - W_0 = 0$$

und einen Endwert von

$$-V + W + \frac{V_0 - W_0}{B(0,T)} > 0$$

und ist damit eine Arbitragemöglichkeit.

2. Fall: $V_0 < W_0$ Dann kann man eine analoge Arbitragemöglichkeit angeben:

- *Handele immer entsprechend der durch K definierten Portfoliostrategie,*
- *Handele immer invers zu der durch L definierten Portfoliostrategie,*
- *Halte $W_0 - V_0$ T-Bonds bis zum Ende*

Diese Gesamtstrategie definiert wiederum ein Arbitrage, da der Anfangswert $V_0 - W_0 + W_0 - V_0 = 0$ ist und der Endwert gegeben ist durch

$$V - W + \frac{W_0 - V_0}{B(0,T)} = \frac{W_0 - V_0}{B(0,T)} > 0.$$

In beiden Fällen ergibt sich also ein Widerspruch zur angenommenen Arbitragefreiheit des Finanzmarktes und somit muss $V_0 = W_0$ gelten.

Diese Replikationsprinzip kann nun benutzt werden, um die Put-Call Parität herzuleiten. Denn beide Strategien, Call + Bond bzw. Put + Underlying, liefern das gleiche Endvermögen $\max\{S_T, K\}$. Somit stimmen die Anfangspreise überein, was die Put-Call Parität impliziert.

Möchte man ein Derivat mit Auszahlung D_T zum Zeitpunkt T bewerten, so kann man entsprechend des Replikationsprinzips folgendermaßen vorgehen. Finde eine selbstfinanzierende Portfoliostrategie, deren Wert zum Zeitpunkt T mit der Derivateauszahlung D_T übereinstimmt. Dann ist der Anfangswert der Portfoliostrategie der eindeutig bestimmte sogenannte arbitragefreie Preis des Derivates. Eine solche Portfoliostrategie repliziert die Derivatauszahlung und wird Hedge genannt. Es ergibt sich somit

Folgerung 0.7 *Der arbitragefreie Anfangspreis eines hedgebaren Derivates ist eindeutig durch den Anfangswert einer Hedgestrategie bestimmt.*

Insbesondere bedeutet dies, dass der Preis eines hedgebaren Derivates nicht von der subjektiven Einschätzung eines einzelnen Akteurs abhängt.

Als weiteres Beispiel für die Anwendung des Replikationsprinzips wollen wir die Beziehung zwischen Termin und Spotpreisen herleiten. Dazu ist es notwendig, den Forward Kontrakt als weiteres Finanzgut in unserem Finanzmarkt einzuführen.

Definition 0.8 *Ein forward auf ein Underlying ist ein Kontrakt zwischen zwei Parteien A und B. Dabei zahlt A an B den zum Abschluß des Vertrages vereinbarten Terminpreis F_T zum Ausübungszeitpunkt T und erhält von B dafür das Underlying.*

Ein forward ist ein unbedingtes Termingeschäft, das beide Vertragsseiten dazu verpflichtet, zum Zeitpunkt T das Underlying gegen Geld zu tauschen. Wichtig ist hierbei, dass der Abschluß eines Forwardgeschäftes kostenfrei ist. Mit dem Replikationsprinzip kann nun eine Beziehung zwischen Termin - und Spotpreis des Underlying hergestellt werden.

Folgerung 0.9 *Bezeichnet man mit S_0 den Anfangspreis des Underlying, so gilt für den Forwardpreis F_T die Beziehung*

$$S_0 = F_T B(0, T).$$

Argumentation: *Betrachte die beiden folgenden Portfoliostrategien.*

I: Halten von F_T Nullkouponanleihen und Eingehen einer forwardposition, die einem das Underlying gegen Zahlung des Forwardpreises gibt.

II: Halten des Underlying

Beide Strategien liefern das Underlying am Ende. Also müssen die Anfangswerte übereinstimmen, was gerade durch obige Idendität dargestellt wird.

Zur Analyse von sogenannten Aktienanleihen wird zum Abschluß die digitale Option eingeführt.

