Westfälische
Wilhelms-Universität
Münster

Die Bewertung von Zertifikaten

Diplomarbeit

vorgelegt von

Kerstin Brauner

Betreuer: Privatdozent Dr. Volkert Paulsen
Institut für Mathematische Statistik
Fachbereich 10 - Mathematik und Informatik
Westfälische Wilhelms-Universität Münster

Inhaltsverzeichnis

Einleitung **1**

1 Grundlagen von Zertifikaten **3**
1.1 Was ist ein Zertifikat? . . . 3
1.2 Geschichte der Zertifikate . . . 3
1.3 Vorteile von Zertifikaten . . . 6
1.4 Zertifikate und ihre Risiken . . . 7

2 Typisierung von Zertifikaten **13**
2.1 Partizipationszertifikate . . . 13
2.1.1 Indexzertifikate . . . 13
2.1.2 Basketzertifikate . . . 18
2.2 Zertifikate mit definiertem Rückzahlungsprofil . . . 21
2.2.1 Bonuszertifikate . . . 22
2.2.2 Discountzertifikate . . . 30
2.2.3 Aktienanleihen . . . 35
2.2.4 Indexanleihen . . . 41

3 Das Black-Scholes-Modell **51**
3.1 Die Black-Scholes-Formeln . . . 51
3.2 Volatilität . . . 66
3.2.1 Implizite Volatilität . . . 66
3.2.2 Berechnung der impliziten Volatilität . . . 67

4 Anwendungen **75**
4.1 Bewertung von Discountzertifikaten . . . 75
4.1.1 Discountzertifikat auf die Aktie der Commerzbank AG . . . 75
4.1.2 Discountzertifikat auf die Aktie der Deutschen Bank AG . . . 78
4.2 Bewertung von Aktienanleihen Protect . . . 82
4.2.1 Aktienanleihe Protect auf die Aktie der Commerzbank AG . . . 82
4.2.2 Aktienanleihe Protect auf die Aktie der Deutschen Lufthansa AG 85

5 Zusammenfassung und Ausblick **91**

A Ableitungen 93
A.1 Ableitung von $f_5'(\sigma)$ 93
A.2 Ableitung von $f_7'(\sigma)$ 94

B PDFs 95
B.1 Produktinformationsblätter 95
B.2 Kundenbroschüre 108

C Daten-CD 113

Abkürzungsverzeichnis

BdB	Bundesverband deutscher Banken e.V.
bzgl.	bezüglich
bzw.	beziehungsweise
DAX	Deutscher Aktienindex
d.h.	das heißt
EONIA	Euro OverNight Index Average
ESAEG	Einlagensicherungs- und Anlegerentschädigungsgesetz
ETFs	Exchange Traded Fonds
EURIBOR	Euro InterBank Offered Rate
f.	folgende
ff.	fortfolgende
Inc.	Incorporation
PIB	Produktinformationsblatt
sog.	sogenannt
u.a.	unter anderem
VaR	Value at Risk
vgl.	vergleiche
VÖB	Bundesverband Öffentlicher Banken Deutschlands e.V.
z.B.	zum Beispiel

Symbolverzeichnis

$B(0,T)$	Anfangspreis einer Nullkouponanleihe (T-Bond) mit Ausübungszeitpunkt T
$CP_0(x)$	Anfangspreis einer Calloption ohne Dividende mit Basis x
CP_s	Preis einer Calloption ohne Dividende zum Zeitpunkt s
$\overline{CP_s}$	Marktpreis einer Calloption ohne Dividende zum Zeitpunkt s
$\widetilde{CP_s}$	Preis einer Calloption mit Dividende zum Zeitpunkt s
$\overline{\widetilde{CP_s}}$	Marktpreis einer Calloption mit Dividende zum Zeitpunkt s
$C^dP_0(x,y)$	Anfangspreis einer digitalen Calloption ohne Dividende mit Basis x und Auszahlungsbetrag y
C^dP_s	Preis einer digitalen Calloption ohne Dividende zum Zeitpunkt s
$\overline{C^dP_s}$	Marktpreis einer digitalen Calloption ohne Dividende zum Zeitpunkt s
$\widetilde{C^dP_s}$	Preis einer digitalen Calloption mit Dividende zum Zeitpunkt s
$\overline{\widetilde{C^dP_s}}$	Marktpreis einer digitalen Calloption mit Dividende zum Zeitpunkt s
$C^{dao}P_0(x,y)$	Anfangspreis einer down-and-out Calloption mit Basis x und Knock-Out-Barriere y
$P(C)$	Anfangspreis eines Claims ohne Dividende
$P^*(C)$	Anfangspreis eines Claims mit Dividende
$P(C,s)$	Preis eines Claims ohne Dividende zum Zeitpunkt s
$P^*(C,s)$	Preis eines Claims mit Dividende zum Zeitpunkt s
$PP_0(x)$	Anfangspreis einer Putoption ohne Dividende mit Basis x
PP_s	Preis einer Putoption ohne Dividende zum Zeitpunkt s
$\overline{PP_s}$	Marktpreis einer Putoption ohne Dividende zum Zeitpunkt s

$\widetilde{PP_s}$	Preis einer Putoption mit Dividende zum Zeitpunkt s
$\overline{\widetilde{PP_s}}$	Marktpreis einer Putoption mit Dividende zum Zeitpunkt s
$P^dP_0(x,y)$	Anfangspreis einer digitalen Putoption ohne Dividende mit Basis x und Auszahlungsbetrag y
P^dP_s	Preis einer digitalen Putoption ohne Dividende zum Zeitpunkt s
$\overline{P^dP_s}$	Marktpreis einer digitalen Putoption ohne Dividende zum Zeitpunkt s
$\widetilde{P^dP_s}$	Preis einer digitalen Putoption mit Dividende zum Zeitpunkt s
$\overline{\widetilde{P^dP_s}}$	Marktpreis einer digitalen Putoption mit Dividende zum Zeitpunkt s
$P^{dai}P_0(x,y)$	Anfangspreis einer down-and-in Putoption mit Basis x und Knock-In-Barriere y
$P^{dao}P_0(x,y)$	Anfangspreis einer down-and-out Putoption mit Basis x und Knock-Out-Barriere y
$(S_t)_{t\geq 0}$	Kursentwicklung eines Basiswerts
$(S_t^k)_{t\geq 0}$	Kursentwicklung mehrerer Basiswerte in einem Basket
$(X_t)_{t\geq 0}$	Kursentwicklung für eine festverzinsliche Anlage
ZP_0	Anfangspreis eines Zertifikats ohne Dividende
ZP_s	Preis eines Zertifikats ohne Dividende zum Zeitpunkt s
$\overline{ZP_s}$	Marktpreis eines Zertifikats ohne Dividende zum Zeitpunkt s
$\widetilde{ZP_s}$	Preis eines Zertifikats mit Dividende zum Zeitpunkt s
$\overline{\widetilde{ZP_s}}$	Marktpreis eines Zertifikats mit Dividende zum Zeitpunkt s

Abbildungsverzeichnis

1.1 Entwicklung des Zertifikatehandels seit Dezember 2004 . . . 4

2.1 Auszahlungsprofil eines Indexzertifikats mit Cap . . . 15
2.2 Auszahlungsprofil eines klassischen Bonuszertifikats mit einer Aktie als Basiswert . . . 24
2.3 Auszahlungsprofil eines Bonus-Pro-Zertifikats . . . 25
2.4 Auszahlungsprofil eines Discountzertifikats . . . 31
2.5 Auszahlungsprofil einer Aktienanleihe Protect . . . 36
2.6 Auszahlungsprofil einer Express Aktienanleihe Protect zum ersten Ausübungszeitpunkt . . . 37
2.7 Auszahlungsprofil einer Indexanleihe Protect auf den Dow Jones Euro Stoxx 50 Index . . . 43

Einleitung

Am Finanzmarkt werden die unterschiedlichsten Produkte gehandelt. Die wohl bekanntesten unter ihnen sind die Aktien und die festverzinslichen Anlagen. Mit Ersteren lassen sich hohe Renditen erzielen, mit Letzteren dagegen eher geringe Renditen. Die Spekulation mit Aktien ist allerdings sehr risikoreich, wohingegen die Investition in festverzinlische Anlagen eher für risikoaverse Anleger geeignet ist. Jeder Anleger hat ein eigenes Risikoprofil und eigene Renditewünsche. Eine reine Anlagestrategie in Aktien und festverzinsliche Anlagen ist häufig nicht in der Lage, an dieses Profil angepasst zu werden. Der Finanzmarkt bietet dafür jedoch eine Alternative: Investition in Zertifikate. Es existieren Zertifikate in einer unglaublichen Vielfalt, die jedem Anlegertyp gerecht werden, sei er nun risikoscheu oder risikoaffin. Jedes hat seine Vor- und Nachteile, was von der entsprechenden Anlagestrategie abhängt. Deshalb sollte sich auch vor dem Handel mit Zertifikaten ausreichend darüber informiert werden, so dass jeder Investor das passende Produkt für sich findet.

Ein Anleger kann also, im Unterschied zu risikoscheuen Anlagen und riskanten Aktien, aus einem breiten Spektrum an Zertifikaten, welche mit wenig Risiko, als auch welche mit hohem Risiko wählen, um seine individuellen Vorstellungen zu verwirklichen. Doch wie bei jeder Interaktion am Finanzmarkt muss auch hier ein Preis für den Erwerb eines solchen Wertpapiers gezahlt werden. In der Mathematik kann ein „fairer Preis“ mit Hilfe eines Finanzmarktmodells bestimmt werden. Es stellt sich dann nur die Frage in welchem Zusammenhang dieser Modellpreis und der am Markt gehandelte Preis verschiedener Zertifikate stehen. Genau diese Thematik wird in dieser Arbeit behandelt. Wichtig für unsere Zwecke ist zu allererst die **Replikation des Auszahlungsprofils** eines Zertifikats. Wir können dann nämlich den Preis eines komplexen Finanzguts (Zertifikats) basierend auf Preisen einfacher Finanzgüter/Optionen bestimmen. Zu deren Berechnung werden wir das Black-Scholes-Modell kennenlernen. Im weiteren Verlauf der Arbeit wird außerdem deutlich, dass die **Volatilität**, als ein Parameter des Modells, eine sehr wichtige Rolle bei der Preisberechnung übernimmt.

Es soll in **Kapitel 1** zunächst eine allgemeine Definition für Zertifikate erfolgen. Danach wird kurz deren geschichtlicher Verlauf ab dem Zeitpunkt der allerersten Emission vorgestellt. Im Folgenden wird dann sowohl ein allgemeiner Überblick über ihre Vorteile, als auch über ihre Risiken gegeben. Der Leser erhält so eine Einführung in diese Anlagemöglichkeit.

Desweiteren wird in **Kapitel 2** eine Typisierung vorgenommen. Dabei lassen sich die **Partizipationszertifikate** und Zertifikate mit **definiertem Rückzahlungsprofil** unterscheiden. Für beide Gruppen werden verschiedene Beispiele angegeben. Wir werden an dieser Stelle ihre Auszahlungsprofile modellieren und durch einfache Optionen replizieren. Dies stellt das erste wichtige Ziel der Arbeit dar. Es wird außerdem eine Risikoanalyse der einzelnen Zertifikate erfolgen und auf ihre jeweiligen Risikokennzahlen, wie sie am Markt vergeben werden, eingegangen. Bei der Risikoanalyse versuchen wir die Risiken zu hedgen und benennen außerdem die gängigsten Risiken unter dem Aspekt, dass dies möglich ist. Dabei stützen wir unsere Aussagen auf den Inhalt von Abschnitt 1.4. Abschließend steht für jedes Zertifikat ein bewertendes Fazit, auf das eine persönliche Risikoeinschätzung folgt.

Zur Bewertung europäischer Optionen stellen wir in **Kapitel 3** das Black-Scholes-Modell vor. Wir werden ebenfalls einige seiner Modifikationen kennenlernen, mit denen auch beispielsweise digitale Optionen bewertet werden können. Nun widmen wir uns auch der zu Beginn angesprochenen Volatilität, welche den wichtigsten Parameter im Black-Scholes-Modell darstellt. Wir nehmen eine Kalibrierung des Modells vor. Dies bedeutet wir berechnen die Volatilität, um das Black-Scholes-Modell an die Realität anzupassen. Somit erreichen wir an dieser Stelle das zweite wichtige Ziel dieser Arbeit.

Die bis Kapitel 3 behandelte Theorie soll in **Kapitel 4** nun praktische Anwendung finden. Es werden verschiedene Zertifikate am Markt betrachtet, ihre implizite Volatilität berechnet und explizite Modellpreise angegeben. Dabei wird die Berechnung der impliziten Volatilität mit Hilfe eines Optimierungsverfahrens, dem Newton-Verfahren, durchgeführt und in MATLAB realisiert.

Kapitel 5 ist unser letztes Kapitel und fasst nochmal die Ergebnisse dieser Arbeit zusammen und gibt einen kurzen Ausblick. Wir gehen auf das Black-Scholes-Modell hinsichtlich seiner praktischen Anwendung in der Wirtschaft ein.

Kapitel 1

Grundlagen von Zertifikaten

1.1 Was ist ein Zertifikat?

Ein Zertifikat ist ein Vertrag zwischen einem Emittenten (Bank) und einem Anleger, mit dem dieser an der Entwicklung des Basiswerts (Underlying) partizipiert (siehe [31]). Zertifikate gehören somit zu den Derivaten, können aber nicht als solche bezeichnet werden, da es sich um klassische Retail-Produkte handelt, sie also an Privatanleger verkauft werden (siehe [3]). Es gibt dabei verschiedene Basiswerte, wie Wertpapiere, Aktienkörbe oder Indices (vgl. [5]). Da ein Zertifikat eine Forderung gegenüber einem Emittenten verbrieft (Inhaberschuldverschreibung), muss der Anleger beachten, dass der Emittent zahlungsunfähig werden kann.

Zertifikate existieren in verschiedenen Varianten. Einige besitzen einen Kapitalschutz und sind damit besonders interessant für sicherheitsorientierte Investoren. Andere wiederum sind beispielsweise mit einem Hebel ausgestattet, so dass Anleger, die eine besonders hohe Risikoaffinität besitzen, mit diesen das passende Produkt finden können.

Allgemein haben Zertifikate meist eine begrenzte Laufzeit (siehe auch [3]). Allerdings gibt es auch sog. Endlos-Zertifikate bei denen kein festes Laufzeitende vorgegeben ist. Bei Zertifikaten mit unbeschränkter Laufzeit ist es ratsam, dass sich der Anleger über Sonderkündigungsrechte, die der Emittent zu bestimmten Stichtagen oder bei Eintreten bestimmter Bedingungen hat, informiert.

1.2 Geschichte der Zertifikate

Der erste Emittent, der jemals ein Zertifikat an die Börse gebracht hat, ist eine Bank im Jahre 1989 gewesen. Dadurch ist ein neues Geschäftsfeld entstanden, welches bis einschließlich August 2008 beständig und vielversprechend scheint (siehe [12], S. 5). Experten sind von einem Wachstum von bis zu 15 - 20% jährlich ausgegangen unter den drei Annahmen, dass der Markt erstens viele Neukunden lockt, zweitens die Emittenten eine hohe Bereitschaft zur Innovation zeigen und drittens die positive Entwicklung der Finanzmärkte andauert. In den Jahren 2006 bis 2008 haben diese Produkte auch ihre Blütezeit zusammen mit anderen Produkten, wie Derivaten oder strukturierten Anlagen, erreicht (vgl. [14], S. 21). 257.329 derivative Produkte sind Ende 2007 an deutschen Börsen gelistet. Am 15. September 2008, einem Montag, folgt dann aber der Einbruch, als die Investmentbank Lehman Brothers Holding Inc. Insolvenz beantragt. Dies geschieht nach dem sog. Chapter 11 des amerikanischen Insolvenzrechts (siehe [21], S. 20). Das Resultat ist die Finanzmarktkrise. Dies hat Konsequenzen für die ganze Finanzbranche und alle Anlageklassen. Am meisten sind jedoch die Anlageklassen der verbrieften Derivate wie Zertifikate, Optionsscheine und Knock-Outs betroffen. Der Umsatz 2008 beim Zertifikategeschäft ist von 125 Milliarden Euro auf 80,5 Milliarden Euro zurückgegangen, was folgende Grafik zeigt:

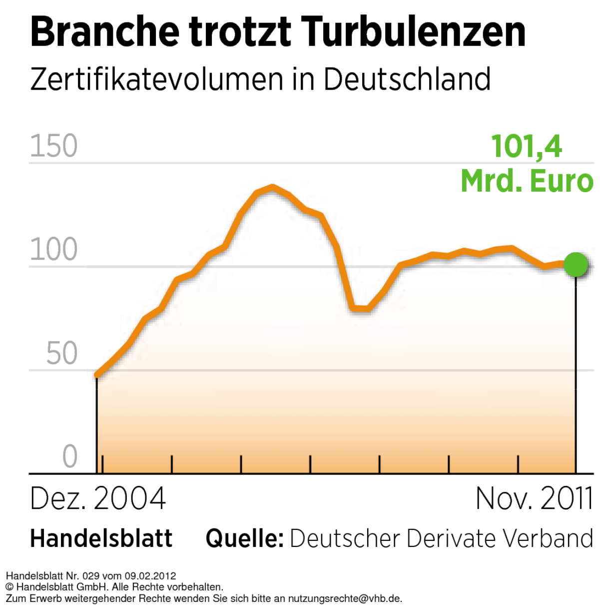


Abbildung 1.1: *Entwicklung des Zertifikatehandels seit Dezember 2004* (vgl. [36])

Ebenso sind Umsatzeinbußen bei Aktien oder Fonds zu beobachten. Schuld sind die Marktverwerfungen. Dies ist besonders stark bei aktiennahen Produktkategorien wie Discount- und Bonuszertifikaten zu sehen, bei denen ein Rückgang im Anlagevolumen von bis zu 60% beobachtet werden kann (vgl. [12], S. 7). Außerdem muss die Zertifikatebranche einen großen Imageschaden hinnehmen, der zum Teil auf die geringe sachkundige Kritik in den Massenmedien zurückgeführt werden kann. Auch eine sachliche

Kritik durch die Anleger und Fachpresse bleibt nicht aus. Es wird die fehlende Markt- und Produkttransparenz vorgeworfen. Außerdem wird das starke Provisionsinteresse der Bankberater beklagt, welches besonders bei den Lehmann-Zertifikaten zu beobachten ist. Die Bankberater haben ihre Kunden sogar privat durch Telefonanrufe belästigt, und versucht ihnen die Lehmann-Zertifikate „schön“ zu reden (siehe [1], S. 140). Aufgrund der Krise haben daraufhin viele Anleger den Zertifikatemarkt verlassen und in risikoarme Produkte investiert, welche allerdings auch weniger Profit zugelassen haben. Als Beispiele seien hier Tagesgeld oder Sparbriefe genannt. Ähnliches ist beim Aktien- und Fondsmarkt vorgekommen.

Dabei gibt es kaum Anlagemöglichkeiten, die so ein gesundes Mittelmaß von Absicherung, Risiko und Rendite für das Vermögen des Anlegers bieten wie verbriefte Derivate (vgl. [12], S. 5). Der Anleger hat so viele Möglichkeiten in dieser Branche. Er hat Zutritt zu internationalen Märkten, Anlagetrends und Investmentthemen, er kann seine Markterwartungen umsetzen und es besteht die Aussicht auf einen aufwärts-, seitwärts- oder abwärtstendierenden Markttrend anzusprechen bei adäquatem Sicherheitspuffer.

Die Emittenten haben diese Krise als Chance gesehen vieles zu verbessern. Es sind durch die Emittenten in Kooperation mit den Börsen und Verbänden mehrere Dienstleistungen und Informationsangebote entstanden. Dadurch sollen die Markt- und Produkttransparenz und ebenso der Kundenservice gefördert werden (siehe [12], S. 5 und 7).

Ein weiterer Vorteil ist auch die Stabilisierung im Wettbewerb durch neue Projekte. Mit diesen haben die Emittenten vor, dass Vertrauen der Anleger und die Attraktivität der ganzen Produktgruppe zurückzugewinnen und auf die vorhandene Bonität der Emittenten hinzuweisen (vgl. hier und im Folgenden [12], S. 8).

Jedes Jahr führt die Steria Mummert Consulting eine Transparenzstudie zur Datenerhebung durch. Dabei werden die deutschen Emittenten von Zertifikaten genau untersucht. Im Vordergrund stehen dabei die Produkt-, Preis- und Handelstransparenz und der Servicegrad der Emittenten bezogen auf das Management von Retailkundennachfragen. Im Herbst 2008 sind auch erstmalig zusätzlich die Risikotragfähigkeit einiger Zertifikate überprüft worden. Dazu ist der VaR herangezogen worden, bei dessen Bildung auch gegenwärtige Marktwerte unter Einfluss „krisengewichteter“ Volatilitäten miteingehen.

2008 sind, aufgrund der Finanzmarktkrise, weniger Emittenten geprüft worden als im Jahr zuvor. Die Lehman Brothers Bank wird beispielsweise nicht mehr in der Datenerhebung 2008 berücksichtigt, denn im Jahr zuvor ist sie durch die Studie zum schlechtesten Emittenten gekürt worden, da ihre Transparenzpolitik miserabel gewesen ist. Schon zu diesem Zeitpunkt hätten die Anleger merken müssen, dass die Transparenz in diesem Markt nicht ausreichend gewährleistet ist.

Um den Zertifikatemarkt aufrechterhalten zu können, haben Emittenten viel zu leisten, denn aus Anlegersicht besteht Bedarf an Zertifikaten, da ihre Wünsche und Vorstellungen durch diese gezielt abgebildet werden können. Emittenten müssen den Anlegern Informationen und Hilfestellung bieten. Nur dann kann eine geeignete Anlagestrategie mit den richtigen Produkten für jeden Anleger gefunden werden.

1.3 Vorteile von Zertifikaten

Zertifikate bieten eine Reihe von Vorteilen für die Anleger:

1. Es ist möglich durch Zertifikate eine Hebelwirkung zu realisieren. Der Anleger, der eine bestimmte Entwicklung des Basiswerts verfolgt, wird mit dem Zertifikat eine hohe Performance erreichen (siehe [30]). Somit ist es vorteilhafter ein Zertifikat auf einen Basiswert zu kaufen, als ein Direktinvestment in den Basiswert, denn hierbei ist die Performance geringer. Als klassisches Beispiel sei an dieser Stelle das Outperformancezertifikat genannt, durch welches der Anleger überdurchschnittlich an Kurssteigerungen beteiligt wird.

2. Es existieren Zertifikate bei denen der Anleger in einem bestimmten Bezugsverhältnis am Basiswert partizipiert, wie bei Index- und Basketzertifikaten, und aufgrund dessen auch Kleinanleger, die nur wenig Budget zu Verfügung haben, am Zertifikatemarkt teilnehmen können (vgl. [19], S. 169).

3. Zertifikate sind für den Anleger von Vorteil, wenn er an verschiedenen Marktereignissen teilnehmen möchte (vgl. hier und im Folgenden [30]). Bei typischen Anlageinvestments kann dies nur begrenzt realisiert werden. Ein Beispiel wäre hier das Bonuszertifikat, bei dem sowohl ein seitwärtstendierender als auch ein aufwärtstendierender Markttrend vorliegt. Der Anleger kann hier also nicht nur Profit bei aufwärtstendierendem, sondern auch bei seitwärtstendierendem Markt erhalten. Als Gegenbeispiel sei ein Aktiendirektinvestment genannt.

4. Durch Zertifikate hat der Anleger die Möglichkeit an Märkten teilzunehmen, zu denen ihm vorher der Zutritt verwehrt geblieben ist. Er kann z.B. zwischen Basiswerten aus den Segmenten Energie, Rohstoffe, Zinsen oder Futures wählen.

5. Weiterhin ist es ein Vorteil, dass sich der Preis eines Zertifikats in Relation zum Basiswert entwickelt, dessen Wertentwicklung der Anleger häufig gut nachvollziehen kann, und der Preis nicht gebunden ist an Angebot und Nachfrage an den Kapitalmärkten (vgl. hier und im Folgenden [6], S. 73).

6. Es können Kostenvorteile durch Zertifikate realisiert werden, die bei einer Zusammenstellung einzelner Elemente (z.B. Aktien) nicht möglich sind. Der Anleger spart durch das Zertifikat Gebühren, die bei der anderen Variante immer wieder

anfallen würden, beispielsweise Ordergebühren oder Courtagen. Weiterhin ist der Verwaltungsaufwand bei Zertifikaten geringer. Außerdem müsste der Anleger für die einzelnen Produkte jeweils einen Kaufpreis zahlen, was zu hohen Ausgaben führt. Er kann also einen kompletten Markt mit nur einem einzigen Papier zu denselben Chancen und Risiken kaufen wie bei der Investition in einzelne Elemente, nur zu preiswerteren Konditionen.

7. Durch den Besitz eines Zertifikats ist eine Diversifikation des Portfolios des Anlegers möglich (vgl. hier und im Folgenden [30]). Damit ist gemeint, dass bei einigen Zertifikaten, wie z.B. bei Indexzertifikaten, die Risiken breiter gestreut werden.

8. Bei Zertifikaten ist es möglich individuelle Faktoren zu berücksichtigen. Gemeint ist dabei eine Risikoadjustierung, beispielsweise eine Kapitalgarantie für risikoaverse Anleger. Diese können sich dann durch entsprechende Zertifikate mit Kapitalgarantie in Märkten aufhalten, in denen eine hohe Rendite möglich ist und gleichzeitig ein Kapitalschutz vorliegt. Es kann also nicht zum Totalverlust des eingesetzten Kapitals kommen.
   Für Anleger, die sich eher risikobereit zeigen, besteht zwar die Möglichkeit auf eine überdurchschnittlich hohe Rendite, jedoch besteht das Risiko eines Totalverlusts. Dies ist bei Hebelprodukten der Fall. Natürlich sind auch noch andere Szenarien denkbar. Es existiert also demnach für jeden Anlegertyp ein Zertifikat, das für ihn geeignet ist.

9. Die meisten Emittenten bieten den Service des „Market Making“ an. Dabei werden während der Laufzeit An- und Verkaufskurse für die emittierten Zertifikate berechnet, so dass der Investor stets auf dem Laufenden gehalten werden kann. Das Zertifikat kann also jederzeit zum aktuellen Marktpreis gehandelt werden, was diesen Produkten eine hohe Liquidität zuschreibt. Aufgrund dessen ist es dem Anleger auch möglich schnell auf Marktänderungen einzugehen (siehe [6], S. 73).

10. Zuletzt sei noch auf eine aktive Steuergestaltung verwiesen, die mit Zertifikaten partiell möglich ist (siehe Abschnitt 1.4 Besteuerungsrisiko).

1.4 Zertifikate und ihre Risiken

Neben den genannten Vorteilen von Zertifikaten sind auch folgende Risiken zu beachten:

- Marktpreis- bzw. Kursrisiko
- Bonitäts- bzw. Konkursrisiko des Emittenten
- Spreadrisiko

- Preisfeststellungsrisiko
- Endfälligkeitsrisiko
- Besteuerungsrisiko
- Managementrisiko
- Knock-Out-Risiko

Dabei werden Zertifikaten auch Risikokennzahlen, von eins bis fünf, zugeordnet, die alle unterschiedliche Bedeutungen haben:

- 1 sicherheitsorientiert
- 2 begrenzt risikobereit
- 3 risikobereit
- 4 vermehrt risikobereit
- 5 spekulativ

Diese Einteilung erfolgt nach dem VaR Ansatz zur Bewertung von Anlagerisiken und soll dem Anleger helfen, das für ihn passende Produkt für seine Risikohaltung zu finden (siehe [35]).

Die Risiken sowie die Risikokennzahlen einiger Zertifikate werden in Kapitel zwei bei ihrer Vostellung berücksichtigt.

Marktpreis- bzw. Kursrisiko

Der Preis eines Zertifikats hängt von der Wertentwicklung des Basiswerts ab, und ist somit starken Volatilitäten ausgesetzt. Es kann also nicht prognostiziert werden, in welche Richtung sich der Zertifikatepreis letzendlich bewegt. Diese Unsicherheit wird als Marktpreis- bzw. Kursrisiko bezeichnet (vgl. [22], S. 90 f.). Bei Zertifikaten, die sich auf einen Index beziehen, z.B. dem DAX, kann dieses Risiko vergleichsweise gut abgeschätzt werden, da der DAX aus einem entwickelten Markt stammt. Höher ist dagegen das Risiko bei Indizes aus Emerging Markets. Solch einen aufstrebenden Markt haben Staaten aus der zweiten Welt. Dazu zählen China, Russland und weitere. Die Volatilität ist dabei viel höher als in entwickelten Ländern, was sich auf den Zertifikatepreis niederschlägt. Die fehlende Liquidität und die mangelnde Transparenz sind nur zwei Gründe dafür.

Zu dem Marktpreisrisiko gehört auch das sog. Währungsrisiko. Ist der Basiswert oder auch das Zertifikat nicht in Lokalwährung angegeben, kann dies unter Umständen zu Wärungsverlusten führen. Allerdings können auch Währungsgewinne auftreten, je nach dem, wie sich der Basiswert auf die ausländische Währung in Bezug auf die Heimatwährung entwickelt. Der Anleger kann, um dem Währungsrisiko zu entgehen, Quantozertifikate kaufen (vgl. [13], S. 135). Diese rechnen den Basiswert 1:1 in Euro um. Liegt also z.B. ein amerikanischer Index als Basiswert vor, wird jeder Indexpunkt in Dollar angegeben. Mit einem Quantozertifikat auf diesen Index werden die Punkte in Euro umgerechnet. Der Anleger erhält je nach Bezugsverhältnis des Zertifikats einen Betrag in Euro.

Bonitäts- bzw. Konkursrisiko des Emittenten/Emittentenrisiko

Bei dem sog. Emittentenrisiko oder auch Bonnitätsrisiko kann es vorkommen, dass der Emittent zahlungsunfähig wird. Dies passiert bei Insolvenz des ausgebenden Unternehmens. Der Inhaber des Zertifikats kann dann nicht entschädigt werden und bekommt für seine Anlage kein Geld (siehe erneut [22], S. 91). Er kann sich jedoch vorher über die Bonität des Emittenten informieren und sollte nur Zertifikate von Emittenten mit bester Bonität kaufen (vgl. [13], S. 146 f.). Die Kreditwürdigkeit zeigt sich u.a. in einem Rating, welches Rating-Agenturen regelmäßig durchführen. Die deutsche Bank hat dabei beispielsweise ein erstklassiges Rating. Das ESAEG verpflichtet alle privaten und öffentlich-rechtlichen Einlagenkreditinstitute sowie alle Wertpapierhandelsunternehmen dazu, ihre Einlagen und Verbindlichkeiten aus Wertpapiergeschäften zu sichern (vgl. hier und im Folgenden [14], S. 134 f. und 136 ff.). Diese Unternehmen müssen einer gesetzlichen Entschädigungseinrichtung angehören. Einlagen, die dann letztendlich geschützt sind, umfassen Kontoguthaben und Forderungen aus Namensschuldverschreibungen. Inhaberschuldverschreibungen, zu denen auch die Zertifikate gehören, und Orderschuldverschreibungen unterliegen nicht dem ESAEG. Außerdem zählen Einlagen oder Gelder ausländischer Währungen, die nicht zum Europäischen Wirtschaftsraum gehören, ebenfalls nicht zu den geschützten Produkten. Allerdings gibt es nicht nur die gesetztliche Einlagensicherung, sondern auch freiwillige Sicherungssysteme für private und öffentliche Banken. Der BdB und der VÖB haben jeweils einen eigenen Einlagensicherungsfonds gegründet. Der VÖB bietet durch seinen Fonds hundertprozentigen Einlagenschutz, also auch Schutz auf Inhaberschuldverschreibungen wie Zertifikate, und wird durch die 62 Mitgliedsinstitute finanziert. Der Fonds des BdB mit seinen 182 Mitglidern hingegen verspricht keinen rundum Schutz. Geschützt sind alle in der Bilanzposition „Verbindlichkeiten gegenüber Kunden“ vorkommenden Verbindlichkeiten. Dies sind vor allem Sicht-, Termin- und Spareinlagen, sowie auf Namen lautende Sparbriefe und Einlagen oder Gelder jeder ausländischen Währung. Allerdings werden durch diesen Fonds keine Inhaberschuldverschreibungen und auch keine Rücklieferungsgeschäfte aus Wertpapierleihgeschäften abgedeckt. Wird ein Anleger jedoch falsch beraten, kann er auf Schadensersatz bis zu drei Jahren nach dem Kaufdatum im Falle der Insolvenz des Emittenten klagen (siehe hier und im Folgenden [1], S. 141, 135 und 137 ff.). Eine Geldanlageberatung hat „anleger- und anlagegerecht“ zu erfolgen. Zum 1. November 2007 ist das Wertpapierhandelsgesetz in Kraft getreten, welches besagt, dass ein Bankberater einem Kunden nur Finanzprodukte verkaufen darf, wenn diese auch für ihn geeignet sind. Geschieht trotzdem eine fehlerhafte Beratung aus Sicht des Kunden, muss er dies nachweisen können. Jedoch ist ein Nachweis einer Falschberatung nicht leicht zu erbringen. Beweismittel dafür sind Beratungsprotokolle, Zeugen und ausgehändigte Flyer statt eines umfassend beratenen Verkaufsprospekts. Wenn dieser nicht vorhanden ist, müssen die Berater mündlich den Kunden über alle Risiken aufklären. Weiterhin kann eine Klage, aufgrund von verschwiegenen Provisionen sog. Kick Backs, erfolgen, da dies zur Falschberatung zählt. Ein Urteil des Bundegerichtshofs am 19. Dezember 2006 besagt, dass der Kunde über das Bestehen von Provisionen vor seiner Anlageentscheidung in Kenntnis gesetzt werden muss, so dass er beurteilen kann, ob der Berater nur sein eigenes Interesse oder das des Kunden verfolgt.

Spreadrisiko

Die Differenz zwischen An- und Verkaufskursen, die der Emittent laufend neu errechnet, wird als Spread bezeichnet (vgl. hier und im Folgenden [22], S.95 und 96 f.). Dabei kann er die Höhe des Spread im Allgemeinen willkürlich festsetzen. Die Volatilität des Basiswerts ist ebenfalls wichtig. Steigt diese, erhöht sich auch der Spread. Verkauft der Anleger nun sein Zertifikat vorzeitig, kann es passieren, dass er finanzielle Einbußen erleidet, die sich durch den Spread ergeben. Dieses Phänomen möchten einige Emittenten abfedern, indem sie den Spread nach der Emission einige Zeit gering halten und danach erhöhen. Denn ist der Spread erhöht, sitzt der Emittent in der Falle und gibt sein Zertifikat sicher nicht zurück, sondern wartet die Laufzeit ab. Der Anleger sollte sich deshalb vor Kauf genauestens über die Spreadausweitung bereits emittierter Zertifikate desjenigen Emittenten informieren, um nicht überrrascht zu werden.

Preisfeststellungsrisiko

Die Preisfeststellung von Zertifikaten auf einen Index gestaltet sich unterschiedlich schwierig. Es gibt „normale“ Zertifikate, bei denen der Preis ganz einfach und für jeden verständlich nachvollziehbar ermittelt werden kann, und es gibt Themen- und Strategie-Zertifikate mit schwer verständlichen Konstruktionen. Hier können die Emittenten unbemerkt die Preise zu ihren Gunsten bestimmen und somit ihren Gewinn optimieren, da selbst Profis nur schwer einen Vergleichskurs berechnen können. Demnach ist es für die Emittenten leicht, den eigentlichen Gegenwert des Zertifikats nicht preiszugeben, da der Anleger eben diesen nicht kennt, bzw. keine Möglichkeit der Feststellung hat. Dies kann besonders beobachtet werden, wenn der Index vom Emittenten selbst entwickelt worden ist.

Endfälligkeitsrisiko

Am Laufzeitende bekommt der Anleger, vorausgesetzt der Emittent ist zahlungsfähig, den aktuellen Gegenwert des Zertifikats von ihm ausgezahlt. Er kann somit bei Verlust nicht abwarten bis sich die Kurse wieder zu seinen Gunsten bewegen und muss demnach das Geld, ob wenig oder gar nichts, entgegennehmen. Die einzige Möglichkeit einen Verlust wieder auszugleichen ist eine Reinvestition in vergleichbare Anlagen. Diese sind jedoch meist am Laufzeitende nicht oder nur bei anderen Emittenten zu finden, was jedoch wieder Nachteile, wie Transaktionskosten, mit sich bringt.

Besteuerungsrisiko

Die Versteuerung der Erträge, die ein Anleger mit seinem Zertifikat erwirtschaftet, ist an bestimmte Bedingungen geknüpft. Dabei spielt das Fälligkeitsdatum und das Laufzeitende eine große Rolle (siehe [25]). Gewinne, die in der Spekulationsfrist, also bis zum Laufzeitende, liegen und die Freigrenze überschreiten, müssen zum Einkommenssteuersatz versteuert werden (vgl. [22], S. 98). Gewinne, die nicht in der Spekulationsfrist liegen, müssen nicht versteuert werden. Der steuerlich relevante Tag aus Sicht des Anlegers ist also der Fälligkeitstag, denn an diesem werden die Gewinne erst ausgezahlt und nicht am Laufzeitende. Es sollte sich vorher immer gründlich über die Steuerregelungen informiert werden. Der Emissionsprospekt liefert solche Informationen. Der Anleger sollte sich auch während der Laufzeit immer auf dem aktuellen Wissensstand bzgl. steuerlicher Behandlungen halten, da sich ständig Änderungen ergeben können. Grundsätzlich kann er sich jedoch daran halten, dass hohe Steuervorteile immer mit hohen wirtschaftlichen Risiken einhergehen und umgekehrt, denn eine sichere Geldanlage mit hohen Steuervorteilen existiert nicht (vgl. [14], S. 64).

Managementrisiko

Kauft ein Anleger ein Zertifikat auf einen Basiswert, der vom Emittenten selbst zusammengestellt worden ist, können finanzielle Nachteile entstehen (siehe hier und im Folgenden [22], S. 99 f.). Er vertraut dem Emittenten/Manager und glaubt, dass dieser sich mit seinen selbst kreierten Basisobjekten auskennt. Dies trifft jedoch meist nicht zu. Der Emittent stützt sein Wissen auf Vergangenheitsdaten, d.h. wenn dieser Basiswert schon einmal eine gute Kursentwicklung erfahren hat, wird es in Zukunft bestimmt wieder so sein. Da der Manager meist namentlich nicht bekannt ist, kann der Anleger keine Informationen über ihn und seine Qualifikation einholen, so dass ihm eigentlich keine andere Möglichkeit bleibt als dem Manager zu vertrauen. Aufgrund dessen sollte ein Anleger, wenn er das Managementrisiko nicht eingehen möchte, nur Zertifikate auf Standardindizes kaufen.

Knock-Out-Risiko

Das Risiko eines Knock-Out-Ereignisses ist besonders bei Hebelzertifikaten zu beachten. Wenn der Basiswert eine vorher festgelegte Schwelle erreicht hat, wird das Zertifikat wertlos und der Anleger erleidet einen Totalverlust.

Kapitel 2

Typisierung von Zertifikaten

2.1 Partizipationszertifikate

Partizipationszertifikate, wie Index- oder Basketzertifikate, werden auch als „Plain-Vanilla“ oder „herkömmliche“ Zertifikate bezeichnet und befinden sich mit ungefähr 0,15% Kosten im untersten Kostensegment. Sie stellen eine der zwei Oberkategorien dar, in die sich Zertifikate allgemein zerlegen lassen (vgl. [11], S. 63 f.). Hierbei entwickelt sich der Wert des Zertifikats proportional zu dem des Basiswerts (siehe dazu [22], S. 22). Der Anleger partizipiert dann entsprechend eines festgelegten Bezugsverhältnisses an der Entwicklung des Basiswerts, ohne den Basiswert als Gegenwert zu erhalten. Er hat also mit dem Kauf und Verkauf der im Zertifikat enthaltenen Wertpapiere nichts zu tun, anders als bei der zweiten Oberkategorie, Zertifikate mit definiertem Rückzahlungsprofil, (vgl. [29]), welche wir in Abschnitt 2.2 behandeln werden. Werden Partizipationszertifikate gehandelt, sind Bankgebühren zu entrichten. Der Anleger kennt also die Kosten, da sie meistens transparent für ihn sind. Desweiteren haben Partizipationszertifikate keinen Kapitalschutz.

2.1.1 Indexzertifikate

Ein Indexzertifikat, mit dem der Anleger an einem bestimmten Index, beispielsweise Aktien-, Wertpapier- oder Themenindices (vgl. [26], Indexzertifikate), partizipieren möchte, hat folgende Bestandteile:

- Bezugsverhältnis BV (meist 1:10 oder 1:100)
- Ausübungszeitpunkt T
- Cap K.

In diesem Kapitel werden wir in Anlehnung an [18], S. 7-11, arbeiten.

Einige Zertifikate besitzen einen Cap. Das bedeutet, dass die maximale Wertsteigerung des Zertifikats begrenzt ist (siehe [22], S. 25).

Zertifikate ohne Cap:

Der Anleger partizipiert zum Ausübungszeitpunkt T entsprechend des Bezugsverhältnisses am Index, was folgende Auszahlungsfunktion A_T^1 zeigt:

$$A_T^1 = BV \cdot S_T.$$

Zertifikate mit Cap:

Die Auszahlung für den Anleger bestimmt sich wie folgt:
Wenn der Kurs des Index zum Ausübungszeitpunkt unter dem Cap liegt, erhält der Anleger den aktuellen Kurswert entsprechend des Bezugsverhältnisses. Steigt der Kurs des Index auf oder über den Cap, bekommt der Anleger den Cap entsprechend des Bezugsverhältnisses. Der Anleger kann also nicht an Kursen partizipieren, die über den Cap hinausgehen. Die Auszahlungsfunktion A_T^1 lautet dann

$$A_T^1 = (BV \cdot S_T)1_{\{S_T < K\}} + (BV \cdot K)1_{\{S_T \geq K\}}.$$

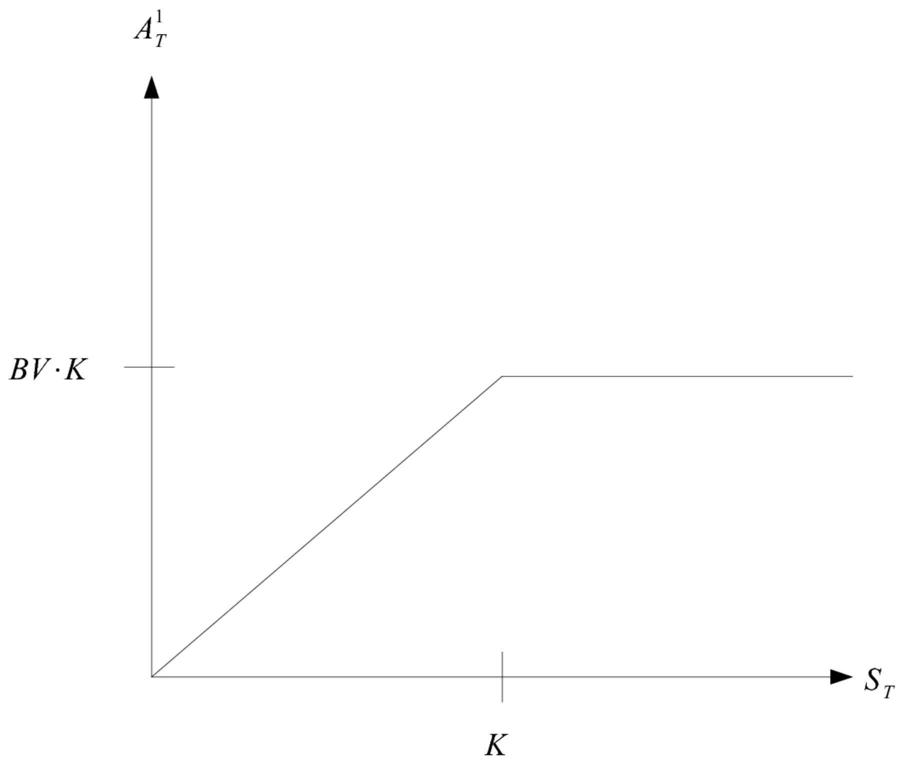


Abbildung 2.1: *Auszahlungsprofil eines Indexzertifikats mit Cap*

Die Anlagedauer bei Indexzertifikaten beginnt bei zwei Jahren (siehe dazu [26], Indexzertifikate) und endet meist mit einer begrenzten Laufzeit (siehe [4]). Für den Anleger gibt es also nicht die Möglichkeit einen Kursrutsch an der Börse auszusitzen. Somit sollte er gleich ein Endlos-Zertifikat ohne begrenzte Laufzeit kaufen. Diese Art von Zertifikat bietet eine günstige Variante zur breit gestreuten und transparenten Investition von Kapital.

Bei Indexzertifikaten fallen in der Regel keine Managementgebühren und auch keine Ausgabeaufschläge an, was einen positiven Effekt auf die Gesamtrendite hat. Die einzigen Kosten ergeben sich durch den Spread, welcher bei Indexzertifikaten nur zwischen 0,1% und 0,2% liegt. Es ist eine hundertprozentige Partizipation an der Entwicklung des Index möglich.

Analyse der Risiken

Bei Zertifikaten mit Cap existiert folgendes Risiko:

Tritt der Fall $S_T < K$ ein, erhält der Anleger, im Vergleich zu $S_T \geq K$, den aktuellen Kurswert entsprechend des Bezugsverhältnisses. Er hat somit keine Chance mehr auf den Cap. Also entgeht ihm der Betrag

$$BV(K - S_T).$$

Kauft er also Putoptionen in Höhe des Bezugsverhältnisses mit Basis K auf den Index und Auszahlungsbetrag $(K - S_T)$, hat sich der Anleger gegen das Risiko versichert den Betrag $BV(K - S_T)$ zu verlieren, allerdings unter der Annahme, dass alle Basisfinanzgüter und derivativen Finanzgüter des Finanzmarkts hier und im Folgenden beliebig oft teilbar und allzeit an Börsen handelbar sind.

Das Portfolio aus

- Indexzertifikat
- BV Puts

liefert für den Anleger die sichere Auszahlung $BV \cdot K$ zum Zeitpunkt T.
Nach dem Replikationsprinzip ergibt sich für den Anfangspreis ZP_0 des Indexzertifikats

$$ZP_0 + BV \cdot PP_0(K) = (BV \cdot K)B(0, T).$$

Weiterhin existiert bei Indizes, die nicht in Lokalwährung notieren, ein Währungsrisiko (siehe erneut [26], Indexzertifikate). Der Anleger sollte außerdem wissen, dass er sich mit diesem Zertifikat dem Spread- und Emittentenrisiko aussetzt (vgl. [22], S. 23).

Replikation des Auszahlungsprofils aus Sicht des Emittenten

Der Emittent z.B. eine Bank ist für die Auszahlung an den Anleger verantwortlich. Er hat somit dafür zu sorgen, dass der Anleger sein Geld, das ihm zusteht, bekommt. Der Emittent muss dieses Geld aber erst einmal haben, um den Anleger überhaupt bezahlen zu können. Dies kann mit Hilfe des Replikationsprinzips geschehen. Der Emittent kann dazu das Auszahlungsprofil eines Indexzertifikats ohne Cap beispielsweise so replizieren:

- kaufe den Index in Höhe des Bezugsverhältnisses.

Die Auszahlung in T sieht dann wiefolgt aus:

$$BV \cdot S_T = A_T^1.$$

Es ergibt sich für den Zertifikatepreis

$$BV \cdot S_0.$$

Bei einem Zertifikat mit Cap kann das Ganze so aussehen:

- halte $(BV \cdot K)$ T-Bonds
- verkaufe Puts in Höhe des Bezugsverhältnisses mit Basis K und Laufzeit T.

Auszahlung in T:

$$\begin{aligned}
&(BV \cdot K) - BV(K - S_T)^+ \\
&= (BV \cdot K) - BV(K - S_T)1_{\{S_T < K\}} \\
&= (BV \cdot K)1_{\{S_T \geq K\}} + (BV \cdot S_T)1_{\{S_T < K\}} \\
&= A_T^1,
\end{aligned}$$

was die Replizierung des Auszahlungsprofils eines Indexzertifikats mit Cap impliziert. Der Zertifikatepreis lautet dann

$$(BV \cdot K)B(0,T) - BV \cdot PP_0(K).$$

Eine alternative Hedgestrategie kann, wenn die Put-Call Parität in Betracht gezogen wird, folgendermaßen aussehen:

- kaufe Aktien in Höhe des Bezugsverhältnisses
- verkaufe Calls in Höhe des Bezugsverhältnisses mit Basis K und Laufzeit T.