Definition 0.10 *Ein digitaler Call auf ein Underlying mit Ausübungszeitpunkt T, strike K und Auszahlungsbetrag β gibt dem Inhaber das Recht, den Auzahlungsbetrag vom Verkäufer zu erhalten, wenn das Underlying zum Zeitpunkt T oberhalb vom strike notiert.*

Ein digitaler Call ist also ein Derivat mit Auszahlung

$$\beta 1_{\{S_T \geq K\}} = \begin{cases} \beta & \text{falls} S_T \geq K \\ 0 & \text{falls} S_T < K \end{cases}$$

Entsprechend kann der digitale Put definiert werden durch

Definition 0.11 *Ein digitaler Put auf ein Underlying mit Ausübungszeitpunkt T, strike K und Auszahlungsbetrag β gibt dem Inhaber das Recht, den Auzahlungsbetrag vom Verkäufer zu erhalten, wenn das Underlying zum Zeitpunkt T unterhalb vom strike notiert.*

Für den digitalen Put ergibt sich also zum Zeitpunkt T die Auszahlung

$$\beta 1_{\{S_T \leq K\}} = \begin{cases} \beta & \text{falls} S_T \leq K \\ 0 & \text{falls} S_T > K \end{cases}$$

Zertifikate sind sogenannte strukturierte Produkte bei der der Emittent, in der Regel eine Bank, dem privaten Investor die Übernahme von Finanzmarktrisiken anbietet und entsprechend vergütet. Finanzmathematisch gesehen kann ein Zertifikat als Derivat aufgefaßt werden, das in der Regel in einfache Bestandteile zerlegt werden kann, was eine Bewertung erlaubt.

Aufgabe 1 Analysieren Sie die Commerzbank Aktienanleihe Protect (siehe beigefügter Verkaufsprospekt)

Folgende Punkte können Sie dabei untersuchen.

- Darstellung der Auszahlungsfunktion als Formel sowie als Graphik,
- Analyse der Risiken,
- Wie kann die Auszahlung durch ein Portfolio von Ihnen bekannten Finanzgütern repliziert werden,
- Wie können Sie dies zu einer Bewertung der Aktienanleihe benutzen.

Aufgabe 2 Analysieren Sie das Bonus Pro Zertifikat auf den Euro Stoxx 50 (siehe beigefügter Verkaufsprospekt) entsprechend der Aufgabe 1 .

Lösung Aufgabe 1:

Die Aktienanleihe umfaßt folgende Bestandteile

- Nominal N
- Anfangskurs des Underlying S_0
- Ausübungszeitpunkt T
- Schwelle K
- Koupon R

und kann folgendermaßen spezifiziert werden. Ist der Aktienkurs S_T zum Ausübungszeitpunkt T oberhalb der Schwelle K, so erhält man das Nominal N. Andernfalls erfolgt eine Lieferung in Aktien entsprechend der Wertentwicklung der Aktie, d.h, dass man N/S_0 Aktien erhält. In jedem Fall erhält man eine Verzinsung des Nominals in Höhe des Koupons R, also NR . In Formeln entspricht dies der Auszahlung D_T gegeben durch

$$D_T = NK + N1_{\{S_T>K\}} + \frac{N}{S_0} S_T 1_{\{S_T \leq K\}}. \tag{6}$$

Analyse der Risiken:

Im Falle von $S_T \leq K$ erleidet man im Vergleich zum Nominal einen Verlust der Höhe

$$N - \frac{N}{S_0} S_T = \frac{N}{S_0}(S_0 - S_T) = \frac{N}{S_0}(S_0 - K) + \frac{N}{S_0}(K - S_T).$$

Kauft man also

- $\frac{N}{S_0}$ digitale Putoptionen mit strike K und Auszahlungsbetrag $S_0 - K$,
- $\frac{N}{S_0}$ Puts mit Basis K auf das Underlying,

so hat man sich gegen die Risiken versichert. Das Portfolio aus

- Aktienanleihe
- $\frac{N}{S_0}$ digitale Puts
- $\frac{N}{S_0}$ Puts

liefert also zum Zeitpunkt T die sichere Auszahlung $N(1 + R)$. Nach dem Replikationsprinzip bedeutet dies für den Anfangspreis AB der Aktienanleihe

$$AB + \frac{N}{S_0} P + \frac{N}{S_0} DP = (1 + R)NB(0, T). \tag{7}$$

Hierbei bezeichnet P den Putpreis und DP den Anfangspreis des digitalen Puts. Prinzipiell kann so eine Bewertung der Aktienanleihe durchgeführt werden, da die Preise der Einzelbestandteile im Markt ablesbar sind.

Sicht des Emittenten: Eine emittierende Bank muß sich überlegen, wie das Auszahlungsprofil der Aktienanleihe repliziert werden kann. Dazu kann sie obige Überlegungen anwenden und fährt folgende Strategie:

- halte $N(1+R)$ T-Bonds
- verkaufe $\frac{N}{S_0}$ Puts mit Basis K und Laufzeit T
- verkaufe $\frac{N}{S_0}$ digitale Puts mit Auszahlungsbetrag $S_0 - K$.