Diese Möglichkeit zeigt als Auszahlung in T

$$\begin{aligned} & BV \cdot S_T - BV(S_T - K)^+ \\ = & BV \cdot S_T - BV(S_T - K)1_{\{S_T \geq K\}} \\ = & (BV \cdot S_T)1_{\{S_T < K\}} + (BV \cdot K)1_{\{S_T \geq K\}} \\ = & A_T^1 \end{aligned}$$

und repliziert ebenfalls ein Indexzertifikat.
Hierbei sieht der Zertifikatepreis wie folgt aus:

$$BV \cdot S_0 - BV \cdot CP_0(K).$$

Fazit

Bei Wahl eines Indexzertifikats partizipiert der Anleger sowohl an steigenden Kursen als auch an Kursrückgängen der im Index enthaltenen Aktien. Das Anlagerisiko verringert sich, aufgrund der breiten Diversifikation des Index. Das Risiko bei einem Investment in einzelne Aktien ist dagegen höher (siehe dazu [23]).

2.1.2 Basketzertifikate

Bei einem Basketzertifikat wird ein Korb (Basket) unterschiedlichster Einzelwerte betrachtet. Dies können Aktien oder auch andere Anlage-Produkte sein, wie z.B. Rohstoffe, aber auch Währungspaare oder Anleihen. Basketzertifikate können in drei Kategorien eingeteilt werden: 1. Branchen-/Themen-, 2. Länder-/Regionen- und 3. Rohstoffkorb-Zertifikate (vgl. [24]). Ist also ein Basketzertifikat im Wesentlichen nichts anderes als ein Indexzertifikat?

Ein Basketzertifikat umfasst folgende Bestandteile:

- Bezugsverhältnis BV
- Ausübungszeitpunkt T.

Der Anleger partizipiert zum Ausübungszeitpunkt T entsprechend des Bezugsverhältnisses am Basket, was folgende Auszahlungsfunktion A_T^2 zeigt:

$$A_T^2 = BV \cdot \sum_{k=1}^{m} S_T^k.$$

Diese Zertifikate weisen gewöhnlich eine begrenzte Laufzeit von drei bis sechs Jahren auf (siehe [6], S. 75).

Der Anleger kennt über die gesamte Laufzeit hin die Zusammmensetzung des Zertifikats. Diese ändert sich auch normalerweise nicht (Passiver Basket). Wenn die Zusammensetzung doch variiert, spricht man von einem aktiven Basket. Für den Emittenten können Verwaltungsgebühren anfallen. Diese entstehen vorwiegend bei einem aktiven Basket (vgl. [27]). Weiterhin muss normalerweise ein Ausgabeaufschlag von bis zu 3% vom Anleger bezahlt werden. Der Spread ist höher als beim Indexzertifikat. Ebenso ist es üblich, dass der Emittent für die Anpassung der Basiswerte eine Managementgebühr erhebt. Basketzertifikate sind also eine recht günstige Variante für den Inhaber (vgl. hier und im Folgenden [22], S. 31 und 32). Bei einem Basketzertifikat liegt gegenüber Einzelaktien kein Anrecht vor eine Dividende zu erhalten.

Analyse der Risiken

Bei dieser Zertifikateart existiert kein hedgebares Risiko.

Der Anleger ist hier erneut dem Emittentenrisiko ausgesetzt. Weiterhin besteht hier noch das Spread- und das Endfälligkeitsrisiko, also dass am Ende der Laufzeit kein Folgezertifikat vorhanden ist.

Replikation des Auszahlungsprofils aus Sicht des Emittenten

Der Emittent kann das Auszahlungsprofil eines Basketzertifikats beispielsweise so replizieren:

- halte BV Anteile an jedem Basiswert im Basket.

Die Auszahlung in T sieht dabei folgendermaßen aus:

$$BV \cdot \sum_{k=1}^{m} S_T^k = A_T^2.$$

So ergibt sich eine Replikation des Auszahlungsprofils eines Basketzertifikats.
Der Anfangspreis des Zertifikats lautet dann

$$(BV \cdot \sum_{k=1}^{m} S_{0^k}).$$

Fazit

Durch die Zusammensetzung des Baskets kann der Anleger in einigen Bereichen und Branchen gezielt investieren, um so gegebene Wachstumspotentiale für sich auszuschöpfen (vgl. [26], Basket-Zertifikate). Somit hat der Anleger Vorteile bei Kursschwankungen, gegenüber nur einem Basiswert. Außerdem lässt sich mit wenig ausgewählten Zertifikaten das Portfolio diversifizieren, aufgrund der mehreren Basiswerte, und somit optimal gestalten. Besitzt der Inhaber jedoch so ein Zertifikat, beispielsweise mit einem Basket einer bestimmten Branche, und diese stürzt ab, verliert das Zertifikat an Wert (vgl. [6], S. 75). Der Korb mit mehreren Basiswerten hat also auch seine Nachteile. Wie beim Indexzertifikat partizipiert der Anleger nicht nur an Kurssteigerungen, sondern auch an Kursverlusten. Er sollte deshalb über die gesamte Laufzeit hin über den Kursverlauf informiert sein, um bei guten Kursgewinnen das Zertifikat zu verkaufen.
Nun lässt sich also nach den durchgeführten Betrachtungen auch eine Antwort auf die eingangs gestellte Frage geben: Ein Basketzertifikat ist logisch gesehen nichts anderes als ein Indexzertifikat ohne Cap. Somit gilt:

$$\sum_{k=1}^{m} S_T^k = S_T,$$

wenn S_T der Kurs des Index zum Ausübungszeitpunkt T beschreibt und es ist

$$A_T^2 = A_T^1.$$

Risikoeinschätzung bei Partizipationszertifikaten

Die Investition in Partizipationszertifikate ist zwar weniger riskant, als eine Direktinvestition in Aktien, aber trotzdem keine sichere Investition, denn der Anleger partizipiert an möglichen Kursverlusten genauso wie auch an Kursgewinnen. Es werden also keinerlei Sicherheiten geboten, wie beispielsweise ein Kapitalschutz. Deshalb richten sich diese Zertifikate hauptsächlich an Anleger, die risikobereit sind und somit zur Risikoklasse 3 gehören. Je nach Index wird ihnen am Markt aber auch die Risikoklasse 2 oder 4 zugeordnet. Die Risikoeinschätzung bei Partizipationszertifikaten bewegt sich somit im Bereich begrenzt risikobereit bishin zu vermehrt risikobereit. Diese Informationen zu den Risikoklassen entnehmen wir verschiedenen Partizipationszertifikaten von [35] (Anlageprodukte, Zertifikate, Index-/Partizipations-Zertifikate). Aus dem Fazit für beide Zertifikate würde ich meiner persönlichen Einschätzung nach die Risikokennzahl 4 vergeben.

2.2 Zertifikate mit definiertem Rückzahlungsprofil

Die zweite Oberkategorie bilden Zertifikate mit definiertem Rückzahlungsprofil (vgl. dazu nochmals [11], S. 63 f.). Diese werden auch „exotische“ oder „strukturierte“ Zertifikate genannt und haben eine festgelegte Laufzeit. Der Wert des Zertifikats entwickelt sich hierbei nicht proportional zu dem des Basiswerts, sondern nimmt einen von vornherein festgelegten Bedingungen abhängigen Wert zum Ende der Laufzeit an. Dies ist auf eine andere Konstruktion zurückzuführen, denn exotische Zertifikate enthalten im Gegensatz zu Plain-Vanilla-Zertifikaten spekulative Finanzprodukte, wie Optionsscheine oder auch Futures (siehe erneut [22], S. 22). Der Anleger erhält hier auch häufig den Basiswert (Aktie), anstatt den aktuellen Gegenwert des Zertifikats. Außerdem fällt bei Emission meist ein Ausgabeaufschlag von bis zu 3% an, was dem Anleger aber mitgeteilt wird. Hingegen können die meisten nicht einschätzen, ob die Preise, der im gekauften Zertifikat enthaltenen Optionen, angemessen sind oder nicht, was die Emittenten zu ihrem Vorteil nutzen (vgl. [11], S. 64). Der Kunde kann nicht nachvollziehen, ob sein eingesetztes Kapital nur für die gekauften Optionen verwendet wird. Also können Erträge für den Zertifikate-Emittenten und z.B. einer vermittelnden Bank geschaffen werden von denen der Kunde nichts weiß. Diese Erträge sind versteckte Dividenden, sog. Innenprovisionen. Bei den exotischen Zertifikaten gibt es solche mit Risikopuffer, wie Bonuszertifikate und Discountzertifikate, sonstige Zertifikate zu denen die Aktien- und Indexanleihen gehören, spekulative Zertifikate, wie Hebelzertifikate, und Indexfonds als Alternative zu Zertifikaten (vgl. dazu [22], S. 36 ff.). Auf die letzte beiden genannte Untergruppen soll hier jedoch nicht weiter eingegangen werden. Auch hier weisen die betrachteten Zertifikate keinerlei Kapitalschutz auf.

2.2.1 Bonuszertifikate

Bonuszertifikate reflektieren die Entwicklung bestimmter Aktien, Rohstoffe oder Indices 1:1 (vgl. [26], Bonuszertifikate). Liegt als Basiswert ein Index vor, ähneln sie dann einem herkömmlichen Indexzertifikat (siehe [22], S. 43 f.). Ein Bonuszertifikat unterscheidet sich jedoch zu diesen durch eine Sicherheits- und eine Bonusschwelle. Diese beiden Werte sind Grenzwerte und stellen den Rahmen für eine Bonuszahlung. Der erste Wert liegt unter dem anfänglichen Kurswert und dient als Risikopuffer und der zweite Wert liegt über dem anfänglichen Kurswert (vgl. dazu [6], S. 77). Bonuszertifikate existieren in verschiedenen Formen. Hier sollen nun klassische Bonuszertifikate und Bonus-Pro-Zertifikate untersucht werden.

Klassiche Bonuszertifikate und Bonus-Pro-Zertifikate, die auf einen Index lauten, umfassen folgende Bestandteile:

- Nominal N
- Anfangskurs S_0 des Basiswerts
- Ausübungszeitpunkt T
- Sicherheitsschwelle/Protectniveau PN
- Bonusschwelle β
- Bonusrendite R, die zu einer Auszahlung von $\frac{N}{S_0}\beta = N(1+R)$ führt.

Auszahlung für einen Inhaber eines klassischen Bonuszertifikats

Liegt der Kurs der Aktie zum Ausübungszeitpunkt T zwischen der Sicherheits- und Bonusschwelle, und ist er während der Laufzeit nie auf oder unter die Sicherheitsschwelle gefallen, bekommt der Anleger zum Ausübungszeitpunkt T eine Bonuszahlung, welche aus der Rückzahlung des Nominals plus eine Verzinsung des Nominals mit der Bonusrendite besteht. Somit $\frac{N}{S_0}\beta = N(1+R)$.

Befindet sich der Index während der Laufzeit mindestens einmal unter oder auf der Sicherheitsschwelle wird der Bonusmechanismus deaktiviert und der Anleger erhält zum Ausübungszeitpunkt T den Nominalbetrag entsprechend der Kursentwicklung. Somit verfällt der Risikopuffer.

Liegt der Index zum Ausübungszeitpunkt T über der Bonusschwelle, partizipiert der Anleger vollständig am Kursanstieg, unabhängig davon, ob während der Laufzeit die

Sicherheitsschwelle berührt wird oder nicht. Er erhält somit den Nominalbetrag entsprechend der Kursentwicklung.

Werden alle drei Fälle zusammengefasst, ergibt sich als Auszahlung in T

$$A_T^3 = \frac{N}{S_0} S_T 1_{\{\exists\ t \in [0,T]\ mit\ S_t \leq PN\}} + \frac{N}{S_0} \beta 1_{\{S_T \leq \beta,\ S_t > PN,\ \forall\ t \in [0,T]\}} + \frac{N}{S_0} S_T 1_{\{S_T > \beta\}}.$$

Bei einer Aktie als Basiswert verändert sich die Auszahlungsfunktion.

Liegt der Kurs der Aktie zum Ausübungszeitpunkt T zwischen der Sicherheits- und Bonusschwelle, und ist während der Laufzeit nie auf oder unter die Sicherheitsschwelle gefallen, bekommt der Anleger zum Ausübungszeitpunkt T die Bonusschwelle ausgezahlt. Diese berechnet sich durch das Aktienstartniveau plus eine Verzinsung des Startniveaus mit der Bonusrendite, also $\beta = S_0(1 + R)$, was auch durch eine Gleichungsumstellung von $\frac{N}{S_0}\beta = N(1 + R)$ folgt.

Befindet sich die Aktie während der Laufzeit mindestens einmal unter oder auf der Sicherheitsschwelle wird der Bonusmechanismus deaktiviert und die Rückzahlung erfolgt in Aktien. Pro Zertifikat erhält der Anleger zum Ausübungszeitpunkt T dann eine Aktie zum aktuellen Kurs.

Liegt die Aktie zum Ausübungszeitpunkt T über der Bonusschwelle existieren zwei Möglichkeiten:

1. Wird während der Laufzeit die Sicherheitsschwelle nicht berührt oder unterschritten, ist die Auszahlung abhängig von der tatsächlichen Aktienkursentwicklung bezogen auf das Startniveau, d. h. der Anleger bekommt den Betrag $\frac{S_T}{S_0} S_0 = S_T$

2. Sollte während der Laufzeit die Sicherheitsschwelle jedoch berührt oder unterschritten werden, wird zur Fälligkeit eine Aktie pro Zertifikat zum aktuellen Kurs geliefert.

Die Auszahlung in T lautet dann

$$A_T^3 = 1 \cdot S_T 1_{\{\exists\ t \in [0,T]\ mit\ S_t \leq PN\}} + \beta 1_{\{S_T \leq \beta,\ S_t > PN,\ \forall\ t \in [0,T]\}} + S_T 1_{\{S_T > \beta,\ S_t > PN,\ \forall\ t \in [0,T]\}}.$$

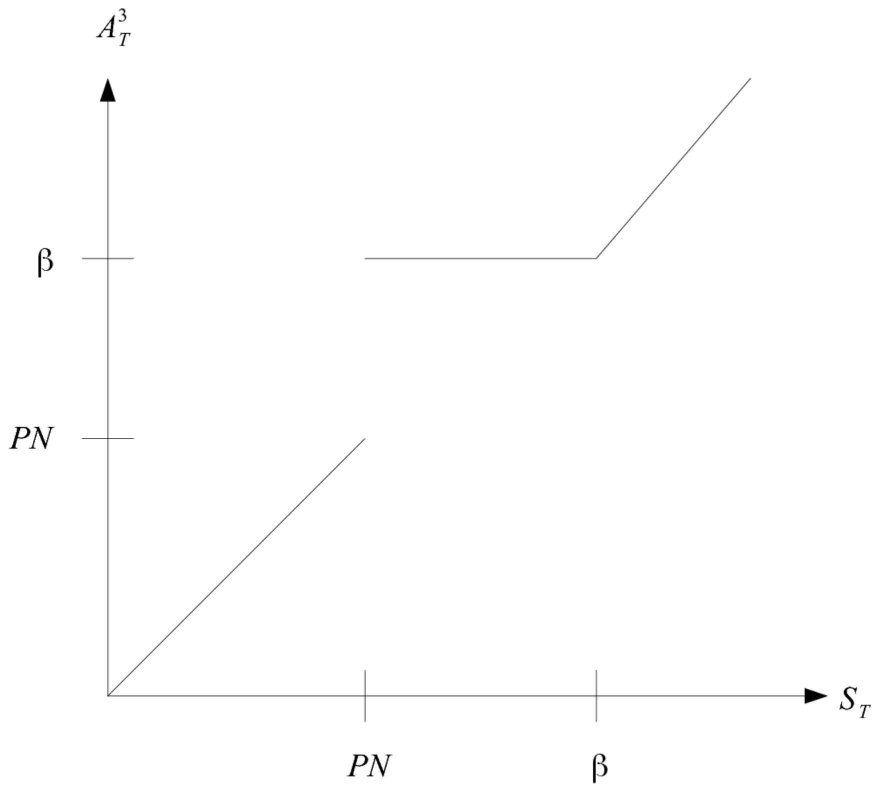


Abbildung 2.2: *Auszahlungsprofil eines klassischen Bonuszertifikats mit einer Aktie als Basiswert*

Auszahlung für einen Inhaber eines Bonus-Pro-Zertifikats

Liegt der Kurs des Index zum Ausübungszeitpunkt T zwischen der Sicherheits- und Bonusschwelle, bekommt der Anleger den Betrag $\frac{N}{S_0}\beta = N(1+R)$ ausgezahlt.

Befindet sich der Index zum Ausübungszeitpunkt T unter oder auf der Sicherheitsschwelle, wird der Bonusmechanismus deaktiviert und der Anleger bekommt den Nominalbetrag entsprechend der Kursentwicklung. Somit verfällt der Risikopuffer.

Liegt der Index zum Ausübungszeitpunkt T über der Bonusschwelle, partizipiert der Anleger vollständig am Kursanstieg. Er erhält somit den Nominalbetrag entsprechend der Kursentwicklung.

Hier bestimmt sich die Auszahlung durch

$$A_T^4 = \frac{N}{S_0} S_T 1_{\{S_T \leq PN\}} + \frac{N}{S_0} \beta 1_{\{PN < S_T \leq \beta\}} + \frac{N}{S_0} S_T 1_{\{S_T > \beta\}}.$$

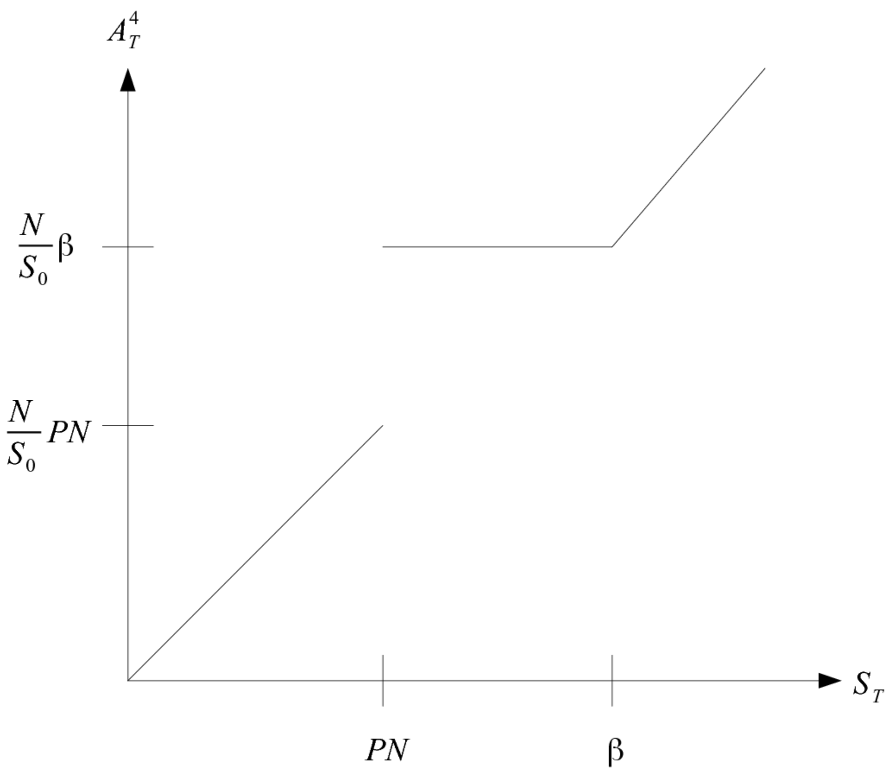


Abbildung 2.3: *Auszahlungsprofil eines Bonus-Pro-Zertifikats*

Die grafische Darstellug des Auszahlungsprofils eines klassischen Bonuszertifikats mit einem Index als Basiswert ist dieselbe wie die eines Bonus-Pro-Zertifikats. Der Unterschied besteht lediglich in der Betrachtung der Sicherheitsschwelle. Bei einem klassichen Bonuszertifikat wird diese kontinuierlich betrachtet, sowohl wenn ein Index als Basiswert vorliegt, als auch eine Aktie. Bei einem Bonus-Pro-Zertifikat erfolgt die Betrachtung stichtagsbezogen zum Ausübungszeitpunkt T. Somit sind klassische Bonuszertifikate pfadabhängig, da deren Auszahlung nicht nur vom Schlusskurs abhängt, und Bonus-Pro-Zertifikate pfadunabhängig.

Die Anlagedauer bei Bonuszertifikaten liegt meist bei ein bis zwei Jahren (vgl. [26], Bonuszertifikate). Es existieren aber auch am Markt Bonuszertifikate mit einer längeren Laufzeit (siehe [35], Anlageprodukte, Zertifikate, Bonus-Zertifikate, Bonus-Zertifikate - Klassik und Bonus-Zertifikate - Pro).

Auch bei diesem Zertifikat wird keine Dividende an den Anleger ausgezahlt. Der Emittent gebraucht diese zur Finanzierung des Sicherheitspuffers und der Bonuszahlung des Zertifikats. Der beliebteste Basiswert dabei ist eine dividendenstarke Aktie (siehe. [22], S. 44). Je höher also die Dividende der Aktie ausfällt, desto höher wird die Bonuszahlung. Somit sind Bonuszertifikate sehr interessant für Anleger. Bei diesem Zertifikat müssen keine Ausgabeaufschläge und keine Verwaltungsgebühren gezahlt werden (vgl. [6], S. 78). Dem Anleger wird nur, wie bei Indexzertifikaten auch, der Spread und die üblichen Börsenspesen in Rechnung gestellt, so dass insgesamt Kosten von weniger als 1% des Kaufpreises anfallen.

Analyse der Risiken

Bei Bonuszertifikaten existiert kein hedgebares Risiko.

Der Anleger muss aber wieder darauf vorbereitet sein, dass der Emittent zahlungsunfähig werden kann. Hier besteht ebenfalls das Spreadrisiko (vgl. [22], S. 44).

Bei klassischen Bonuszertifikaten, die als Basiswert eine Aktie haben, sind vereinzelt am Markt Zertifikate mit der Risikokennzahl 2 und 4 zu finden. Es gibt dagegen auch wenige Zertifikate auf einen Index, die in die Risikoklassen 1, 2, 4 und 5 eingeteilt werden. Bonus-Pro-Zertifikate sind mitunter sicherheitsorientiert und somit mit der Risikokennzahl 1 bewertet. Überwiegend sind diese Zertifikate, sowohl in klassischer als auch in Pro-Variante, jedoch für Anleger gedacht, die risikobereit sind und somit zur Risikoklasse 3 zählen. Diese Informationen zu den Risikoklassen stützen wir auf verschiedene Bonuszertifikate von [35] (Bonus-Zertifikate - Klassik und Bonus-Zertifikate - Pro).

Replikation des Auszahlungsprofils aus Sicht des Emittenten

Klassisches Bonuszertifikat

Eine Replikation des Auszahlungsprofils durch Plain-Vanilla Derivate und Basisfinanzgüter ist bei einem klassischen Bonuszertifikat nicht möglich. Dies liegt daran, dass die für den Bonusmechanismus relevante Sicherheitsschwelle nicht nur am Ausübungszeitpunkt T eine Rolle spielt, sondern während der gesamten Laufzeit betrachtet wird. Es existiert keine Kombination aus Basisgütern und Put- und Calloptionen, auch nicht in digitaler Form, die dieses Auszahlungsprofil korrekt abbilden bzw. replizieren würden. Eine Replikation kann deshalb nur mit Hilfe von Barriere Optionen geschehen. Es soll im Folgenden nur ein klassisches Bonuszertifikat, dass als Basiswert eine Aktie hat, repliziert werden.

- Halte eine Aktie
- Kaufe einen down-and-out Put mit Basis β und Knock-Out-Barriere in Höhe des Protectniveaus
- Halte β T-Bonds
- Halte einen down-and-out Call mit Basis β und Knock-Out-Barriere in Höhe des Protectniveaus
- Verkaufe einen down-and-in Put mit Basis β und Knock-In-Barriere in Höhe des Protectniveaus.

Es ergibt sich als Auszahlung in T

$$
\begin{aligned}
& S_T + (\beta - S_T)^+ 1_{\{\inf\limits_{0\le t\le T} S_t > PN\}} + \beta + (S_T - \beta)^+ 1_{\{\inf\limits_{0\le t\le T} S_t > PN\}} - (\beta - S_T)^+ 1_{\{\inf\limits_{0\le t\le T} S_t \le PN\}} \\
= & \ S_T + (\beta - S_T) 1_{\{S_T \le \beta\}} 1_{\{\inf\limits_{0\le t\le T} S_t > PN\}} + \beta + (S_T - \beta) 1_{\{S_T > \beta\}} 1_{\{\inf\limits_{0\le t\le T} S_t > PN\}} \\
& - (\beta - S_T) 1_{\{S_T \le \beta\}} 1_{\{\inf\limits_{0\le t\le T} S_t \le PN\}} \\
= & \ S_T + \beta 1_{\{S_T \le \beta\}} 1_{\{\inf\limits_{0\le t\le T} S_t > PN\}} - S_T 1_{\{S_T \le \beta\}} 1_{\{\inf\limits_{0\le t\le T} S_t > PN\}} + \beta + S_T 1_{\{S_T > \beta\}} 1_{\{\inf\limits_{0\le t\le T} S_t > PN\}} \\
& - \beta 1_{\{S_T > \beta\}} 1_{\{\inf\limits_{0\le t\le T} S_t > PN\}} - \beta 1_{\{S_T \le \beta\}} 1_{\{\inf\limits_{0\le t\le T} S_t \le PN\}} + S_T 1_{\{S_T \le \beta\}} 1_{\{\inf\limits_{0\le t\le T} S_t \le PN\}} \\
= & \ S_T 1_{\{S_T > \beta\}} 1_{\{\inf\limits_{0\le t\le T} S_t > PN\}} + \beta 1_{\{S_T \le \beta\}} 1_{\{\inf\limits_{0\le t\le T} S_t > PN\}} \\
& + \underbrace{S_T 1_{\{S_T \le \beta\}} 1_{\{\inf\limits_{0\le t\le T} S_t \le PN\}} + S_T 1_{\{S_T > \beta\}} 1_{\{\inf\limits_{0\le t\le T} S_t \le PN\}}}_{=1 \cdot S_T 1_{\{\exists\ t \in [0,T]\ mit\ S_t \le PN\}}} \\
= & \ A_T^3.
\end{aligned}
$$

Diese Strategie repliziert die Auszahlungsstruktur eines klassischen Bonuszertifikats mit einer Aktie als Basiswert. Der Preis des Zertifikats lässt sich dann berechnen durch

$$S_0 + P^{dao}P_0(\beta, PN) + \beta B(0,T) + C^{dao}P_0(\beta, PN) - P^{dai}P_0(\beta, PN).$$

Bonus-Pro-Zertifikat

Hier kann eine Replikation aus Basisfinanzgütern und Plain-Vanilla Derivaten erfolgen.

- Halte $\frac{N}{S_0}$ Calls mit Basis β
- Halte $\frac{N}{S_0}\beta$ T-Bonds
- Verkaufe $\frac{N}{S_0}$ digitale Puts mit Basis PN und Auszahlungsbetrag $\beta - PN$
- Verkaufe $\frac{N}{S_0}$ Puts mit Basis PN

Dies führt zu einer Auszahlung von

$$\begin{aligned}
&\frac{N}{S_0}(S_T-\beta)^+ + \frac{N}{S_0}\beta - \frac{N}{S_0}(\beta - PN)1_{\{S_T\le PN\}} - \frac{N}{S_0}(PN - S_T)^+ \\
&= \frac{N}{S_0}(S_T-\beta)1_{\{S_T>\beta\}} + \frac{N}{S_0}\beta - \frac{N}{S_0}(\beta - PN)1_{\{S_T\le PN\}} - \frac{N}{S_0}(PN - S_T)1_{\{S_T\le PN\}} \\
&= \frac{N}{S_0}S_T1_{\{S_T>\beta\}} - \frac{N}{S_0}\beta1_{\{S_T>\beta\}} + \frac{N}{S_0}\beta - \frac{N}{S_0}\beta1_{\{S_T\le PN\}} + \frac{N}{S_0}PN1_{\{S_T\le PN\}} - \frac{N}{S_0}PN1_{\{S_T\le PN\}} \\
&\quad + \frac{N}{S_0}S_T1_{\{S_T\le PN\}} \\
&= \frac{N}{S_0}S_T1_{\{S_T>\beta\}} + \frac{N}{S_0}\beta1_{\{PN<S_T\le\beta\}} + \frac{N}{S_0}S_T1_{\{S_T\le PN\}} \\
&= A_T^4,
\end{aligned}$$

was die Replizierung des Auszahlungsprofils zeigt. Der Preis des Zertifikats lautet dann

$$\frac{N}{S_0}CP_0(\beta) + \frac{N}{S_0}\beta B(0,T) - \frac{N}{S_0}P^dP_0(PN, \beta - PN) - \frac{N}{S_0}PP_0(PN).$$

Eine alternative Hedgemöglichkeit könnte so aussehen:

- Halte $\frac{N}{S_0}$ Aktien
- Verkaufe $\frac{N}{S_0}$ Calls mit Basis PN

- Halte $\frac{N}{S_0}$ Calls mit Basis β
- Halte $\frac{N}{S_0}$ digitale Calls mit Basis PN und Auszahlungsbetrag $\beta - PN$.

Dies liefert die Auszahlung in T

$$\begin{aligned}
&\frac{N}{S_0}S_T - \frac{N}{S_0}(S_T - PN)^+ + \frac{N}{S_0}(S_T - \beta)^+ + \frac{N}{S_0}(\beta - PN)1_{\{S_T > PN\}} \\
&= \frac{N}{S_0}S_T - \frac{N}{S_0}S_T 1_{\{S_T > PN\}} + \frac{N}{S_0}PN1_{\{S_T > PN\}} + \frac{N}{S_0}S_T 1_{\{S_T > \beta\}} - \frac{N}{S_0}\beta 1_{\{S_T > \beta\}} \\
&\quad + \frac{N}{S_0}\beta 1_{\{S_T > PN\}} - \frac{N}{S_0}PN1_{\{S_T > PN\}} \\
&= \frac{N}{S_0}S_T 1_{\{S_T > \beta\}} + \frac{N}{S_0}\beta 1_{\{PN < S_T \leq \beta\}} + \frac{N}{S_0}S_T 1_{\{S_T \leq PN\}} \\
&= A_T^4.
\end{aligned}$$

Somit ist das Auszahlungsprofil repliziert.
Der Zertifikatepreis lässt sich alternativ darstellen als

$$N - \frac{N}{S_0}CP_0(PN) + \frac{N}{S_0}CP_0(\beta) + \frac{N}{S_0}C^d P_0(PN, \beta - PN).$$

Fazit

Durch den hohen Risikopuffer ist das Bonuszertifikat sicherer als eine direkte Investition in den Basiswert (vgl. [26], Bonuszertifikate). Die Spanne zwischen Protectniveau und der Bonusschwelle ist ebenfalls von Vorteil, da der Anleger immer eine Chance auf Gewinne hat, selbst wenn der Basiswert seitwärts verläuft oder minimale Kursrückgänge verzeichnet. Dadurch, dass bei klassischen Bonuszertifikaten eine kontinuierliche Betrachtung der Sicherheitsschwelle erfolgt, muss der Anleger andauernd befürchten, dass sie unterschritten wird und den Bonusmechanismus vorzeitig deaktiviert. Bei Bonus-Pro-Zertifikaten hingegen kann eine vorzeitige Deaktivierung des Bonus nicht erfolgen, da die Sicherheitsschwelle nur zum Ausübungszeitpunkt betrachtet wird. Somit stehen hier die Chancen besser eine Bonuszahlung zu erhalten als bei klassischen Bonuszertifikaten.

persönliche Risikoeinschätzung

Abschließend würde ich mich für Risikoklasse 3 bei klassischen Bonuszertifikaten also risikobereit, und für Risikoklasse 2, begrenzt risikobereit, bei Bonus-Pro-Zertifikaten entscheiden, wenn ich eine Risikokennzahl für Bonuszertifikate vergeben müsste.

2.2.2 Discountzertifikate

Durch ein Discountzertifikat auf eine Aktie wird ein Vertrag zwischen Anleger und Emittent abgeschlossen, der dem Anleger das Recht einräumt entweder zum Ausübungszeitpunkt eine Aktie pro Zertifikat zum aktuellen Kurs zu erhalten, oder einen Geldbetrag in Höhe eines Caps zu bekommen (vgl. dazu [22], S. 36). Liegt dagegen ein Index als Basiswert zugrunde bekommt der Anleger einen Barausgleich, also den aktuellen Kurs bzw. einen Cap angepasst um das vorgegebene Bezugsverhältnis. Die Auszahlung richtet sich in jedem Fall nach dem Kursstand des Basiswerts.

Ein Discountzertifikat hat folgende Bestandteile:

- Ausübungszeitpunkt T
- Cap K.

Befindet sich der Kurs des Basiswerts (Index) zum Ausübungszeitpunkt T nun unter dem Cap, bekommt der Anleger den aktuellen Kurs entsprechend des Bezugsverhältnisses. Steigt der Kurs des Index dagegen zum Ausübungszeitpunkt T auf oder über den Cap, erhält der Anleger den Cap entsprechend des Bezugsverhältnisses.
Die Auszahlung A_T^5 ist dann gegeben durch

$$A_T^5 = (BV \cdot S_T)1_{\{S_T < K\}} + (BV \cdot K)1_{\{S_T \geq K\}}.$$

Diese Auszahlungsfunktion ist dabei dieselbe wie die eines Indexzertifikats mit Cap.

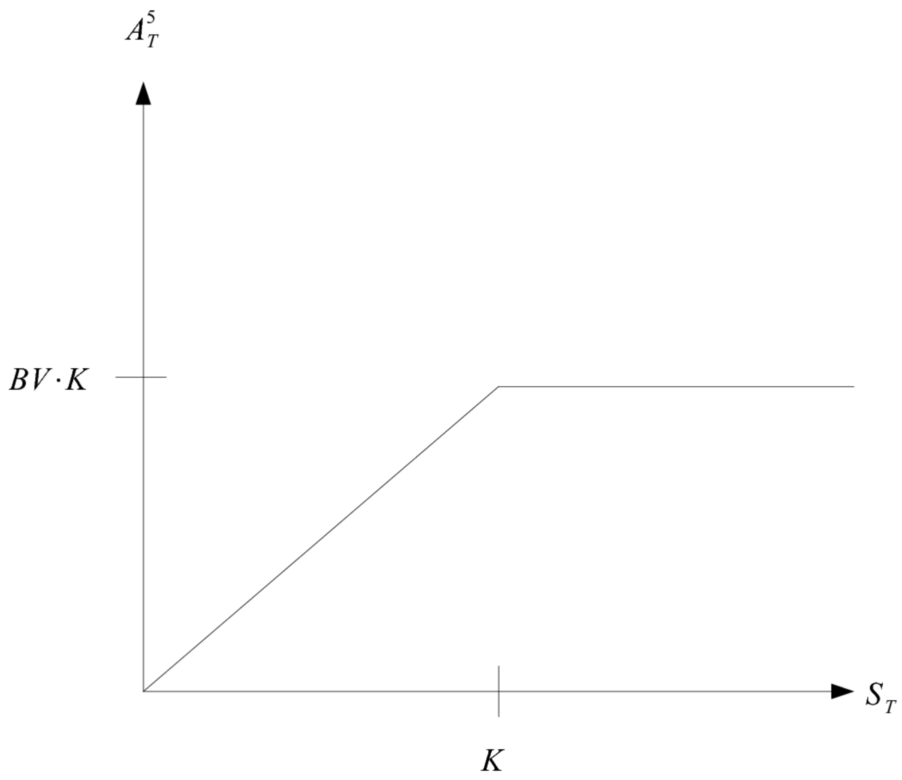


Abbildung 2.4: *Auszahlungsprofil eines Discountzertifikats*

Ist der Basiswert eine Aktie, bestimmt sich die Auszahlung wie folgt:
Liegt der Kurs der Aktie zum Ausübungszeitpunkt T unter dem Cap, bekommt der Anleger eine Aktie zum aktuellen Kurs. Steigt der Kurs der Aktie dagegen zum Ausübungszeitpunkt T auf oder über den Cap, erhält der Anleger den Cap.
Also

$$A_T^5 = 1 \cdot S_T 1_{\{S_T < K\}} + K 1_{\{S_T \geq K\}}.$$

In der vorherigen Auszahlungsfunktion wird dann das Bezugsverhältnis BV einfach durch 1 ersetzt.

Die Anlagedauer bei Discountzertifikaten bewegt sich zwischen einem und zwei Jahren (vgl. [26], Discountzertifikate). Es existieren aber auch am Markt Discountzertifikate, die eine kürzere Laufzeit als ein Jahr haben (siehe [35], Anlageprodukte, Zertifikate, Discount-Zertifikate).

Der Kaufpreis des Zertifikats liegt unter dem aktuellen Kurswert des Basiswerts, was aus Arbitragegründen folgt. Dem Anleger wird also ein Preisnachlass (Discount) gegenüber der direkten Investition in den Basiswert gewährt. Meist beträgt dieser durchschnittlich ca. 10 - 15%, in Ausnahmefällen auch mehr, des aktuellen Kurswerts (vgl. [6], S. 75 f.). Die exakte Höhe bestimmt sich dabei letztendlich durch die Schwankung (Volatilität) des Kurses des Basiswerts und den vorab festgelegten Cap (vgl. [26], Discountzertifikate). Der Rabatt ist als Risikopuffer zu sehen, der dem Anleger gewährt wird, für den Fall, dass die Kurse sinken. Der Basiswert kann also um diesen Betrag fallen und der Anleger macht immer noch Gewinn. Dafür muss der Anleger jedoch auf Dividenden verzichten und auch in Kauf nehmen, dass die maximale Wertsteigerung des Zertifikats durch einen Cap begrenzt ist. Somit kann er nicht von weiteren Kurssteigerungen profitieren, sobald der Basiswert den Cap erreicht oder überschritten hat. Die Differenz bleibt beim Emittenten als Prämie für den Discount. Der Spread bei diesem Zertifikat liegt zwischen 0,5% und 1,5% (siehe [6], S. 76).

Analyse der Risiken

Bei Discountzertifikaten besteht das Emittenten-, Spread-, und Kursrisiko (vgl. [22], S. 37).

Tritt weiterhin der Fall $S_T < K$ ein, erhält der Anleger, im Vergleich zu $S_T \geq K$, den aktuellen Kurswert entsprechend des Bezugsverhältnisses. Er hat somit keine Chance mehr auf den Cap. Also entgeht ihm der Betrag

$$BV(K - S_T).$$

Wenn der Anleger allerdings eine Putoption mit Basis K auf den Basiswert und Auszahlungsbetrag $(K - S_T)$ kauft, hat er sich gegen das Risiko versichert den Betrag $BV(K - S_T)$ zu verlieren.

Das Portfolio aus

- Discountzertifikat
- BV Puts

liefert für den Anleger die sichere Auszahlung $BV \cdot K$ zum Zeitpunkt T.
Der Anfangspreis ZP_0 des Discountzertifikats kann dann mit Hilfe des Replikationsprinzips berechnet werden.

Es ergibt sich

$$ZP_0 + BV \cdot PP_0(K) = (BV \cdot K)B(0,T).$$

Bei einer Aktie als Basiswert muss wieder nur BV durch 1 ersetzt werden.

Es gibt einige Discountzertifikate auf eine Aktie denen die Risikokennzahl 3 zugeordnet ist und sehr vereinzelt kommen am Markt auch solche mit Risikokennzahl 4 und 5 vor. Hauptsächlich sind solche Zertifikate aber mit der Risikokennzahl 1 und auch 2 bewertet. Discountzertifikate auf einen Index hingegen bewegen sich in den Risikokategorien 1-3. Unsere Informationen zu den Risikoklassen entnehmen wir verschiedenen Discountzertifikaten von [35] (Discount-Zertifikate).

Replikation des Auszahlungsprofils aus Sicht des Emittenten

Der Emittent kann das Auszahlungsprofil eines Discountzertifikats beispielsweise so replizieren:

- halte $(BV \cdot K)$ T-Bonds
- verkaufe BV Puts mit Basis K und Laufzeit T.

Als Auszahlung in T ergibt sich

$$\begin{aligned}
&(BV \cdot K) - BV(K - S_T)^+ \\
&= (BV \cdot K) - BV(K - S_T)1_{\{S_T < K\}} \\
&= (BV \cdot K)1_{\{S_T \geq K\}} + (BV \cdot S_T)1_{\{S_T < K\}} \\
&= A_T^5,
\end{aligned}$$

was die Replizierung des Auszahlungsprofils eines Discountzertifikats impliziert.
Es ergibt sich damit für den Anfangspreis des Discountzertifikats

$$(BV \cdot K)B(0,T) - BV \cdot PP_0(K).$$

Eine alternative Hedgestrategie kann, wenn an die Put-Call Parität gedacht wird, so aussehen:

- kaufe BV Aktien
- verkaufe BV Calls mit Basis K und Laufzeit T.

Wir erhalten als Auszahlung in T

$$\begin{aligned} & BV \cdot S_T - BV(S_T - K)^+ \\ = \; & BV \cdot S_T - BV(S_T - K)1_{\{S_T \geq K\}} \\ = \; & (BV \cdot S_T)1_{\{S_T < K\}} + (BV \cdot K)1_{\{S_T \geq K\}} \\ = \; & A_T^5, \end{aligned}$$

was ebenfalls ein Discountzertifikat repliziert.
Eine alternative Darstellung für den Zertifikatepreis lautet dann

$$BV \cdot S_0 - BV \cdot CP_0(K).$$

Bei einer Aktie als Basiswert muss wieder nur BV durch 1 ersetzt werden.

Dadurch dass das Auszahlungsprofil eines Indexzertifikats mit Cap dasselbe ist wie das eines Discountzertifikats mit einem Index als Basiswert, ist sowohl die Analyse der Risiken, als auch die Replikation des Auszahlungsprofils dieselbe. Abgesehen vom Discount ist also ein Indexzertifikat logisch gesehen nichts anderes als ein Discountzertifikat auf einen Index.

Fazit

Auch bei diesem Zertifikat lässt sich sagen, dass eine direkte Investition in den Basiswert riskanter ist. Die maximale Rendite des Zertifikats ist die Differenz zwischen Cap und Kaufpreis des Zertifikats (vgl. [26], Discountzertifikate). Würde nun der Cap bei Kauf des Zertifikats unter Startniveau des Basiswerts liegen, kann dieser um den Betrag (Kurs des Basiswerts bei Kauf des Zertifikats - Cap) fallen und der Anleger erhält trotzdem noch die maximale Rendite. Aufgrund des Discounts kann der Kurs des Basiswerts sogar bis knapp über den Kaufpreis fallen und der Anleger macht immer noch ein positives Geschäft. Er hat also immer eine Chance auf Gewinne und in dem eben beschriebenen Fall sogar die maximale Rendite auch wenn der Basiswert seitwärts verläuft oder leichte Kursverluste erfährt. Wenn der Kurs jedoch über seinen Cap hinaus ansteigt, wird dem Anleger auch immer nur dieser gezahlt. Er kann also nie an Kurssteigerungen, die über den Cap hinausgehen, partizipieren. Sein Gewinn bleibt dann die maximale Rendite. Ab diesem Punkt wäre eine Direktinvestition in den Basiswert lohnender.

persönliche Risikoeinschätzung

Letztendlich würde ich einem Discountzertifikat die Risikokennzahl 3 zuordnen.

2.2.3 Aktienanleihen

Aktienanleihen beziehen sich auf eine Aktie und sind parallel mit einem Zinskoupon ausgestattet (vgl. [6], S. 67). Dieser liegt meist über dem marktüblichen Zinsniveau und ist somit ziemlich hoch (vgl. [26], Aktienzertifikate). Die Auszahlung richtet sich nach einer bestimmten Schwelle, die zu Beginn der Laufzeit am Auflagetag als Prozentsatz vom Startniveau der Aktie berechnet wird. Aktienanleihen existieren in der klassischen, in der Protect und in der Express Protect Form. Die klassische Variante ist eigentlich eher der Spezialfall der Protectvariante. Somit werden hier nur die Protect- und die Express Protect Form genauer betrachtet.

Eine Aktienanleihe in Protect- und Express Protect Form hat folgende Bestandteile:

- Nominal N
- Anfangskurs S_0 des Basiswerts
- Ausübungszeitpunkt T
- Schwelle K
- Koupon R.

Auszahlung für einen Inhaber einer Aktienanleihe Protect

Wenn der Aktienkurs zum Ausübungszeitpunkt auf oder über der vorab festgelegten Schwelle liegt, bekommt der Anleger den Nominalbetrag. Befindet sich der Kurs der Aktie unter dieser Schwelle, erfolgt die Rückzahlung durch Lieferung von Aktien entsprechend der Wertentwicklung der Aktie, deren Anzahl zu Laufzeitbeginn festgelegt wird. Der Anleger bekommt dann $\frac{N}{S_0}$ Aktien pro Zertifikat. In beiden Fällen erhält der Anleger zusätzlich eine Verzinsung des Nominals in Höhe des Koupons. Die Auszahlungsfunktion A_T^6 lautet dann

$$A_T^6 = NR + N1_{\{S_T \geq K\}} + \frac{N}{S_0} S_T 1_{\{S_T < K\}}.$$

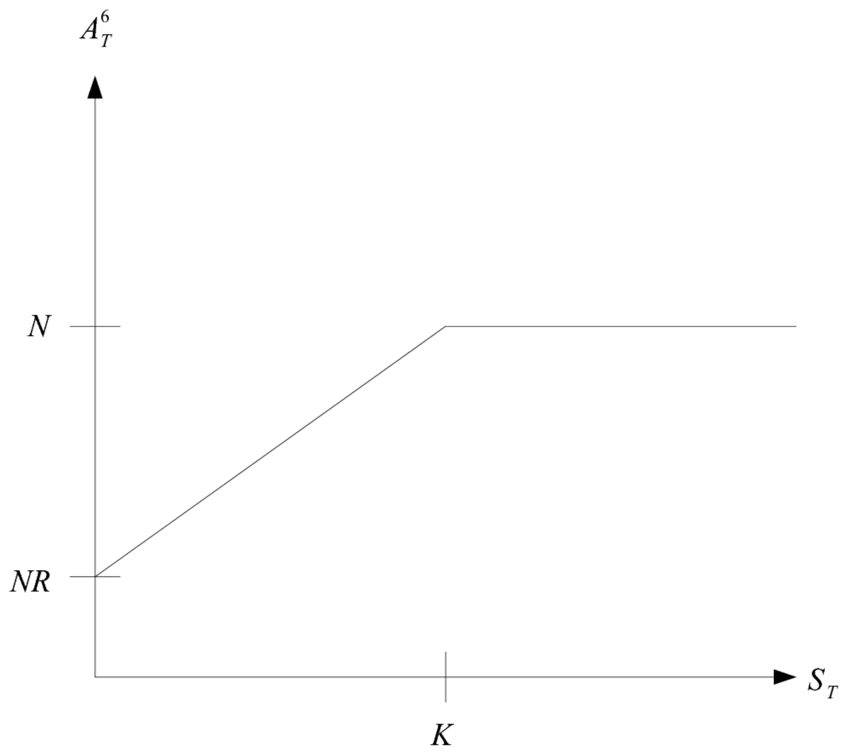


Abbildung 2.5: *Auszahlungsprofil einer Aktienanleihe Protect*

Meist weisen Aktienanleihe in der Protect Form eine Laufzeit von 12 bis 15 Monaten auf (vgl. [6], S. 67). Am Markt sind jedoch auch vereinzelt Zertifikate mit einer kürzeren bzw. auch längeren Laufzeit zu finden (siehe [35], Anlageprodukte, Anleihen, Aktienanleihen - Express Protect und Aktienanleihen - Protect).