Dies liefert als Auszahlung in T

$$N(1+R) - \frac{N}{S_0}(K - S_T)^+ - \frac{N}{S_0}(S_0 - K)1_{\{S_T \leq K\}} = D_T,$$

was also die Replizierung des Auszahlungsprofils impliziert. Durch die Verkäufe des Puts und des digitalen Puts ist die Bank in der Lage den hohen Koupon zu finanzieren.

Alternative Hedgestrategie Denkt man an die Put-Call Parität, so ist eine alternative Hedgestrategie mit Call und digitalem Call fogendermaßen möglich.

- Kaufe $\frac{N}{S_0}$ Aktien
- Verkaufe $\frac{N}{S_0}$ Calls mit Basis K
- Kaufe $\frac{N}{S_0}$ digitale Calls mit Auszahlungsbetrag $S_0 - K$ und Basis K
- halte NK T-bonds

Diese Strategie liefert als Auszahlung in T

$$\begin{aligned}
& \frac{N}{S_0}S_T - \frac{N}{S_0}(S_T - K)^+ + \frac{N}{S_0}(S_0 - K)1_{\{S_T > K\}} + NK \\
= \; & \frac{N}{S_0}S_T 1_{\{S_T \leq K\}} + K\frac{N}{S_0}1_{\{S_T > K\}}\frac{N}{S_0}(S_0 - K)1_{\{S_T > K\}} + NK \\
= \; & \frac{N}{S_0}S_T 1_{\{S_T \leq K\}} + N1_{\{S_T > K\}} + NK \\
= \; & D_T
\end{aligned}$$

und repliziert damit die Aktienanleihe

Lösung Aufgabe 2: Das Bonus Pro Zertifikat hat folgende Bestandteile

- Nominal N
- Anfangskurs S_0 des Underlying

- Ausübungszeitpunkt T
- Sicherheitsschwelle K
- Bonusrendite R, die zu einer Bonusschwelle $\beta = N(1+R)$ führt.

Für die Derivateauszahlung D_T gilt

$$D_T = \frac{N}{S_0} S_T 1_{\{S_T \leq K\}} + \beta 1_{\{K < S_T \leq \beta\}} + \frac{N}{S_0} S_T 1_{\{S_T > \beta\}}.$$

Folgende Strategie führt zu einem Hedge.

- Halte $\frac{N}{S_0}$ Calls mit Basis β
- Halte $\frac{N}{S_0}$ T-Bonds
- Verkaufe $\frac{N}{S_0}$ digitale Puts mit Basis K und Auszahlungsbetrag $\beta - K$)
- Verkaufe $\frac{N}{S_0}$ Puts mit Basis K

Diese Strategie liefert folgende Auszahlung:

$$\begin{aligned}
& \frac{N}{S_0}(S_T - B)^+ + \frac{N}{S_0}\beta - \frac{N}{S_0}(\beta - K) 1_{\{S_T \leq K\}} - \frac{N}{S_0}(K - S_T)^+ \\
= \; & \frac{N}{S_0} S_T 1_{\{S_T > \beta\}} + \beta 1_{\{K < S_T \leq \beta\}} + \frac{N}{S_0} S_T 1_{\{S_T \leq K\}} \\
= \; & D_T
\end{aligned}$$

Damit ergibt sich als Preis für das Zertifikat

$$\frac{N}{S_0} C(\beta) + \frac{N}{S_0} \beta B(0,T) - \frac{N}{S_0} P(K) - \frac{N}{S_0} DP(K, \beta - K).$$

Eine alternative Hedgemöglichkeit ist:

- Halten von $\frac{N}{S_0}$ Aktien ,
- Verkaufen von $\frac{N}{S_0}$ Calls mit Basis K
- Halten von $\frac{N}{S_0}$ Calls mit Basis β
- Halten von $\frac{N}{S_0}$ digitalen Calls mit Basis K und Auszahlungsbetrag $\beta - K$

Dies führt zu einer Auszahlung von

$$\begin{aligned}
& \frac{N}{S_0} S_T - \frac{N}{S_0}(S_T - K)^+ + \frac{N}{S_0}(S_T - \beta)^+ + \frac{N}{S_0}(\beta - K) 1_{\{S_T > K\}} \\
= \; & \frac{N}{S_0} S_T 1_{\{S_T > \beta\}} + \beta 1_{\{K < S_T \leq \beta\}} + \frac{N}{S_0} S_T 1_{\{S_T \leq K\}} \\
= \; & D_T
\end{aligned}$$

Damit ergibt sich folgende alternative Darstellung des Zertifikatepreises

$$N - \frac{N}{S_0}C(K) + \frac{N}{S_0}C(\beta) + \frac{N}{S_0}DC(K, \beta - K).$$