Auszahlung für einen Inhaber einer Express Aktienanleihe Protect

Bei dieser Variante werden drei Ausübungszeitpunkte betrachtet im jeweiligen Abstand von einem Jahr, somit ergibt sich eine Laufzeit von maximal drei Jahren. Wenn der Aktienkurs zum ersten Ausübungszeitpunkt, ein Jahr nach dem Auflagetag, auf oder über Startniveau der Aktie liegt, erhält der Anleger eine vorzeitige Rückzahlung zum Nominalbetrag zuzüglich einer Zinszahlung, die aus der Verzinsung des Nominals in Höhe des Koupons besteht. Befindet sich der Kurs der Aktie jedoch unter ihrem Startniveau, verlängert sich die Laufzeit automatisch um 12 Monate und nach einem Jahr wird dieselbe

Betrachtung vorgenommen. Eine Kouponzahlung erhält der Anleger auch in diesem Fall. Sollte der Aktienkurs wiederum unter Startniveau liegen, verlängert sich die Laufzeit erneut um 12 Monate. Nach diesen 12 Monaten wird dann genauso vorgegangen wie bei einer Aktienanleihe Protect, die zwei zusätzliche Zinszahlungen beihnhaltet, so dass sich folgende Auszahlungsfunktionen $A^7_{T_k}$, für k $\in \{1, 2, 3\}$, ergeben:

$$A^7_{T_1} = N(1+R)1_{\{S_{T_1} \geq S_0\}} + NR1_{\{S_{T_1} < S_0\}}$$
$$A^7_{T_2} = N(1+R)1_{\{S_{T_2} \geq S_0\}} + NR1_{\{S_{T_2} < S_0\}} + NR1_{\{S_{T_1} < S_0\}}$$
$$A^7_{T_3} = NR + N1_{\{S_{T_3} \geq K\}} + \frac{N}{S_0} S_{T_3} 1_{\{S_{T_3} < K\}} + NR1_{\{S_{T_2} < S_0\}} + NR1_{\{S_{T_1} < S_0\}}$$

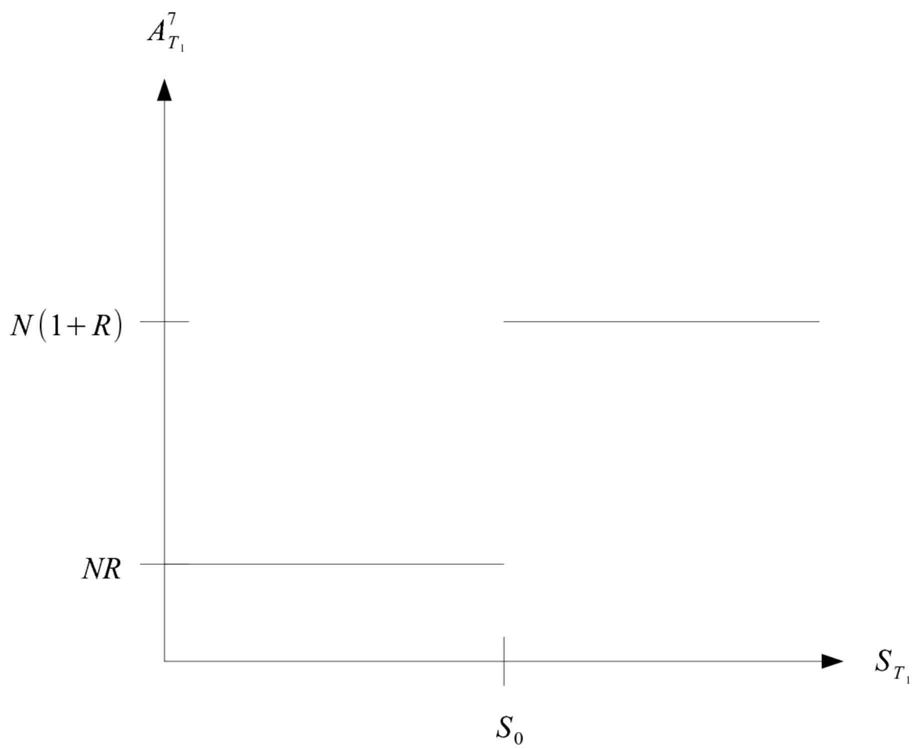


Abbildung 2.6: *Auszahlungsprofil einer Express Aktienanleihe Protect zum ersten Ausübungszeitpunkt*

Das Auszahlungsprofil zum zweiten Ausübungszeitpunkt sieht grafisch genauso aus wie das zum ersten Zeitpunkt mit einer zusätzlichen Kouponzahlung, die der Anleger zum ersten Zeitpunkt erhalten hat. Es ändern sich lediglich die Achsenbeschriftungen, so dass $A^7_{T_1}$ zu $A^7_{T_2}$ und S_{T_1} zu S_{T_2} wird. Das Auszahlungsprofil zum dritten Ausübungszeitpunkt ist dasselbe wie bei einer Aktienanleihe Protect (Abbildung 2.5) mit zwei zusätzlichen Kouponzahlungen, die der Anleger zu den ersten beiden Zeitpunkten bekommen hat. Auch hier verändern sich nur wieder die Achsenbeschriftungen entsprechend des dritten Zeitpunkts T_3.

Analyse der Risiken

Aktienanleihe Protect

Tritt der Fall $S_T < K$ ein, erhält der Anleger, im Vergleich zu $S_T \geq K$, $\frac{N}{S_0}$ Aktien zum aktuellen Kurswert. Er hat somit keine Chance mehr auf das Nominal. Also entgeht ihm der Betrag

$$N - \frac{N}{S_0}S_T = \frac{N}{S_0}(S_0 - S_T) = \frac{N}{S_0}(S_0 - K) + \frac{N}{S_0}(K - S_T).$$

Kauft er also

- $\frac{N}{S_0}$ digitale Putoptionen mit Basis K und Auszahlungsbetrag $S_0 - K$
- $\frac{N}{S_0}$ Puts mit Basis K

hat sich der Anleger gegen das Risiko versichert den Betrag $N - \frac{N}{S_0}S_T$ zu verlieren.

Durch das Portfolio aus

- Aktienanleihe
- $\frac{N}{S_0}$ digitale Puts
- $\frac{N}{S_0}$ Puts

erhält der Anleger die sichere Auszahlung $N(1 + R)$ zum Zeitpunkt T.
Nach dem Replikationsprinzip ergibt sich für den Anfangspreis ZP_0 der Aktienanleihe

$$ZP_0 + \frac{N}{S_0}P^dP_0(K, S_0 - K) + \frac{N}{S_0}PP_0(K) = (1 + R)NB(0, T).$$

Aktienanleihen Protect existieren in allen Risikoklassen am Finanzmarkt. Die Mehrheit jedoch richtet sich an sicherheitsorientierte Anleger. Somit werden sie dann mit der Risikokennzahl 1 bewertet. Unsere Informationen zu den Risikoklassen stützen wir auf verschiedene Aktienanleihen von [35] (Aktienanleihen - Protect).

Express Aktienanleihe Protect

Ein hedgebares Risiko gibt es hier nicht.

Der Emittent kann auch hier in beiden Fällen, Aktienanleihe Protect und Express Aktienanleihe Protect, zahlungsunfähig werden, so dass der Anleger kein Geld bekommt.

Express Aktienanleihen Protect werden am Markt entweder der Risikoklasse 2 oder 3 zugeordnet. Unsere Informationen zu den Risikoklassen entnehmen wir verschiedenen Aktienanleihen von [35] (Aktienanleihen - Express Protect)

Replikation des Auszahlungsprofils aus Sicht des Emittenten

Aktienanleihe Protect

- halte $N(1+R)$ T-Bonds
- verkaufe $\frac{N}{S_0}$ digitale Puts mit Basis K und Auszahlungsbetrag $S_0 - K$
- verkaufe $\frac{N}{S_0}$ Puts mit Basis K und Laufzeit T.

Es ergibt sich als Auszahlung in T

$$
\begin{aligned}
&N(1+R) - \frac{N}{S_0}(S_0 - K)1_{\{S_T<K\}} - \frac{N}{S_0}(K - S_T)^+ \\
&= N + NR - \frac{N}{S_0}S_0 1_{\{S_T<K\}} + \frac{N}{S_0}K1_{\{S_T<K\}} - \frac{N}{S_0}K1_{\{S_T<K\}} + \frac{N}{S_0}S_T 1_{\{S_T<K\}} \\
&= NR + N1_{\{S_T\geq K\}} + \frac{N}{S_0}S_T 1_{\{S_T<K\}} \\
&= A_T^6,
\end{aligned}
$$

was die Replizierung des Auszahlungsprofils zeigt. Die Verkäufe der Puts und digitalen Puts ermöglichen der Bank die Finanzierung des hohen Koupons.
Der Preis des Zertifikats lässt sich dann berechnen durch

$$(1+R)NB(0,T) - \frac{N}{S_0}P^d P_0(K, S_0 - K) - \frac{N}{S_0}PP_0(K).$$

Alternativ kann eine Replikation auch anders erfolgen, wenn die Put-Call-Parität bedacht wird.

- Kaufe $\frac{N}{S_0}$ Aktien
- Kaufe $\frac{N}{S_0}$ digitale Calls mit Basis K und Auszahlungsbetrag $S_0 - K$
- Verkaufe $\frac{N}{S_0}$ Calls mit Basis K
- halte NR T-Bonds.

Dies liefert dann als Auszahlung in T

$$\begin{aligned}
&\frac{N}{S_0}S_T + \frac{N}{S_0}(S_0 - K)1_{\{S_T \geq K\}} - \frac{N}{S_0}(S_T - K)^+ + NR \\
&= \frac{N}{S_0}S_T + \frac{N}{S_0}S_0 1_{\{S_T \geq K\}} - \frac{N}{S_0}K1_{\{S_T \geq K\}} - \frac{N}{S_0}S_T 1_{\{S_T \geq K\}} + \frac{N}{S_0}K1_{\{S_T \geq K\}} + NR \\
&= \frac{N}{S_0}S_T 1_{\{S_T < K\}} + N1_{\{S_T \geq K\}} + NR \\
&= A_T^6
\end{aligned}$$

und repliziert ebenfalls die Aktienanleihe.
Der Preis des Zertifikats lässt sich dann alternativ berechnen durch

$$N + \frac{N}{S_0}C^d P_0(K, S_0 - K) - \frac{N}{S_0}CP_0(K) + NRB(0, T).$$

Express Aktienanleihe Protect

Eine Replikation des Auszahlungsprofils durch Plain-Vanilla-Derivate, Basisfinanzgüter oder gar Barriere Optionen ist hier nicht möglich.

<u>Fazit</u>

Die Investition in Aktienanleihen ist weniger riskant als eine Direktinvestition in Aktien.

Aktienanleihe Protect

Die vom Startniveau berechnete Schwelle dient als Risikopuffer. Die Aktie kann also um den Betrag (Kurs der Aktie bei Kauf des Zertifikats - Sicherheitsschwelle) fallen und der Anleger erhält immer noch das Nominal plus einer Verzinsung. Somit verhält sich diese

Sicherheitsschwelle, wie der Cap bei einem Discountzertifikat, vorausgesetzt dieser liegt unter dem Startniveau der Aktie. Steigt der Kurs der Aktie jedoch über sein Startniveau plus Verzinsung mit dem Koupon an, also $S_T > S_0 + S_0R$, würde der Anleger bei einer Direktinvestition in die Aktie den Gewinn betreffend besser abschneiden, denn dieser ist ab dem Zeitpunkt der Überschreitung größer als das Nominal.

Express Aktienanleihe Protect

Der Anleger hat bei dieser Form dreimal die Chance das Nominal plus einer Verzinsung zu bekommen, was von der Kursentwicklung der Aktie abhängt. Eigentlich ist es sogar von Vorteil, wenn die Aktie nicht sofort zum ersten Ausübungszeitpunkt das Nominal plus eine Verzinsung bringt, da der Anleger bei Unterschreiten des Startniveaus der Aktie eine Zinszahlung bekommt, die aus der Verzinsung des Nominals besteht und automatisch die Laufzeit verlängert wird bis zum nächsten Ausübungszeitpunkt. Dasselbe lässt sich zum zweiten Zeitpunkt sagen. Wenn dann wieder das Startniveau unterschritten wird, bekommt er noch eine Verzinsung und hat nochmals die Möglichkeit das Nominal plus Verzinsung zu bekommen. Wenn aber das Startniveau nicht unter- sondern überschritten wird oder der Kurs auf dem Startniveau liegt, erhält der Anleger das Nominal plus zwei Verzinsungen. Also wäre zu diesem Zeitpunkt eine Aktienanleihe in Expressform profitabler als eine in Protectform. Kommt es nun zur Betrachtung des dritten Zeitpunkts, ist eine Express Aktienanleihe Protect nichts anderes als eine Aktienanleihe Protect mit zwei zusätzlichen Zinszahlungen. Im besten Fall hat der Anleger zu diesem Zeitpunkt schon zwei Zinszahlungen erhalten und bekommt zusätzlich noch das Nominal plus Verzinsung. Im schlechten Fall hat er zwei Zinszahlungen erhalten und bekommt noch Aktien zum aktuellen Wert plus Verzinsung des Nominals. Er geht dann zwar nicht leer aus, hat aber auch nicht soviel erhalten wie im bestmöglichsten Fall. Also schneidet ab diesem Zeitpunkt eine Express Aktienanleihe Protect den Gewinn betreffend besser ab als eine gewöhnliche Aktienanleihe Protect, da der Anleger in jedem Fall zwei zusätzliche Zinszahlungen erhält, die er mit einer Aktienanleihe Protect nicht erhalten würde.

persönliche Risikoeinschätzung

Insgesamt würde ich die Aktienanleihe Protect mit der Risikokennzahl 3 und die Express Aktienanleihe Protect mit der Risikokennzahl 2 bewerten.

2.2.4 Indexanleihen

Indexanleihen beziehen sich auf einen Index und sind ebenfalls wie Aktienanleihen mit einem Zinskoupon ausgestattet. Dieser liegt auch hier meist über dem marktüblichen

Zinsniveau (vgl. [26], Aktienzertifikate). Die Auszahlung hängt wieder von einer bestimmten Schwelle ab, welche zu Beginn der Laufzeit am Auflagetag als Prozentsatz vom Startniveau des Index berechnet wird. Es gibt Indexanleihen in der klassischen, in der Protect und in der Express Protect Form. Die klassischen sind ebenfallls eigentlich eher die Spezialfälle der Protectvarianten. Also werden auch wieder nur die Protect- und die Express Protect Form genauer untersucht.

Eine Indexanleihe in Protect- und Express Protect Form hat folgende Bestandteile:

- Nominal N
- Anfangskurs S_0 des Basiswerts
- Ausübungszeitpunkt T
- Schwelle K
- Koupon R.

Auszahlung für einen Inhaber einer Indexanleihe Protect auf den Dow Jones Euro Stoxx 50 Index

Wenn der Kurs dieses Index zum Ausübungszeitpunkt auf oder über der vorab festgelegten Schwelle liegt, bekommt der Anleger den Nominalbetrag. Befindet sich der Indexkurs unter dieser Schwelle, erhält er den Nominalbetrag entsprechend der Indexentwicklung bezogen auf das Startniveau. Während der Laufzeit, die entweder drei oder dreieinhalb Jahre beträgt, erhält der Anleger zusätzlich jährlich bzw. halbjährlich eine Verzinsung des Nominals in Höhe des Koupons. Die Auszahlungsfunktion A_T^8 lautet dann

$$A_T^8 = \alpha NR + N1_{\{S_T \geq K\}} + \frac{N}{S_0} S_T 1_{\{S_T < K\}},$$

wobei α für die Anzahl der Zinszahlungen steht. Bei einer dreijährigen Laufzeit bekommt der Anleger dann drei Kouponzahlungen, also eine pro Jahr. Sind aber dreieinhalb Jahre als Laufzeit festgelegt, bekommt der Anleger sieben Kouponzahlungen, also eine pro Halbjahr.

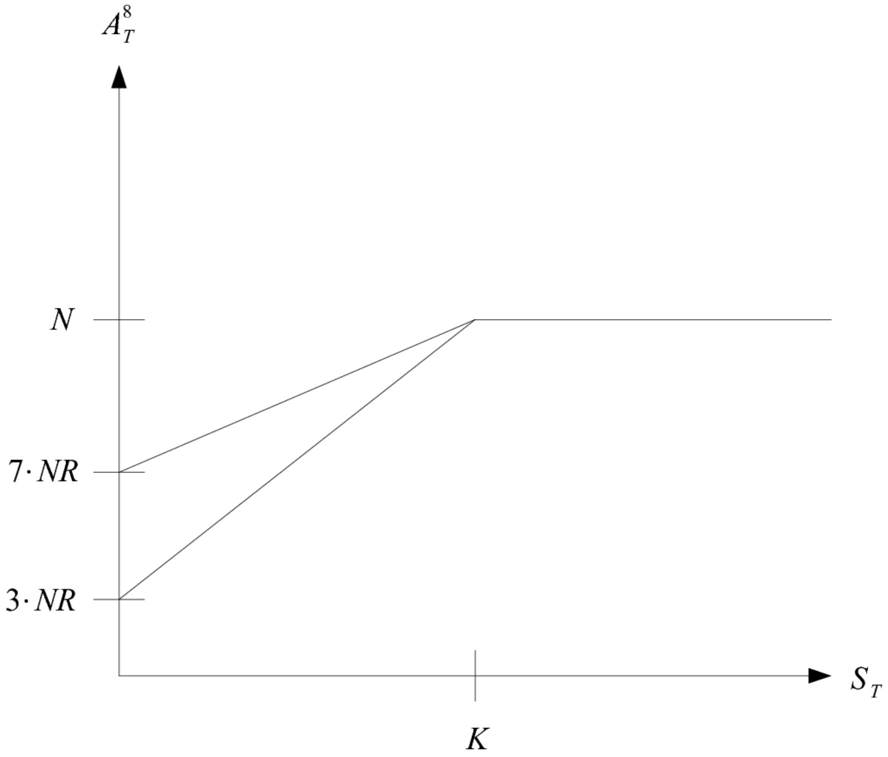


Abbildung 2.7: *Auszahlungsprofil einer Indexanleihe Protect auf den Dow Jones Euro Stoxx 50 Index*

Dieses Auszahlungsprofil ähnelt dem einer Aktienanleihe Protect bis auf die Anzahl der Zinszahlungen.

Es existieren auch Indexanleihen auf andere Indices, wie z.B. dem Dax, in Protect und Express Protect Form. In der Protect Variante erhält der Anleger ebenfalls den Nominalbetrag, wenn der Indexkurs auf oder über der vorab festgelegten Schwelle ist. Bei Unterschreiten der Schwelle erfolgt eine Rückzahlung durch Lieferung von ETFs auf den Dax. Die Anzahl berechnet sich durch die Multiplikation des Nominalbetrags mit der Indexentwicklung und anschließender Division mit dem Nettoinventarwert des ETFs. Auch hier erfolgt eine Zinszahlung in jedem Jahr. Die Laufzeit beträgt dabei meist dreieinhalb oder viereinhalb Jahre. Die erste Zinszahlung erhält der Anleger eineinhalb Jahre nach Laufzeitbeginn, und die nächsten Zahlungen erfolgen dann immer nach einem Jahr, so dass er drei bzw. vier Zinszahlungen bekommt.

Für die nachfolgende Analyse sollen hier allerdings weiterhin Indexanleihen auf den Dow Jones Euro Stoxx 50 Index betrachtet werden.

Auszahlung für einen Inhaber einer Express Indexanleihe Protect

Bei der Express Variante werden vier Ausübungszeitpunkte betrachtet im jeweiligen Abstand von einem Jahr. Die maximale Laufzeit beträgt also vier Jahre. Wenn der Indexkurs zum ersten Ausübungszeitpunkt, ein Jahr nach dem Auflagetag, auf oder über Startniveau des Index liegt, erhält der Anleger eine vorzeitige Rückzahlung des Nominalbetrags zuzüglich einer Zinszahlung, die aus der Verzinsung des Nominals in Höhe des Koupons besteht. Befindet sich der Kurs des Index jedoch unter seinem Startniveau, verlängert sich die Laufzeit automatisch um 12 Monate und nach einem Jahr wird dieselbe Betrachtung vorgenommen. Eine Kouponzahlung erhält der Anleger dann auch in diesem Fall. Sollte der Indexkurs wiederum unter seinem Startniveau liegen, verlängert sich die Laufzeit erneut um 12 Monate und es erfolgt am Ende dieser Zeit wieder dieselbe Betrachtung. Liegt der Kurs des Index dann nochmalig unter Startniveau, wird nach erneuten 12 Monaten so vorgegangen wie bei einer Indexanleihe Protect mit einer Laufzeit von 3 Jahren und einer zusätzlichen Zinszahlung. Es ergeben sich folgende Auszahlungsfunktionen $A^9_{T_k}$, für $\text{k} \in \{1, 2, 3, 4\}$:

$$
\begin{aligned}
A^9_{T_1} &= N(1+R)1_{\{S_{T_1} \geq S_0\}} + NR1_{\{S_{T_1} < S_0\}} \\
A^9_{T_2} &= N(1+R)1_{\{S_{T_2} \geq S_0\}} + NR1_{\{S_{T_2} < S_0\}} + NR1_{\{S_{T_1} < S_0\}} \\
A^9_{T_3} &= N(1+R)1_{\{S_{T_2} \geq S_0\}} + NR1_{\{S_{T_3} < S_0\}} + NR1_{\{S_{T_2} < S_0\}} + NR1_{\{S_{T_1} < S_0\}} \\
A^9_{T_4} &= NR + N1_{\{S_{T_4} \geq K\}} + \frac{N}{S_0} S_{T_4} 1_{\{S_{T_4} < K\}} + NR1_{\{S_{T_3} < S_0\}} + NR1_{\{S_{T_2} < S_0\}} + NR1_{\{S_{T_1} < S_0\}}
\end{aligned}
$$

Das Auszahlungsprofil zum ersten Ausübungszeitpunkt ist dasselbe wie in Abbildung 2.6.. Zum zweiten Ausübungszeitpunkt sieht das Auszahlungsprofil grafisch genauso aus wie das zum ersten Zeitpunkt mit einer zusätzlichen Kouponzahlung, die der Anleger zum ersten Zeitpunkt erhalten hat. Es ändern sich auch hier nur wieder die Achsenbeschriftungen, so dass $A^9_{T_1}$ zu $A^9_{T_2}$ und S_{T_1} zu S_{T_2} wird. Beim dritten Ausübungszeitpunkt ist dies genauso, mit zwei zusätzlichen Kouponzahlungen, die der Anleger zu den ersten beiden Zeitpunkten bekommen hat. Dabei verändern sich die Achsenbeschriftungen entsprechend des dritten Zeitpunkts T_3. Das Auszahlungsprofil zum vierten Ausübungszeitpunkt ist grafisch gesehen dasselbe wie bei einer Indexanleihe Protect mit einer Laufzeit von drei Jahren und einer zusätzlichen Kouponzahlung. Auch hier verändern sich nur wieder die Achsenbeschriftungen entsprechend des vierten Zeitpunkts T_4.

Analyse der Risiken

Indexanleihe Protect

Tritt der Fall $S_T < K$ entgeht dem Anleger im Vergleich zum Nominal der Betrag

$$N - \frac{N}{S_0} S_T = \frac{N}{S_0}(S_0 - S_T) = \frac{N}{S_0}(S_0 - K) + \frac{N}{S_0}(K - S_T).$$

Kauft er also

- $\frac{N}{S_0}$ digitale Putoptionen mit Basis K und Auszahlungsbetrag $S_0 - K$
- $\frac{N}{S_0}$ Puts mit Basis K

hat sich der Anleger gegen das Risiko versichert den Betrag $N - \frac{N}{S_0} S_T$ zu verlieren.

Durch das Portfolio aus

- Indexanleihe
- $\frac{N}{S_0}$ digitale Puts
- $\frac{N}{S_0}$ Puts

bekommmt der Anleger die sichere Auszahlung $N(1 + \alpha R)$ zum Zeitpunkt T.
Mit dem Replikationsprinzip folgt dann für den Anfangspreis ZP_0 der Indexanleihe:

$$ZP_0 + \frac{N}{S_0} P^d P_0(K, S_0 - K) + \frac{N}{S_0} PP_0(K) = (1 + \alpha R) NB(0, T).$$

Indexanleihen Protect bewegen sich am Markt zwischen den Risikoklassen 2 und 3. Sehr selten erfolgt auch eine Risikoeinschätzung mit der Kennzahl 1. Unsere Informationen zu den Risikoklassen entnehmen wir verschiedenen Indexanleihen von [35] (Indexanleihen - Protect)

Express Indexanleihe Protect

Bei dieser Form existiert ebenfalls kein hedgebares Risiko.

Auch hier ist zu beachten, dass der Emittent bei beiden Varianten, Indexanleihe Protect und Express Indexanleihe Protect, zahlungsunfähig werden kann.

Indexanleihen in der Express Protect Form werden ebenfalls den Risikoklassen 2 und 3 und sehr vereinzelt auch der Risikoklasse 1 zugeteilt. Unsere Informationen zu den Risikoklassen entnehmen wir verschiedenen Indexanleihen von [35] (Indexanleihen - Express Protect)

Replikation des Auszahlungsprofils aus Sicht des Emittenten

Indexanleihe Protect

- halte $N(1+\alpha R)$ T-Bonds
- verkaufe $\frac{N}{S_0}$ digitale Puts mit Basis K und Auszahlungsbetrag $S_0 - K$
- verkaufe $\frac{N}{S_0}$ Puts mit Basis K und Laufzeit T.

Dies führt zu einer Auszahlung in T von

$$
\begin{aligned}
& N(1+\alpha R) - \frac{N}{S_0}(S_0 - K)1_{\{S_T<K\}} - \frac{N}{S_0}(K - S_T)^+ \\
&= N + \alpha NR - \frac{N}{S_0}S_0 1_{\{S_T<K\}} + \frac{N}{S_0}K1_{\{S_T<K\}} - \frac{N}{S_0}K1_{\{S_T<K\}} + \frac{N}{S_0}S_T 1_{\{S_T<K\}} \\
&= \alpha NR + N1_{\{S_T\geq K\}} + \frac{N}{S_0}S_T 1_{\{S_T<K\}} \\
&= A_T^8,
\end{aligned}
$$

und repliziert somit die Indexanleihe. Die Verkäufe der Puts und digitalen Puts schaffen für die Bank die Voraussetzung den hohen Koupon zu finanzieren.
Der Preis des Zertifikats kann dann wie folgt berechnet werden:

$$
(1+\alpha R)NB(0,T) - \frac{N}{S_0}P^d P_0(K, S_0 - K) - \frac{N}{S_0}PP_0(K).
$$

Unter Berücksichtigung der Put-Call-Parität kann eine alternative Hedgestrategie mit Call und digitalem Call wie folgt lauten:

- Kaufe $\frac{N}{S_0}$ Aktien
- Kaufe $\frac{N}{S_0}$ digitale Calls mit Basis K und Auszahlungsbetrag $S_0 - K$

- Verkaufe $\frac{N}{S_0}$ Calls mit Basis K
- halte αNR T-Bonds.

Diese Strategie erbringt dann in T die Auszahlung

$$\begin{aligned}
&\frac{N}{S_0}S_T + \frac{N}{S_0}(S_0 - K)1_{\{S_T \geq K\}} - \frac{N}{S_0}(S_T - K)^+ + \alpha NR \\
&= \frac{N}{S_0}S_T + \frac{N}{S_0}S_0 1_{\{S_T \geq K\}} - \frac{N}{S_0}K1_{\{S_T \geq K\}} - \frac{N}{S_0}S_T 1_{\{S_T \geq K\}} + \frac{N}{S_0}K1_{\{S_T \geq K\}} + \alpha NR \\
&= \frac{N}{S_0}S_T 1_{\{S_T < K\}} + N1_{\{S_T \geq K\}} + \alpha NR \\
&= A_T^8,
\end{aligned}$$

was die Replizierung des Auszahlungsprofils impliziert.
Der Preis des Zertifikats lässt sich dann alternativ darstellen als

$$N + \frac{N}{S_0}C^d P_0(K, S_0 - K) - \frac{N}{S_0}CP_0(K) + \alpha NRB(0, T).$$

Express Indexanleihe Protect

Hier ist eine Replikation des Auszahlungsprofils durch Plain-Vanilla-Derivate, Basisfinanzgüter oder auch Barriere-Optionen ebenfalls nicht möglich.

Fazit

Eine Indexanleihe ist zu vergleichen mit einem Indexzertifikat. Das Anlagerisiko verringert sich auch hier, aufgrund der breiten Diversifikation des Index. Ein Direktinvestment in einzelne Aktien ist wiederum höher.

Indexanleihe Protect

Wie bei einer Aktienanleihe Protect wird auch hier eine Schwelle berechnet, die als Risikopuffer dient. Der Index kann dann um den Betrag (Kurs des Index bei Kauf des Zertifikats - Sicherheitsschwelle) fallen und der Anleger erhält immer noch das Nominal. Zusätzlich bekommt er drei bzw. sieben Verzinsungen, was im Gegensatz zu einer Aktienanleihe Protect lukrativer ist. Somit verhält sich diese Sicherheitsschwelle, wie der

Cap bei einem Discountzertifikat, vorausgesetzt dieser liegt unter dem Startniveau des Index. Steigt der Kurs des Index allerdings über sein Startniveau plus drei bzw. sieben Verzinsungen mit dem Koupon an, also $S_T > S_0 + \alpha S_0 R$, mit $\alpha \in \{3, 7\}$, würde der Anleger bei einer Direktinvestition in den Index den Gewinn betreffend besser abschneiden, denn dieser ist ab dem Zeitpunkt der Überschreitung größer als das Nominal.

Express Indexanleihe Protect

Der Anleger hat bei dieser Form viermal die Chance das Nominal plus eine Verzinsung zu bekommen, was von der Kursentwicklung des Index abhängt. Auch hier ist es wieder von Vorteil, wenn der Index nicht sofort zum ersten Ausübungszeitpunkt das Nominal plus eine Verzinsung bringt, da der Anleger bei Unterschreiten des Startniveaus des Index eine Zinszahlung bekommt, die aus der Verzinsung des Nominals besteht und automatisch die Laufzeit verlängert wird bis zum nächsten Ausübungszeitpunkt. Dasselbe lässt sich zum zweiten und dritten Zeitpunkt sagen. Wenn dann wieder das Startniveau unterschritten wird, bekommt er noch eine bzw. zwei Verzinsungen und hat abermals die Möglichkeit das Nominal plus Verzinsung zu bekommen. Wenn aber das Startniveau nicht unter- sondern überschritten wird oder der Kurs auf dem Startniveau liegt, erhält der Anleger das Nominal plus zwei bzw. drei Verzinsungen. Kommt es nun zur Betrachtung des vierten Zeitpunkts, ist eine Express Indexanleihe Protect nichts anderes als eine Indexanleihe Protect mit einer Laufzeit von drei Jahren und einer zusätzlichen Zinszahlung. Im besten Fall hat er dann schon drei Kouponzahlungen erhalten und bekommt noch das Nominal plus Verzinsung. Im schlechten Fall hat er auch drei Kouponzahlungen erhalten und bekommt noch den Nominalbetrag entsprechend der Indexentwicklung plus Verzinsung des Nominals. Er geht dann zwar nicht leer aus, hat aber auch nicht soviel erhalten wie im bestmöglichsten Fall. Ab diesem Zeitpunkt ist eine Express Indexanleihe Protect profitabler als eine gewöhnliche Indexanleihe Protect, da der Anleger in jedem Fall eine zusätzliche Zinszahlung erhält, die er mit einer Indexanleihe Protect dann nicht erhalten würde. Wird aber an dieser Stelle eine Indexanleihe Protect mit einer Laufzeit von dreieinhalb Jahren mit einer Express Indexanleihe verglichen, ist die Protectvariante profitabler, denn hier erhält der Anleger in jedem Fall sieben Zinszahlungen im Unterschied zu maximal vier Kouponzahlungen.

persönliche Risikoeinschätzung

Zusammenfassend lässt sich meiner Meinung nach für die Indexanleihe Protect die Risikokennzahl 3 und für die Express Indexanleihe Protect die Risikokennzahl 2 vergeben.

Die in diesem Kapitel erstellten Auszahlungsprofile, sind alle mit Hilfe sog. Kundenbroschüren von [35] erstellt worden, die nicht alle im Anhang angegeben werden konnten. Ein Beispiel zu solch einer Broschüre, Aktienanleihe Protect, ist im Anhang B.2 zu finden.

Kapitel 3

Das Black-Scholes-Modell

3.1 Die Black-Scholes-Formeln

Das Black-Scholes-Modell ist ein vollständiges und kontinuierliches finanzmathematisches Modell mit endlichem Horizont T (siehe [8], S. 162). Es ist von Fischer Black und Myron Scholes entwickelt worden, welche als erstes gezeigt haben, dass Standard-Put- und Calloptionen bewertet werden können (vgl. [16], S. 7). Dazu haben sie die Optionen durch eine festverzinsliche Geldanlage und einen Basiswert repliziert. Das Modell gibt an, wie die Pfade generiert werden, d.h. wie der stochastische Prozess konstruiert ist. Aus dieser Konstellation können dann später Preise einzelner europäischer Optionen berechnet werden. Zur mathematischen Modellierung der beiden genannten Finanzgüter benutzen wir [17], Skript II, Abschnitt 0.1., Spezifikation und [8], S. 162.

Der Preisprozess einer festverzinlischen Anlage mit konstanter risikoloser Zinsrate ρ wird definiert durch

$$X_s = e^{\rho s}, \quad s \geq 0.$$

Wenn wir diesen nach s ableiten erhalten wir

$$\begin{aligned} \frac{dX_s}{ds} &= \rho e^{\rho s} \\ &= \rho X_s \\ dX_s &= \rho X_s \, ds. \end{aligned}$$

Der Kurs des Basiswerts, meist eine Aktie, im Black-Scholes-Modell wird modelliert durch

$$S_s = S_0 e^{\sigma W_s + (\mu - \frac{\sigma^2}{2})s}, \quad 0 \leq s \leq T,$$

mit zwei Parametern $\mu \in \mathbb{R}$ und $\sigma > 0$. Dabei ist μ der Driftparameter und σ ist die sog. Volatilität, auf die wir in diesem Kapitel noch weiter eingehen werden (siehe 3.2). Sie ist ein Maß für die zufällige Schwankung des Aktienkurses. Der Informationsverlauf ist hier und im Folgenden gegeben durch eine Filtration $(\mathcal{F}_s)_{s\in[0,T]}$. Durch $(W_s)_{s\in[0,T]}$ wird ein Wienerprozess bzgl. $(\mathcal{F}_s)_{s\in[0,T]}$ beschrieben.

Unter Anwendung der Ito-Formel (vgl. [8], S. 217 und 221), erhalten wir mit $\frac{S_s}{S_0} = f(W_s, s)$, wobei $f(x,y) = e^{\sigma x + (\mu - \frac{\sigma^2}{2})y}$ sei, und $[W]_s = s$

$$\begin{aligned}
S_s - S_0 &= \sigma \int\limits_{[0,s]} S_0 e^{\sigma W_k + (\mu - \frac{\sigma^2}{2})k}\, dW_k + (\mu - \frac{\sigma^2}{2}) \int\limits_{[0,s]} S_0 e^{\sigma W_k + (\mu - \frac{\sigma^2}{2})k}\, dk \\
&\quad + \frac{1}{2}\sigma^2 \int\limits_{[0,s]} S_0 e^{\sigma W_k + (\mu - \frac{\sigma^2}{2})k}\, dk \\
&= \mu \int\limits_{[0,s]} S_k\, dk + \sigma \int\limits_{[0,s]} S_k\, dW_k \\
&= S_0 + \mu \int\limits_{[0,s]} S_k\, dk + \sigma \int\limits_{[0,s]} S_k\, dW_k.
\end{aligned}$$

Dies führt zur stochastischen Differentialgleichung (siehe dazu [8], S. 220 f.)

$$dS_s = S_s(\mu\, ds + \sigma\, dW_s).$$

Wir betrachten also mathematisch gesehen folgendes Modell (vgl. [15], S. 1):

$$\begin{aligned}
dX_s &= \rho X_s\, ds \\
dS_s &= S_s(\mu\, ds + \sigma\, dW_s).
\end{aligned}$$

Durch das äquivalente Martingalmaß Q und einem Wienerprozess $(\overline{W}_s)_{s\in[0,T]}$ bzgl. Q,

$$(\overline{W}_s)_{s\in[0,T]} = (W_s - \nu s)_{s\in[0,T]},\ \nu = -\frac{\mu - \rho}{\sigma},$$

wird der Aktienpreisprozess abgeändert (vgl. dazu [17], Skript II, Abschnitt 0.4., Äquivalentes Martingalmaß und auch [8], S. 166 f.).

$$
\begin{aligned}
S_s &= S_0 e^{\sigma W_s + (\mu - \frac{\sigma^2}{2})s} \\
e^{-\rho s} S_s &= S_0 e^{\sigma W_s + (\mu - \frac{\sigma^2}{2} - \rho)s} \\
&= S_0 e^{\sigma (W_s - \nu s) + (\mu - \frac{\sigma^2}{2} - \rho + \sigma\nu)s} \\
&= S_0 e^{\sigma (W_s - \nu s) - \frac{1}{2}(-2\mu + \sigma^2 + 2\rho - 2\sigma\nu)s} \\
&= S_0 e^{\sigma \overline{W}_s - \frac{1}{2}(-2\mu + \sigma^2 + 2\rho - 2\sigma\left(-\frac{\mu-\rho}{\sigma}\right))s} \\
&= S_0 e^{\sigma \overline{W}_s - \frac{1}{2}(-2\mu + \sigma^2 + 2\rho - 2(-(\mu-\rho)))s} \\
&= S_0 e^{\sigma \overline{W}_s - \frac{1}{2}(-2\mu + \sigma^2 + 2\rho + 2\mu - 2\rho)s} \\
&= S_0 e^{\sigma \overline{W}_s - \frac{\sigma^2}{2} s} \\
S_s &= S_0 e^{\sigma \overline{W}_s + (\rho - \frac{\sigma^2}{2})s},
\end{aligned}
$$

wobei der abdiskontierte Aktienpreisprozess $(e^{-\rho s} S_s)_{s \in [0,T]}$ genau dann ein Martingal bzgl. Q ist, wenn $\nu = -\frac{\mu-\rho}{\sigma}$ ist.

Unser zugrundeliegendes Modell verändert sich dann zu

$$
\begin{aligned}
dX_s &= \rho X_s \, ds \\
dS_s &= S_s(\rho \, ds + \sigma \, d\overline{W}_s).
\end{aligned}
$$

1973 haben Black und Scholes ihre Ergebnisse zum ersten Mal vorgestellt (vgl. nochmals [16], S. 7). Dabei ist anzumerken, dass das klassische Black-Scholes-Modell nur europäische Put- und Calloptionen auf Basiswerte ohne Cashflows bewerten kann. Dazu zählen Aktien ohne Dividenden und auch Aktienindices ohne Dividenden. Es existieren jedoch auch vielfältige Modifikationen des Modells (siehe [8], S. 161). Das klassische Modell sowie seine Weiterentwicklungen und Modifikationen bilden reale Verhältnisse nicht vollständig ab. Trotzdem wird es am Finanzmarkt als Markstandard eingesetzt. Es sind verschiedene Komponenten nötig, um einen endgültigen fairen Preis, für den es keine Arbitragemöglichkeiten (vgl. hierzu [8], S. 237 f.) gibt, zu berechnen. Dies sind der Ausübungspreis der Option K, der aktuelle Kurswert des Basiswerts (Aktie) S_s zum Zeitpunkt s, eine feste konstante risikolose Zinsrate ρ, die konstante Volatilität σ und die Laufzeit T bzw. Restlaufzeit des Basiswerts $T-s$. Die klassischen Black-Scholes-Formeln zur Preisberechnung von Puts und Calls, sowie die schon angesprochenen Modifikationen des Modells, sollen nun nachfolgend besprochen werden, da wir sie in Kapitel 4 zur Bewertung einiger Zertifikate benötigen. Wir werden die klassischen Formeln, sowie eine darauffolgende mögliche Modifikation, analog zu [8], S. 168 f. und [15], S. 1 und 2, angeben. Dazu müssen wir jedoch zunächst eine Definition, in Anlehnung zu [8], S. 167, einfügen.

Definition 3.1 (Preisfestsetzung im Black-Scholes-Modell ohne Dividende) *Betrachtet werde ein Black-Scholes-Modell mit Zinsrate $\rho > 0$ und Q, wobei Q das bestimmte äquivalente Martingalmaß ist [1]. Ein Black-Scholes-Claim ist gegeben durch ein*

$$\mathcal{F}_T - messbares\ C : \Omega \to \mathbb{R}.$$

Der faire Preis dieses Claims zum Zeitpunkt $s = 0$ wird dabei definiert durch

$$P(C) = E_Q(e^{-\rho T} C).$$

Voraussetzung dafür ist, dass dieser Erwartungswert existiert[2], also

$$E_Q(|e^{-\rho T} C|) < \infty.$$

Der faire Preis dieses Claims zu einem späteren Zeitpunkt s, $0 < s < T$, hängt vom Informationsverlauf bis s ab und ist gegeben durch

$$P(C, s) = E_Q(e^{-\rho(T-s)} C | \mathcal{F}_s).$$

Satz 3.1 (Black-Scholes-Formel für europäische Calls ohne Dividenden) *Betrachtet werde ein Black-Scholes-Modell mit Zinsrate ρ. Sei CP_s der Preis einer europäischen Calloption mit Ausübungspreis K und Fälligkeit T. Wenn die Aktie zwischen den Zeitpunkten 0 und T keine Dividende zahlt, so ist der faire Preis CP_s des Calls zum Zeitpunkt s, $0 \leq s \leq T$, mit $t := T - s$, gegeben durch*

$$CP_s = S_s \Phi(d_1) - e^{-\rho t} K \Phi(d_2)$$

mit

[1] Vgl. dazu [17], Skript II, Abschnitt 0, Black-Scholes-Modell
[2] vgl. [17], Skript II, Abschnitt 0.5., Bewertung von Claims

$$d_1 := \frac{\log(\frac{S_s}{K}) + \rho t}{\sigma\sqrt{t}} + \frac{\sigma}{2}\sqrt{t}$$

und

$$d_2 := d_1 - \sigma\sqrt{t} = \frac{\log(\frac{S_s}{K}) + \rho t}{\sigma\sqrt{t}} - \frac{\sigma}{2}\sqrt{t},$$

wobei Φ die Verteilungsfunktion der $N(0,1)$-Verteilung bezeichnet.

Durch $S_s\Phi(d_1)$ wird der Wert des Basiswerts angegeben, den der Optionsbesitzer, falls er von seinem Kaufrecht Gebrauch macht, beziehen kann (vgl. dazu [2], S. 4).

Der zweite Term $e^{-\rho t}K\Phi(d_2)$ mindert den ersten Term. Dieser gibt den Wert des Ausübungspreises an, den der Optionsbesitzer bezahlen muss, sobald er sein Optionsrecht ausübt.

Satz 3.2 (Black-Scholes-Formel für europäische Puts ohne Dividenden)
Der Preis einer europäischen Putoption ohne Dividende PP_s, unter denselben Voraussetzungen wie in Satz 3.1, ist bestimmt durch

$$PP_s = e^{-\rho t}K\Phi(-d_2) - S_s\Phi(-d_1).$$

Hierbei erfolgt die Interpretation der einzelnen Bestandteile der Formel analog wie beim Call (vgl. [20], S. 15).

Es soll im Folgenden nur der Beweis für die Preisformel einer europäischen Calloption ohne Dividende zum Zeitpunkt $s = 0$ in Anlehnung an [8], S. 167 f., durchgeführt werden. Der Beweis für die Putvariante erfolgt analog unter Benutzung der Put-Call-Parität.

Beweis Satz 3.1:

Es liegt hier ein Black-Scholes-Claim

$$C = (S_T - K)^+$$

vor, der nach Definition 3.1 zu einem fairen Preis

$$E_Q(e^{-\rho T}(S_T - K)^+) = CP_0$$

zum Zeitpunkt $s = 0$ führt.

Somit

$$E_Q(e^{-\rho T}(S_T - K)^+) = E_Q(e^{-\rho T}(S_0 e^{\sigma \overline{W}_T + (\rho - \frac{\sigma^2}{2})T} - K)^+)$$

mit einem Wienerprozess $(\overline{W}_k)_{k \in [0,T]}$ bzgl. Q.

Die Berechnung dieses Erwartungswerts liefert die Black-Scholes-Formel zur Bestimmung des Preises einer europäischen Calloption ohne Dividende. Wir setzen

$$E_Q(e^{-\rho T}(S_0 e^{\sigma \overline{W}_T + (\rho - \frac{\sigma^2}{2})T} - K)^+) = E_Q(e^{-\rho T}(S_0 e^Y - K)^+)$$

mit einer Zufallsvariablen Y, welche bzgl. Q über eine $\Phi((\rho - \frac{\sigma^2}{2})T, \sigma^2 T)$-Verteilung verfügt. Es soll nun eine allgemeine Berechnung von

$$E((be^Y - c)^+)$$

erfolgen, wobei Y dann $\Phi(a, \gamma^2)$-verteilt ist:

$$
\begin{aligned}
E((be^Y - c)^+) &= \int\limits_{\{y:\ be^y > c\}} (be^x - c) \frac{1}{\sqrt{2\pi\gamma^2}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\gamma^2}}\, dx \\
&= b \int\limits_{\log(\frac{c}{b})}^{\infty} e^x \frac{1}{\sqrt{2\pi\gamma^2}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\gamma^2}}\, dx - c\, P\left(Y > \log\left(\frac{c}{b}\right)\right) \\
&= be^{a+\frac{\gamma^2}{2}} \int\limits_{\log(\frac{c}{b})}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\gamma^2}} e^{-\frac{(x-a-\gamma^2)^2}{2\gamma^2}}\, dx - c\, P\left(\frac{Y-a}{\gamma} > \frac{\log(\frac{c}{b}) - a}{\gamma}\right) \\
&= be^{a+\frac{\gamma^2}{2}}\, P\left(Y + \gamma^2 > \log\left(\frac{c}{b}\right)\right) - c\, P\left(\frac{Y-a}{\gamma} > \frac{\log(\frac{c}{b}) - a}{\gamma}\right) \\
&= be^{a+\frac{\gamma^2}{2}}\, P\left(\frac{Y-a}{\gamma} > \frac{\log\left(\frac{c}{b}\right) - \gamma^2 - a}{\gamma}\right) - c\, P\left(\frac{Y-a}{\gamma} > \frac{\log(\frac{c}{b}) - a}{\gamma}\right) \\
&= be^{a+\frac{\gamma^2}{2}} \left(1 - P\left(\frac{Y-a}{\gamma} \leq \frac{\log\left(\frac{c}{b}\right) - \gamma^2 - a}{\gamma}\right)\right) \\
&\quad - c\left(1 - P\left(\frac{Y-a}{\gamma} \leq \frac{\log(\frac{c}{b}) - a}{\gamma}\right)\right) \\
&= be^{a+\frac{\gamma^2}{2}} \left(1 - \Phi\left(\frac{\log\left(\frac{c}{b}\right) - \gamma^2 - a}{\gamma}\right)\right) \\
&\quad - c\left(1 - \Phi\left(\frac{\log(\frac{c}{b}) - a}{\gamma}\right)\right) \\
&= be^{a+\frac{\gamma^2}{2}}\, \Phi\left(\frac{\log\left(\frac{b}{c}\right) + \gamma^2 + a}{\gamma}\right) - c\, \Phi\left(\frac{\log(\frac{b}{c}) + a}{\gamma}\right)
\end{aligned}
$$

Wird nun der berechnete Erwartungswert mit $e^{-\rho T}$ multipliziert und $b = A_0$, $a = (\rho - \frac{\sigma^2}{2})T$, $\gamma = \sigma\sqrt{T}$ und $c = K$ gesetzt folgt die Behauptung. $\square$

Für europäische Optionen (in diesem Fall für eine europäische Calloption ohne Dividende) kann auch ein späterer Zeitpunkt s, $0 < s < T$, betrachtet werden. Dazu wird T durch die noch verbleibende Laufzeit $T - s = t$ und der Anfangskurs S_0 durch S_s ersetzt. Somit übernimmt s die Rolle des Zeitpunkts 0.

Das Black-Scholes-Modells kann so verallgemeinert werden, dass auch eine Bewertung europäischer Optionen auf Basiswerte mit Cashflows, also auch Aktien mit Dividenden, möglich ist (vgl. [16], S. 7). Es beinhaltet dann eine Dividendenberücksichtigung, die durch einen kumulierten Dividendenzahlungsstrom festgelegt wird (vgl. hier und im Folgenden [17], Skript II, Abschnitt 0.8., Black-Scholes-Modell mit Dividendenzahlungen), und eine Aktienpreismodellierung.

Dabei wird der Dividendenzahlungsstrom definiert als

$$D_s = \int\limits_{[0,s]} \rho_d S_k \, dk, \quad s \geq 0.$$

Ableitung nach s führt zu

$$dD_s = \rho_d S_s \, ds.$$

Der Aktienkurs ergibt sich durch

$$S_s = S_0 e^{\sigma W_s + (\mu - \rho_d - \frac{\sigma^2}{2})s}, \quad 0 \leq s \leq T,$$

wobei μ wieder den Driftparamter, σ die Volatilität und ρ_d die stetige Dividendenrate darstellt mit $\rho_d > 0$. Damit wir diesen in der Form einer stochastischen Differentialgleichung ausdrücken können, wenden wir wiederholt die Ito-Formel an (siehe S. 52) mit $\frac{S_s}{S_0} = f(W_s, s)$, wobei $f(x,y) = e^{\sigma x + (\mu - \rho_d - \frac{\sigma^2}{2})y}$ sei, und $[W]_s = s$

$$\begin{aligned} S_s - S_0 &= \sigma \int\limits_{[0,s]} S_0 e^{\sigma W_k + (\mu - \rho_d - \frac{\sigma^2}{2})k} \, dW_k + (\mu - \rho_d - \frac{\sigma^2}{2}) \int\limits_{[0,s]} S_0 e^{\sigma W_k + (\mu - \rho_d - \frac{\sigma^2}{2})k} \, dk \\ &\quad + \frac{1}{2}\sigma^2 \int\limits_{[0,s]} S_0 e^{\sigma W_k + (\mu - \rho_d - \frac{\sigma^2}{2})k} \, dk \\ &= (\mu - \rho_d) \int\limits_{[0,s]} S_k \, dk + \sigma \int\limits_{[0,s]} S_k \, dW_k \\ &= S_0 + (\mu - \rho_d) \int\limits_{[0,s]} S_k \, dk + \sigma \int\limits_{[0,s]} S_k \, dW_k. \end{aligned}$$

Wir erhalten somit in differentieller Notation

$$dS_s = S_s((\mu - \rho_d) \, ds + \sigma \, dW_s).$$

Wir betrachten also mathematisch gesehen das Modell

$$\begin{aligned} dX_s &= \rho X_s \, ds \\ dD_s &= \rho_d S_s \, ds \\ dS_s &= S_s((\mu - \rho_d)\, ds + \sigma \, dW_s). \end{aligned}$$

Ähnlich wie im Fall ohne Dividenden können wir den Aktienpreisprozess abändern. Dazu benutzen wir das äquivalente Martingalmaß Q^* und einen Wienerprozess $(\overline{W}^*_s)_{s\in[0,T]}$ bzgl. Q^* (siehe [17], Skript II, Abschnitt 0.8., Black-Scholes-Modell mit Dividendenzahlungen),

$$(\overline{W}^*_s)_{s\in[0,T]} = (W_s - \nu s)_{s\in[0,T]}, \; \nu = -\frac{\mu - \rho}{\sigma}.$$

$$\begin{aligned} S_s &= S_0 e^{\sigma W_s + (\mu - \rho_d - \frac{\sigma^2}{2})s} \\ e^{-(\rho-\rho_d)s} S_s &= S_0 e^{\sigma W_s + (\mu - \frac{\sigma^2}{2} - \rho)s} \\ &= S_0 e^{\sigma (W_s - \nu s) + (\mu - \frac{\sigma^2}{2} - \rho + \sigma\nu)s} \\ &= S_0 e^{\sigma (W_s - \nu s) - \frac{1}{2}(-2\mu + \sigma^2 + 2\rho - 2\sigma\nu)s} \\ &= S_0 e^{\sigma \overline{W}^*_s - \frac{1}{2}(-2\mu + \sigma^2 + 2\rho - 2\sigma\left(-\frac{\mu-\rho}{\sigma}\right))s} \\ &= S_0 e^{\sigma \overline{W}^*_s - \frac{1}{2}(-2\mu + \sigma^2 + 2\rho - 2(-(\mu-\rho)))s} \\ &= S_0 e^{\sigma \overline{W}^*_s - \frac{1}{2}(-2\mu + \sigma^2 + 2\rho + 2\mu - 2\rho)s} \\ &= S_0 e^{\sigma \overline{W}^*_s - \frac{\sigma^2}{2}s} \\ S_s &= S_0 e^{\sigma \overline{W}^*_s + (\rho - \rho_d - \frac{\sigma^2}{2})s}, \end{aligned}$$

wobei $(e^{-(\rho-\rho_d)s} S_s)_{s\in[0,T]}$ ein Martingal bzgl. Q^* ist.

Das zugrundeliegende Modell verändert sich dann zu

$$\begin{aligned} dX_s &= \rho X_s \, ds \\ dD_s &= \rho_d S_s \, ds \\ dS_s &= S_s((\rho - \rho_d)\, ds + \sigma \, d\overline{W}^*_s). \end{aligned}$$

Dabei geschieht eine Preisfestsetzung analog zu der in einem Modell ohne Dividende (siehe dazu Definition 3.1) bis auf das äquivalente Martingalmaß. Dieses ist verschieden zu dem äquivalenten Martingalmaß im klasssichen Black-Scholes-Modell. Also:

Definition 3.2 (Preisfestsetzung im Black-Scholes-Modell mit Dividende)
Betrachtet werde wieder ein Black-Scholes-Modell mit Zinsrate $\rho > 0$ und Q^*, wobei Q^* das bestimmte äquivalente Martingalmaß ist[3]*. Ein Black-Scholes-Claim ist gegeben durch ein*

$$\mathcal{F}_T - messbares\ \ C : \Omega \to \mathbb{R}.$$

Der faire Preis dieses Claims zum Zeitpunkt $s = 0$ wird dann definiert durch

$$P^*(C) = E_{Q^*}(e^{-\rho T} C).$$

Voraussetzung hierfür ist wieder, dass dieser Erwartungswert existiert, also

$$E_{Q^*}(|e^{-\rho T} C|) < \infty.$$

Der faire Preis dieses Claims zu einem späteren Zeitpunkt s, $0 < s < T$, hängt vom Informationsverlauf bis s ab und ist gegeben durch

$$P^*(C, s) = E_{Q^*}(e^{-\rho(T-s)} C | \mathcal{F}_s).$$

Satz 3.3 (Black-Scholes-Formel für europäische Calls mit Dividenden)
Betrachtet werde wieder ein Black-Scholes-Modell mit Zinsrate ρ. Sei $\widetilde{CP}_s$ der Preis einer europäischen Calloption mit Dividende mit Ausübungspreis K, Fälligkeit T und aktuellem Kurswert S_s zum Zeitpunkt s, $0 \leq s \leq T$, mit stetiger Dividendenrendite ρ_d. Der faire Preis $\widetilde{CP}_s$ des Calls ist dann definiert durch

$$\widetilde{CP}_s = e^{-\rho_d t} S_s \Phi(\tilde{d}_1) - e^{-\rho t} K \Phi(\tilde{d}_2)$$

mit

$$\tilde{d}_1 := \frac{\log(\frac{S_s}{K}) + (\rho - \rho_d)t}{\sigma \sqrt{t}} + \frac{\sigma}{2}\sqrt{t}$$

und

[3] vgl. hier und im Folgenden erneut [17], Skript II, Abschnitt 0.8, Black-Scholes-Modell mit Dividendenzahlungen

$$\tilde{d}_2 := \tilde{d}_1 - \sigma\sqrt{t} = \frac{\log(\frac{S_s}{K}) + (\rho - \rho_d)t}{\sigma\sqrt{t}} - \frac{\sigma}{2}\sqrt{t}.$$

Satz 3.4 (Black-Scholes-Formel für europäische Puts mit Dividenden) *Der Preis einer europäischen Putoption mit Dividende $\widetilde{PP}_s$, unter denselben Voraussetzungen wie in Satz 3.3, ist gegeben durch*

$$\widetilde{PP}_s = e^{-\rho t} K \Phi(-\tilde{d}_2) - e^{-\rho_d t} S_s \Phi(-\tilde{d}_1).$$

Wir wollen hier ebenfalls wieder nur die Callvariante zum Zeitpunkt $s = 0$ beweisen. Dabei orientieren wir uns an [17], Skript II, Abschnitt 0.8., Black-Scholes-Modell mit Dividendenzahlungen.

Beweis Satz 3.3:

Für einen Black-Scholes-Claim

$$C = (S_T - K)^+$$

wird nach Definition 3.2 sein fairer Preis zum Zeitpunkt $s = 0$ festgesetzt als

$$E_{Q^*}(e^{-\rho T}(S_T - K)^+) = \widetilde{CP}_0,$$

wobei gilt

$$S_T = S_0 e^{\sigma \overline{W}^*_T + (\rho - \rho_d - \frac{\sigma^2}{2})T}, \quad 0 \leq s \leq T,$$

mit einem Wienerprozess $(\overline{W}^*_k)_{k \in [0,T]}$ bzgl. Q^*.

Die Berechnung dieses Erwartungswerts liefert die Black-Scholes-Formel zur Bestimmung des Preises einer europäischen Calloption mit Dividende. Also

$$E_{Q^*}(e^{-\rho T}(S_T - K)^+) = E_{Q^*} e^{-\rho T} S_T 1_{\{S_T > K\}} - e^{-\rho T} K Q^*(S_T > K).$$

Es folgt:

$$\begin{aligned}
E_{Q^*} e^{-\rho T} S_T 1_{\{S_T > K\}} &= e^{-\rho_d T} E_{Q^*} e^{-(\rho-\rho_d)T} S_T 1_{\{S_T > K\}} \\
&= S_0 e^{-\rho_d T} E_{Q^*} \frac{e^{-(\rho-\rho_d)T} S_T}{S_0} 1_{\{S_T > K\}} \\
&= S_0 e^{-\rho_d T} Q^*_{\rho_d}(S_T > K),
\end{aligned}$$

wobei gilt

$$Q^*_{\rho_d}(S) = \int_S \frac{e^{-(\rho-\rho_d)T} S_T}{S_0} \, dQ^* \quad \forall\, S \in \mathcal{F}_T.$$

$$\frac{dQ^*_{\rho_d}}{dQ^*}|_{\mathcal{F}_s} = e^{\sigma \overline{W}^*_s - \frac{\sigma^2}{2} s}, \quad 0 \le s \le T,$$

ist ein Q^*-Martingal (vgl. dazu [8], S.162).

Der Satz von Girsanov[4]. liefert, dass $(\overline{W}^*_s - \sigma s)$ ein Wiener Prozess bzgl. $Q^*_{\rho_d}$ ist.

Somit erhalten wir

$$\begin{aligned}
S_s &= S_0 e^{(\rho-\rho_d)s} e^{\sigma \overline{W}^*_s - \frac{\sigma^2}{2} s} \\
&= S_0 e^{(\rho-\rho_d)s} e^{\sigma(\overline{W}^*_s - \sigma s) + \frac{\sigma^2}{2} s} \\
&= S_0 e^{(\rho-\rho_d+\sigma^2)s} e^{\sigma(\overline{W}^*_s - \sigma s) - \frac{\sigma^2}{2} s}.
\end{aligned}$$

Wir setzen $\overline{\overline{W}}^*_s = (\overline{W}^*_s - \sigma s)$. Dabei ist $\overline{\overline{W}}^*_s$ ein geometrischer Wienerprozess bzgl. $Q^*_{\rho_d}$.

Insgesamt folgt dann unter Nutzung der Eigenschaft, dass log Renditen normalverteilt sind (vgl. dazu [17], Skript II, Abschnitt 0.2., Wichtige Eigenschaften), also dass gilt

$$\log\left(\frac{S_T}{S_0}\right) = (\rho - \rho_d - \frac{\sigma^2}{2})T + \sigma \overline{\overline{W}}^*_T \sim \Phi\left(\left(\rho - \rho_d - \frac{\sigma^2}{2}\right) T, \sigma^2 T\right) :$$

[4] Vgl. dazu [17], Skript I, Abschnitt 6.4., Girsanov-Transformation

$$
\begin{aligned}
Q^*_{\rho_d}(S_T > K) &= Q^*_{\rho_d}\left(\frac{S_T}{S_0} > \frac{K}{S_0}\right) \\
&= Q^*_{\rho_d}\left((\rho - \rho_d + \sigma^2)T + \sigma\overline{\overline{W}}^*_T - \frac{\sigma^2}{2}T > \log\left(\frac{K}{S_0}\right)\right) \\
&= Q^*_{\rho_d}\left(\frac{\sigma\overline{\overline{W}}^*_T}{\sigma\sqrt{T}} > \frac{\log\left(\frac{K}{S_0}\right) - (\rho - \rho_d + \frac{\sigma^2}{2})T}{\sigma\sqrt{T}}\right) \\
&= \Phi\left(\frac{\log\left(\frac{S_0}{K}\right) + (\rho - \rho_d + \frac{\sigma^2}{2})T}{\sigma\sqrt{T}}\right) \\
&= \Phi\left(\tilde{d}_1\right).
\end{aligned}
$$

Nun ist noch der zweite Teil, $e^{-\rho T}KQ^*(S_T > K)$, des obigen Erwartungswerts zu bestimmen.

$$
\begin{aligned}
Q^*(S_T > K) &= Q^*\left(\frac{S_T}{S_0} > \frac{K}{S_0}\right) \\
&= Q^*\left((\rho - \rho_d)T + \sigma\overline{W}^*_T - \frac{\sigma^2}{2}T > \log\left(\frac{K}{S_0}\right)\right) \\
&= Q^*\left(\frac{\sigma\overline{W}^*_T}{\sigma\sqrt{T}} > \frac{\log\left(\frac{K}{S_0}\right) - (\rho - \rho_d - \frac{\sigma^2}{2})T}{\sigma\sqrt{T}}\right) \\
&= \Phi\left(\frac{\log\left(\frac{S_0}{K}\right) + (\rho - \rho_d - \frac{\sigma^2}{2})T}{\sigma\sqrt{T}}\right) \\
&= \Phi\left(\tilde{d}_2\right).
\end{aligned}
$$

Es folgt insgesamt dann

$$
\widetilde{CP}_s = e^{-\rho_d t}S_s\Phi(\tilde{d}_1) - e^{-\rho t}K\Phi(\tilde{d}_2). \qquad \square
$$

Damit auch hier wieder ein späterer Zeitpunkt s, $0 < s < T$, für europäische Optionen (hier europäische Calloption mit Dividende) betrachtet werden kann, wird T durch die noch verbleibende Laufzeit $T - s = t$ und der Anfangskurs S_0 durch S_s ersetzt.

Desweiteren können auch digitale Optionen im Black-Scholes-Modell berechnet werden. Dabei werden wir uns nun an [7], S. 72-74, [9], S. 222 und 223 und [18], S. 6, orientieren.

Es gibt dabei die Variante der Asset-or-Nothing-Option, bei der der Payoff gleich dem zugrundeliegenden Basiswertkurs zum Ausübungszeitpunkt ist, und die der Cash-or-Nothing-Option, bei der der Payoff von vornherein festgelegt ist. Hier soll jedoch die Variante Cash-or-Nothing betrachtet werden, da nur diese später bei der Bewertung einer Aktienanleihe (siehe Kapitel 4) benötigt wird. Im weiteren Verlauf der Arbeit wird immer wieder der Name digitale Option gebraucht, womit eine Cash-or-Nothing-Option gemeint ist. Die Formeln für einen digitalen Call- bzw. Put lauten dann:

Satz 3.5 (Black-Scholes-Formel für europäische digitale Calls ohne Dividenden) *Betrachtet werde ein Black-Scholes-Modell mit Zinsrate ρ. Sei C^dP_s der Preis einer digitalen Calloption mit Ausübungspreis K und Fälligkeit T. Wenn die Aktie zwischen den Zeitpunkten 0 und T keine Dividende zahlt, so ist der faire Preis C^dP_s des digitalen Calls zum Zeitpunkt s, $0 \leq s \leq T$, bestimmt durch*

$$C^dP_s = e^{-\rho t} B\Phi(d_2).$$

Satz 3.6 (Black-Scholes-Formel für europäische digitale Puts ohne Dividenden) *Der Preis einer digitalen Putoption ohne Dividende P^dP_s, unter denselben Voraussetzungen wie in Satz 3.5, ist definiert durch*

$$P^dP_s = e^{-\rho t} B\Phi(-d_2).$$

Es soll hier auch nur der Beweis für die Callvariante ohne Dividende zum Zeitpunkt $s = 0$ erfolgen.

Beweis Satz 3.5:

Der faire Preis zum Zeitpunkt $s = 0$ ist nach Definition 3.1 gegeben als

$$E_Q(e^{-\rho T} B 1_{\{S_T \geq K\}}) = C^dP_0,$$

mit einem Black-Scholes-Claim

$$C = B 1_{\{S_T \geq K\}}.$$

Somit

$$E_Q(e^{-\rho T}B1_{\{S_T \geq K\}}) = e^{-\rho T}BQ(S_T \geq K).$$

Wir berechnen nun diesen Erwartungswert, um die Black-Scholes-Formel zur Bestimmung des Preises einer digitalen Calloption ohne Dividende zu erhalten. Dazu benutzen wir erneut die Annahme, dass der Aktienkurs lognormal verteilt ist, wie wir bereits bei dem Beweis zu Satz 3.3 gesehen haben.

$$\log(S_T) = \log(S_0) + \sigma\overline{W}_T + (\rho - \frac{\sigma^2}{2})T \sim \Phi\left(\log(S_0) + \left(\rho - \frac{\sigma^2}{2}\right)T, \sigma^2 T\right).$$

Mit dieser Verteilung erhalten wir

$$\begin{aligned}
Q(S_T \geq K) &= Q(\log(S_T) \geq \log(K)) \\
&= Q\left(\frac{\log(S_T) - \log(S_0) - \left(\rho - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \geq \frac{\log(K) - \log(S_0) - \left(\rho - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}\right) \\
&= 1 - \Phi\left(\frac{\log(\frac{K}{S_0}) - \left(\rho - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{t}}\right) = 1 - \Phi(-d_2) = \Phi(d_2)
\end{aligned}$$

Daraus folgt die Behauptung. □

Zur Betrachtung eines späteren Zeitpunkts s, $0 < s < T$, für europäische Optionen (hier digitale Calloption ohne Dividende), muss hier ebenfalls T durch die noch verbleibende Laufzeit $T - s = t$ und der Anfangskurs S_0 durch S_s ersetzt werden.

Die Berücksichtigung von Dividenden bei digitalen Call- und Putoptionen erfolgt genauso wie bei Call- und Putoptionen. Es wird d_2 einfach durch $\tilde{d}_2$ ersetzt, so dass sich folgende neue Formeln ergeben:

Satz 3.7 (Black-Scholes-Formel für europäische digitale Calls mit Dividenden)
Betrachtet werde erneut ein Black-Scholes-Modell mit Zinsrate ρ. Sei $\widetilde{C^dP_s}$ der Preis einer digitalen Calloption mit Ausübungspreis K, Fälligkeit T und aktuellem Kurswert S_s zum Zeitpunkt s, $0 \leq s \leq T$, mit stetiger Dividendenrendite ρ_d. Der faire Preis $\widetilde{C^dP_s}$ des digitalen Calls ist dann bestimmt durch

$$\widetilde{C^dP_s} = e^{-\rho t}B\Phi(\tilde{d}_2).$$

Satz 3.8 (Black-Scholes-Formel für europäische digitale Puts mit Dividenden) *Der Preis einer digitalen Putoption mit Dividende $\widetilde{P^dP_s}$, unter denselben Voraussetzungen wie in Satz 3.7, ist gegeben durch*

$$\widetilde{P^dP_s} = e^{-\rho t} B \Phi(-\tilde{d}_2).$$

Zur Anwendung der oben bekannten Formeln muss das Modell noch kalibriert werden. D.h. es müssen alle relevanten Parameter bestimmt werden. Dies bereitet lediglich bei der Volatilität σ Probleme. Genau damit beschäftigen wir uns im nächsten Abschnitt.

3.2 Volatilität

Die Volatilität ist der kritische Parameter, der die Schwankungsbreite des Kurses des Basiswerts für Kursbewegungen innerhalb eines bestimmten Zeitrahmens angibt (vgl. dazu [2], S. 4). Sie wird aus statistischen Marktdaten geschätzt. Der Normbereich liegt dabei zwischen 30 und 85%. Es gibt verschiedene Möglichkeiten wie solch eine Schätzung erfolgen kann (siehe [8], S. 171 f.). Es kann eine Volatilität auf Basis historischer Preisdaten, meist aus den letzten 90-180 Handelstagen, geschätzt werden. Diese Volatilität heißt dann historische Volatilität. Es kann aber auch die implizite Volatilität ermittelt werden. Diesem Thema wird sich nun weitergehend gewidmet.

3.2.1 Implizite Volatilität

Die implizite Volatilität gibt die vom Markt erwartete Schwankungsbreite eines Basiswerts ab Betrachtungszeitpunkt bis zum Ende der Laufzeit einer Option an (vgl. hier und im Folgenden [2], S. 7). Zusammenfassend lässt sich sagen, dass sie das Resultat eines theoretischen Modells ist. Wird nun das klassische Black-Scholes-Modell betrachtet, ist die Volatilität in der Formel eine Konstante. Dazu wird die historische Volatilität eines Basiswerts benutzt, welche die auf einen Zeitraum bezogene Schwankungsbreite des Kursverlaufs in der Vergangenheit angibt. Wird nun die implizite mit der historischen Volatilität verglichen, lässt sich sagen, dass die implizite Volatilität eigentlich keine Konstante, sondern eine Funktion der Restlaufzeit und des Ausübungspreises ist, welche durch einen „Abgleich“ der Werte der Preisformel des Black-Scholes-Modells mit den, am Markt beobachteten Optionspreisen entsteht. Da im Black-Scholes-Modell die Volatilität jedoch immer als eine Konstante σ eingeht, hat das Modell somit eine wesentliche Schwäche.

Wenn nun die Volatilität nicht auf Vergangenheitsdaten basieren soll, ist die implizite Volatilität zu wählen. Wie kann diese dann für das Black-Scholes-Modell verwendet werden? Da wie oben schon erwähnt das Black-Scholes-Modell reale Verhältnisse nicht ganz wiederspiegelt, soll nun vereinfachend angenommen werden, dass es sich bei der impliziten Volatilität doch um eine Kostante handelt. Diese können wir aus aktuellen Marktdaten bestimmen.

3.2.2 Berechnung der impliziten Volatilität

Wir werden im Folgenden analog zu [2], S. 11 und 12 und [16], S. 28, arbeiten.

Die implizite Volatilität kann aus dem aktuellen Wert der Option, welcher mit einem Optionsbewertungsmodell (in unserem Fall ist dies das Black-Scholes-Modell) dargestellt werden kann, berechnet werden. Dann wird dieser mit dem aktuellen Marktwert der Option gleichgesetzt. Voraussetzung hierfür ist die Liquidität der Option, denn dann ist der Marktpreis dieser auch bekannt. Alle übrigen Parameter, wie die Laufzeit, die Zinsrate, der Ausübungspreis der Option sowie der aktuelle Kurs des Basiswerts, sind ebenfalls bekannt, so dass nur noch ein Parameter, die Volatilität, unbekannt ist. Es entsteht eine nicht-lineare Gleichung, die nach σ aufzulösen ist. Wir berechnen also σ, um das Black-Scholes-Modell an die Marktdaten zu kalibrieren. Wie dies für die verschiedenen, bereits vorgestellten Optionstypen geschieht, soll im Folgenden erläutert werden.

Europäischer Call ohne Dividende:

Es ist die Gleichung

$$CP_s(S_s, t, K, \rho, \sigma) = \overline{CP_s} = S_s\Phi(d_1) - e^{-\rho t}K\Phi(d_2)$$

mit

$$d_1 = \frac{\log(\frac{S_s}{K}) + \rho t}{\sigma\sqrt{t}} + \frac{\sigma}{2}\sqrt{t}$$

und

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t} = \frac{\log(\frac{S_s}{K}) + \rho t}{\sigma\sqrt{t}} - \frac{\sigma}{2}\sqrt{t}$$

nach σ umzustellen, damit die implizite Volatilität berechnet werden kann. Es wird die Annahme getroffen, dass die restlichen Parameter bekannt sind.

Also wird eine Funktion definiert, die nur noch von σ abhängt.

$$f_1(\sigma) := CP_s(S_s, t, K, \rho, \sigma), \;\; d_{1/2}(\sigma) := d_{1/2}(S_s, t, K, \rho, \sigma) \tag{3.1}$$

Es ist folgende Gleichung zu betrachten:

$$f_1(\sigma) - \overline{CP_s} = 0.$$

Diese kann nicht explizit nach σ umgestellt werden, so dass nur eine numerische Lösung erfolgen kann. Dazu wird das Newton Verfahren[5] angewendet mit der Iteration

$$\sigma^{k+1} = \sigma^k - \frac{f_1(\sigma^k) - \overline{CP_s}}{f_1'(\sigma^k)},$$

wobei

$$f_1'(\sigma) = S_s\sqrt{t}\Phi'(d_1(\sigma)) = S_s\sqrt{\frac{t}{2\pi}}e^{(-d_1(\sigma)^2/2)} > 0 \tag{3.2}$$

gilt.

Der Optionspreis wächst mit der Volatilität σ (vgl dazu auch [8], S. 171). Die Ableitungen des Optionspreises CP_s hinsichtlich der verschiedenen zurgundeliegenden Parameter und Variablen sind Kennzahlen. So wird $f_1'(\sigma)$ mit Λ (Lambda) bezeichnet und misst die Sensitivität des Optionspreises bezüglich der Volatilität σ.

f_1' ist positiv und f_1 somit strikt monoton wachsend. $f_1(\sigma) - \overline{CP_s} = 0$ besitzt somit eine eindeutige Lösung. Die Existenz einer Nullstelle ist gesichert, wenn gilt

$$r_l := \lim_{\sigma\to 0} f_1(\sigma) - \overline{CP_s} \leq 0, \quad r_u := \lim_{\sigma\to\infty} f_1(\sigma) - \overline{CP_s} \geq 0.$$

Aufgrund der strikten Monotonie von f ist dann mindestens eine der Ungleichungen $r_l < 0$, $r_u > 0$ erfüllt. Da f stetig ist, existiert eine Lösung. Es ist

[5] Das Newton Verfahren wird in [2], S. 13 ff., ausführlich erläutert.

$$\lim_{\sigma \to 0} f_1(\sigma) = (S_s - e^{-\rho t} K)^+ \quad \text{und} \lim_{\sigma \to \infty} f_1(\sigma) = S_s.$$

Somit entstehen, wegen der Monotonie, folgende Ungleichungen

$$(S_s - e^{-\rho t} K)^+ \leq \overline{CP_s} \leq S_s,$$

so dass die Existenz gezeigt ist. Das Newton-Verfahren konvergiert also sicher gegen eine einzige Nullstelle, unabhängig vom gewählten Startwert σ^0. Dieser kann dann frei gewählt werden und wir erhalten insgesamt einen einzigen und auch einen eindeutigen Wert für die implizite Volatilität σ.

Wir werden nachfolgend noch weitere Optionstypen und ihre Ableitungen betrachten, so dass die Eigenschaft der Monotonie, ob wachsend oder fallend, im Folgenden immer benutzt werden kann. Somit ist stets die Eindeutigkeit von σ gewährleistet. Es gilt ebenfalls immer, wie gefordert, mindestens eine der genannten Ungleichungen. Es ist also auch fortwährend die Existenz von σ gegeben. Somit erhalten wir durchgehend einen einizigen und auch eindeutigen Wert für σ, worauf wir dann im Einzelfall nicht mehr eingehen werden.

Europäischer Put ohne Dividende:

Nun ist diese Gleichung

$$PP_s(S_s, t, K, \rho, \sigma) = \overline{PP_s} = e^{-\rho t} K \Phi(-d_2) - S_s \Phi(-d_1)$$

nach σ aufzulösen. Auch hier ist wieder anzunehmen, dass die restlichen Parameter bekannt sind.

Somit

$$f_2(\sigma) := PP_s(S_s, t, K, \rho, \sigma), \;\; d_{1/2}(\sigma) := d_{1/2}(S_s, t, K, \rho, \sigma).$$

Es ist dann folgende Gleichung zu betrachten:

$$f_2(\sigma) - \overline{PP_s} = 0.$$

Mit der Newton Iteration folgt:

$$\sigma^{k+1} = \sigma^k - \frac{f_2(\sigma^k) - \overline{PP_s}}{f_2'(\sigma^k)},$$

wobei

$$f_2'(\sigma) = f_1'(\sigma) > 0$$

ist.

Ein Startwert σ^0 kann dann auch hier wieder frei gewählt werden.

Europäischer Call mit Dividende:

$$\widetilde{CP}_s(S_s, t, K, \rho, \rho_d, \sigma) = \overline{\widetilde{CP}_s} = e^{-\rho_d t} S_s \Phi(\tilde{d}_1) - e^{-\rho t} K \Phi(\tilde{d}_2)$$

mit

$$\tilde{d}_1 := \frac{\log(\frac{S_s}{K}) + (\rho - \rho_d)t}{\sigma\sqrt{t}} + \frac{\sigma}{2}\sqrt{t}$$

und

$$\tilde{d}_2 := \tilde{d}_1 - \sigma\sqrt{t} = \frac{\log(\frac{S_s}{K}) + (\rho - \rho_d)t}{\sigma\sqrt{t}} - \frac{\sigma}{2}\sqrt{t}.$$

Alle Parameter bis auf σ sind bekannt.

Es folgt:

$$f_3(\sigma) := \widetilde{CP}_s(S_s, t, K, \rho, \rho_d, \sigma), \;\; \tilde{d}_{1/2}(\sigma) := \tilde{d}_{1/2}(S_s, t, K, \rho, \rho_d, \sigma). \tag{3.3}$$

Dann

$$f_3(\sigma) - \overline{\widetilde{CP}_s} = 0.$$

Es ergibt sich durch die Newton Iteration

$$\sigma^{k+1} = \sigma^k - \frac{f_3(\sigma^k) - \overline{\widetilde{CP}_s}}{f_3'(\sigma^k)}$$

mit

$$f_3'(\sigma) = e^{-\rho_d t} S_s \sqrt{t}\Phi'(\tilde{d}_1(\sigma)) = S_s\sqrt{\frac{t}{2\pi}} e^{-\rho_d t} e^{(-\tilde{d}_1(\sigma)^2/2)} = S_s\sqrt{\frac{t}{2\pi}} e^{-(\rho_d t + \tilde{d}_1(\sigma)^2/2)} > 0. \tag{3.4}$$

Die Ableitung von $f_3(\sigma)$ kann nachgelesen werden in [15], S. 3.

Ein Startwert σ^0 ist frei zu wählen.

Europäischer Put mit Dividende:

$$\widetilde{PP}_s(S_s, t, K, \rho, \rho_d, \sigma) = \overline{\widetilde{PP}_s} = e^{-\rho t} K\Phi(-\tilde{d}_2) - e^{-\rho_d t} S_s \Phi(-\tilde{d}_1)$$

Alle Parameter bis auf σ sind bekannt.

Somit

$$f_4(\sigma) := \widetilde{PP}_s(S_s, t, K, \rho, \rho_d, \sigma), \;\; \tilde{d}_{1/2}(\sigma) := \tilde{d}_{1/2}(S_s, t, K, \rho, \rho_d, \sigma).$$

Dann

$$f_4(\sigma) - \overline{\widetilde{PP}_s} = 0.$$

Anwendung der Newton Iteration ergibt

$$\sigma^{k+1} = \sigma^k - \frac{f_4(\sigma^k) - \overline{\widetilde{PP}_s}}{f_4'(\sigma^k)}$$

mit

$$f_3'(\sigma) = f_4'(\sigma) > 0.$$

Die Ableitung von $f_4(\sigma)$ kann ebenfalls in [15], S. 3 nachgelesen werden.

Wähle σ^0 frei.

Digitaler Call ohne Dividende:

Betrachte

$$C^d P_s(S_s, t, K, \rho, \sigma) = \overline{C^d P_s} = e^{-\rho t} B \Phi(d_2),$$

wobei alle Parameter bis auf σ bekannt sind.

Es folgt also:

$$f_5(\sigma) := C^d P_s(S_s, t, K, \rho, \sigma), \;\; d_2(\sigma) := d_2(S_s, t, K, \rho, \sigma). \tag{3.5}$$

Dann

$$f_5(\sigma) - \overline{C^d P_s} = 0.$$

Mit der Newton Iteration ergibt sich

$$\sigma^{k+1} = \sigma^k - \frac{f_5(\sigma^k) - \overline{C^d P_s}}{f_5'(\sigma^k)},$$

wobei

$$f_5'(\sigma) = e^{-\rho t} B \Phi'(d_2(\sigma)) d_2'(\sigma) = -e^{-\rho t} B \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{(-d_2(\sigma)^2/2)} (\sqrt{t} + \frac{1}{\sigma} d_2) < bzw. > 0. \tag{3.6}$$

gilt.

Die Berechnung von $f_5'(\sigma)$ ist im Anhang A.1 zu finden.

Ein Startwert σ^0 zur Verwendung des Newton-Verfahrens kann dann frei gewählt werden.

Digitaler Put ohne Dividende:

$$P^dP_s(S_s,t,K,\rho,\sigma)=\overline{P^dP_s}=e^{-\rho t}B\Phi(-d_2)$$

Alle Parameter bis auf σ sind bekannt.

Somit

$$f_6(\sigma):=P^dP_s(S_s,t,K,\rho,\sigma),\ \ d_2(\sigma):=d_2(S_s,t,K,\rho,\sigma).$$

Betrachte dann

$$f_6(\sigma)-\overline{P^dP_s}=0.$$

Anwendung der Newton Iteration liefert

$$\sigma^{k+1}=\sigma^k-\frac{f_6(\sigma^k)-\overline{P^dP_s}}{f_6'(\sigma^k)}$$

mit

$$f_6'(\sigma)=-f_5'(\sigma)>bzw<0.$$

Ein Startwert σ^0 kann dann auch hier wieder frei gewählt werden.

Digitaler Call/Put mit Dividende:

Die Berechnung der Volatilität für eine digitale Put- bzw. Calloption mit Dividende ist analog. Es werden dazu die Gleichungen

$$\widetilde{C^dP_s}=e^{-\rho t}B\Phi(\tilde{d}_2)=\overline{\widetilde{C^dP_s}}$$

bzw.

$$\widetilde{P^dP_s}=e^{-\rho t}B\Phi(-\tilde{d}_2)=\overline{\widetilde{P^dP_s}}$$

betrachtet und Funktionen

$$f_7(\sigma) = \widetilde{C^d P_s}(S_s, t, K, \rho, \rho_d, \sigma), \;\; \tilde{d}_2(\sigma) := \tilde{d}_2(S_s, t, K, \rho, \rho_d, \sigma) \tag{3.7}$$

bzw.

$$f_8(\sigma) = \widetilde{P^d P_s}(S_s, t, K, \rho, \rho_d, \sigma), \;\; \tilde{d}_2(\sigma) := \tilde{d}_2(S_s, t, K, \rho, \rho_d, \sigma)$$

definiert.

Dann folgt:

$$f_7(\sigma) - \overline{\widetilde{C^d P_s}} = 0$$

bzw.

$$f_8(\sigma) - \overline{\widetilde{P^d P_s}} = 0.$$

Die Newton Iterationen dazu lauten

$$\sigma^{k+1} = \sigma^k - \frac{f_7(\sigma^k) - \overline{\widetilde{C^d P_s}}}{f_7'(\sigma^k)}$$

und

$$\sigma^{k+1} = \sigma^k - \frac{f_8(\sigma^k) - \overline{\widetilde{P^d P_s}}}{f_8'(\sigma^k)}$$

mit den zugehörigen Ableitungen

$$f_7'(\sigma) = e^{-\rho t} B \Phi'(\tilde{d}_2(\sigma)) \tilde{d}_2'(\sigma) = -e^{-\rho t} B \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{(-\tilde{d}_2(\sigma)^2/2)} (\sqrt{t} + \frac{1}{\sigma} \tilde{d}_2) > bzw. < 0 \tag{3.8}$$

oder

$$f_8'(\sigma) = -f_7'(\sigma) < bzw. > 0.$$

$f_7'(\sigma)$ ergibt sich aus $f_5'(\sigma)$ (siehe Anhang A.2). Es wird lediglich $d_2(\sigma)$ durch $\tilde{d}_2(\sigma)$ ersetzt.

Kapitel 4

Anwendungen

4.1 Bewertung von Discountzertifikaten

Das Auszahlungsprofil eines Discountzertifikats kann durch Standardoptionen wie Put- und Calloptionen und Basisfinanzgüter wie Aktien oder T-Bonds repliziert werden (siehe S. 33 und 34). Der Preis eines solchen Zertifikats setzt sich dann nach dem Replikationsprinzip aus den Preisen dieser Standardoptionen und Basisfinanzgüter zusammen. Die Standardoptionen sowie das Discountzertifikat sind von europäischer Form. Es soll nun im Folgenden diejenige Volatilität von Discountzertifikaten berechnet werden, an der der Modell- und Marktpreis übereinstimmen unter der Annahme, dass der Marktpreis bekannt ist. Dies geschieht mit Hilfe des in Abschnitt 3.1 vorgestellten Black-Scholes-Modells und dem Newton Verfahren aus Abschnitt 3.2.2. Dabei wird zum einen ein Zertifikat auf eine Aktie ohne Dividende und zum anderen ein Zertifikat auf eine Aktie mit Dividende betrachtet. Alle dafür nötigen Berechnungen haben in MATLAB stattgefunden. Der zugehörige Programmcode ist auf der beigefügten CD zu finden.

4.1.1 Discountzertifikat auf die Aktie der Commerzbank AG

Die Volatilitätsberechnung für ein Discountzertifikat auf die Aktie der Commerzbank AG erfolgt einmal mit einem Tageszinssatz und einmal mit einem zur Laufzeit passenden Zinssatz. Die Betrachtung erfolgt hierbei zum 23.02.2012. Die Aktie der Commerzbank AG zahlt zu keinem Zeitpunkt eine Dividende aus. Somit wird hier die Formel aus Satz 3.1 im Newton Verfahren angewendet. Aus dem im Anhang B.1 zur Verfügung gestellten PIB lassen sich folgende Daten ablesen. Zur Bestimmung von t ist hier und im Folgenden immer der Bewertungstag entscheidend.

$K = 2,75$

$$
\begin{aligned}
S_s &= 1,94 \\
t &= \tfrac{6}{365} + \tfrac{4}{12} + \tfrac{24}{365} = 0,4155 \\
\overline{ZP_s} &= 1,86
\end{aligned}
$$

Volatilitätsberechnung auf Basis des Tageszinssatzes EONIA vom 23.02.2012

Der Tageszinssatz beträgt $\rho = 0,364\%$.

Es ist folgende Gleichung zu betrachten:

$$ZP_s(S_s, t, K, \rho, \sigma) = \overline{ZP_s}.$$

Alle Parameter bis auf σ sind bekannt, so dass dieser berechnet werden muss. Es folgt mit (3.1):

$$g_1(\sigma) := ZP_s(S_s, t, K, \rho, \sigma) = S_s - f_1(\sigma), \;\; d_{1/2}(\sigma) := d_{1/2}(S_s, t, K, \rho, \sigma).$$

Es ergibt sich somit

$$g_1(\sigma) - \overline{ZP_s} = 0.$$

Zur Bestimmung von σ, wenden wir die Newton Iteration an.

$$\sigma^{k+1} = \sigma^k - \frac{g_1(\sigma^k) - \overline{ZP_s}}{g_1'(\sigma^k)}, \tag{4.1}$$

wobei mit (3.2)

$$g_1'(\sigma) = -f_1'(\sigma) = -S_s\sqrt{\frac{t}{2\pi}}e^{(-d_1(\sigma)^2/2)} < 0$$

gilt.

$g_1'(\sigma)$ ist negativ und g_1 somit strikt monoton fallend. Das Newton-Verfahren konvergiert also sicher gegen eine einzige Nullstelle. Als Startwert wählen wir $\sigma^0 = 0,5$.

σ^1 lautet dann mit (4.1)

$$\sigma^1 = 0,5 - \frac{g_1(0,5) - 1,86}{g_1'(0,5)} = 0,5828.$$

Der Wert σ^2 ist

$$\sigma^2 = 0,5828 - \frac{g_1(0,5828) - 1,86}{g_1'(0,5828)} = 0,5768.$$

Für σ^3 ergibt sich

$$\sigma^3 = 0,5768 - \frac{g_1(0,5768) - 1,86}{g_1'(0,5768)} = 0,5767.$$

Der Wert füt σ^4 lautet

$$\sigma^4 = 0,5767 - \frac{g_1(0,5767) - 1,86}{g_1'(0,5767)} = 0,5767.$$

Die Iteration bricht an dieser Stelle ab, und die implizite Volatilität σ ist berechnet. Der Modellpreis ist also für $\sigma = 0,5767$ genauso groß wie der Marktpreis am 23.02.2012, somit

$$ZP_s = \overline{ZP_s} = 1,86.$$

Volatilitätsberechnung auf Basis des Zinssatzes EURIBOR für eine Laufzeit von fünf Monaten vom 23.02.2012

Der Zinssatz für eine Laufzeit von fünf Monaten beträgt $\rho = 1,205\%$.

Es werden dieselben Berechnungen durchgeführt wie zuvor. Die einzige Änderung dabei ist die Höhe des Zinssatzes ρ.

Als Startwert soll hier wieder $\sigma^0 = 0,5$ ausgewählt werden.

Für σ^1 ergibt sich mit (4.1)

$$\sigma^1 = 0,5 - \frac{g_1(0,5) - 1,86}{g_1'(0,5)} = 0,5788.$$

Der Wert σ^2 ist

$$\sigma^2 = 0,5788 - \frac{g_1(0,5788) - 1,86}{g_1'(0,5788)} = 0,5734.$$

Der Wert σ^3 lautet

$$\sigma^3 = 0,5734 - \frac{g_1(0,5734) - 1,86}{g_1'(0,5734)} = 0,5734.$$

Nach dreimaliger Anwendung bricht die Iteration ab und der Modellpreis ist für $\sigma = 0,5734$ genauso groß wie der Marktpreis am 23.02.2012, somit

$$ZP_s = \overline{ZP_s} = 1,86.$$

Zusammenfassung

Der Tageszinssatz liegt bei $\rho = 0,364\%$ und die Volatilität liegt dabei bei $\sigma = 0,5767 = 57,67\%$.

Der Zinssatz für sechs Monate liegt bei $\rho = 1,205\%$, ist also höher als der Tageszinssatz, und die Volatilität liegt nun bei $\sigma = 0,5734 = 57,34\%$.

Somit lässt sich hier erkennen, dass mit steigender Zinsrate, die Volatilität leicht sinkt. Beide Werte liegen im Normalbereich.

4.1.2 Discountzertifikat auf die Aktie der Deutschen Bank AG

Hier wird nun eine Aktie, die eine Dividende zahlt, betrachtet. Die Volatilitätsberechnung für dieses Zertifikat wird ebenfalls wieder sowohl mit einem Tageszinssatz als auch mit einem zur Laufzeit passenden Zinssatz durchgeführt ab dem 16.04.2012. Hier muss nun die Formel aus Satz 3.3 angewendet werden. Aus dem im Anhang B.1 zur Verfügung gestellten PIB können die nachfolgenden Daten abgelesen werden:

$K = 22,8$

$S_s = 33,67$

$t \quad = \frac{14}{365} + \frac{4}{12} + \frac{21}{365} = 0,4292$

$\overline{\widetilde{ZP}_s} = 21,95$

Die Dividendenrendite für das Jahr 2012 beträgt aktuell $\varrho = 2,11\%$. Diese muss jedoch auf die hier betrachtete Laufzeit angepasst werden, was mit folgender Gleichungsumstellung nach ρ_d geschieht:

$$e^{\rho_d \cdot t} = 1 + \varrho. \tag{4.2}$$

Also

$$e^{\rho_d \cdot 0,4292} = 1 + 0,0211$$

$$\Leftrightarrow \qquad \rho_d \cdot 0,4292 = \ln(1,0211)$$

$$\Leftrightarrow \rho_d = \frac{\ln(1,0211)}{0,4292} = 0,0486 = 4,86\%.$$

Volatilitätsberechnung auf Basis des Tageszinssatzes EONIA vom 16.04.2012

Der Tageszinssatz hat den Wert $\rho = 0,346\%$.

Betrachtet wird folgende Gleichung:

$$\widetilde{ZP}_s(S_s, t, K, \rho, \sigma) = \overline{\widetilde{ZP}_s}.$$

Alle Parameter bis auf σ sind bekannt, so dass dieser berechnet werden muss. Mit (3.3) ergibt sich

$$g_2(\sigma) := \widetilde{ZP}_s(S_s, t, K, \rho, \sigma) = S_s - f_3(\sigma), \;\; \tilde{d}_{1/2}(\sigma) := \tilde{d}_{1/2}(S_s, t, K, \rho, \sigma).$$

Also

$$g_2(\sigma) - \overline{\widetilde{ZP}_s} = 0.$$

Wir wenden wieder das Newton Verfahren an.

$$\sigma^{k+1} = \sigma^k - \frac{g_2(\sigma^k) - \overline{\widetilde{ZP}_s}}{g_2'(\sigma^k)}, \tag{4.3}$$

wobei mit (3.4)

$$g_2'(\sigma) = -f_3'(\sigma) = -S_s\sqrt{\frac{t}{2\pi}}e^{-(\rho_d t + \tilde{d}_1(\sigma)^2/2)} < 0$$

gilt.

$g_2'(\sigma)$ ist negativ und g_2 somit ebenfalls strikt monoton fallend. Der Startwert soll auch hier wieder $\sigma^0 = 0,5$ sein.

σ^1 lautet dann mit (4.3)

$$\sigma^1 = 0,5 - \frac{g_2(0,5) - 21,95}{g_2'(0,5)} = 0,7515.$$

Der Wert σ^2 ist

$$\sigma^2 = 0,7515 - \frac{g_2(0,7515) - 21,95}{g_2'(0,7515)} = 0,7095.$$

Für σ^3 ergibt sich

$$\sigma^3 = 0,7095 - \frac{g_2(0,7095) - 21,95}{g_2'(0,7095)} = 0,7095.$$

Die Iteration bricht an dieser Stelle ab. Bei $\sigma = 0,7095$ hat der Modellpreis also dieselbe Höhe wie der Marktpreis am 16.04.2012, somit

$$\widetilde{ZP}_s = \overline{\widetilde{ZP}_s} = 21,95.$$

Volatilitätsberechnung auf Basis des Zinssatzes EURIBOR für eine Laufzeit von 6 Monaten vom 16.04.2012

Der Zinssatz für eine Laufzeit von sechs Monaten hat den Wert $\rho = 1,044\%$.

Die Berechnungen werden genauso ausgeführt wie zuvor. Die einzige Änderung ergibt sich wieder in der Höhe des Zinssatzes ρ.

Der Startwert liegt nochmals bei $\sigma^0 = 0,5$.

σ^1 ist dann mit (4.3)

$$\sigma^1 = 0,5 - \frac{g_2(0,5) - 21,95}{g_2'(0,5)} = 0,7390.$$

Der Wert σ^2 lautet

$$\sigma^2 = 0,7390 - \frac{g_2(0,7390) - 21,95}{g_2'(0,7390)} = 0,6997.$$

Für σ^3 ergibt sich

$$\sigma^3 = 0,6997 - \frac{g_2(0,6997) - 21,95}{g_2'(0,6997)} = 0,6991.$$

Der Wert füt σ^4 lautet

$$\sigma^4 = 0,6991 - \frac{g_2(0,6991) - 21,95}{g_2'(0,6991)} = 0,6991.$$

Nach vier Schritten bricht die Iteration ab und die implizite Volatilität σ ist berechnet. Der Modellpreis und der Marktpreis am 16.04.2012 haben bei $\sigma = 0,6991$ denselben Wert, somit

$$ZP_s = \overline{ZP_s} = 21,95.$$

Zusammenfassung

Der Tageszinssatz beträgt $\rho = 0,346\%$ und die Volatilität hat einen Wert von $\sigma = 0,7095 = 70,95\%$.

$\rho = 1,044\%$ ist der Zinssatz für sechs Monate und hat einen höheren Wert als der Tageszinssatz. Die Volatilität beträgt nun $\sigma = 0,6991 = 69,91\%$.

Somit lässt sich auch hier wieder erkennen, dass mit steigender Zinsrate, die Volatilität leicht sinkt. Sie liegt hier ebenfalls im Normbereich.

4.2 Bewertung von Aktienanleihen Protect

Das Auszahlungsprofil einer Aktienanleihe Protect kann ebenfalls durch Standardoptionen wie Put- und Calloptionen, sowie digitale Put- und Calloptionen und Basisfinanzgüter wie Aktien oder T-Bonds repliziert werden (siehe S. 39 und 40). Nach dem Replikationsprinzip kann der Preis eines solchen Zertifikats aus den Preisen dieser Standardoptionen und Basisfinanzgüter zusammengesetzt werden. Die Standardoptionen und die Aktienanleihe sind von europäischer Form, so dass wir hier ebenfalls wie in Abschnitt (4.1) den Wert für die Volatilität bestimmen, an dem der Modellpreis gleich dem Marktpreis ist. Es soll wieder sowohl ein Zertifikat auf eine Aktie ohne Dividende als auch ein Zertifikat auf eine Aktie mit Dividende betrachtet werden. Die Programmcodes für die nachfolgend durchgeführten Berechnungen befinden sich ebenfalls auf der beigefügten CD.

4.2.1 Aktienanleihe Protect auf die Aktie der Commerzbank AG

Die Volatilitätsberechnung erfolgt wiederum mit einem Tages- und mit einem zur Laufzeit passenden Zinssatz. Die Betrachtung erfolgt hierbei zum 03.05.2012. Die Aktie der Commerzbank AG zahlt zu keinem Zeitpunkt eine Dividende aus, was auf die Anwendung der Formel aus Satz 3.1 im Newton Verfahren schließen lässt. Da hier noch ein digitaler Call betrachtet wird, ist zusätzlich auch noch die Formel aus Satz 3.5 zu verwenden. Das PIB aus Anhang B.1 bietet dabei folgende Daten:

$K = 1,029$

$S_s = 1,59$

$S_0 = 1,715$

$N = 1000$

$R = 12,5\%$

$t \ = \frac{28}{365} + \frac{4}{12} + \frac{5}{365} = 0,4237$

Der Marktpreis des Zertifikats setzt sich laut PIB aus 98,92% des Nominals zuzüglich Stückzinsen zusammen. Das Zertifikat wird dabei ab dem 13.04.2012 (einschließlich) bis zum 11.10.2012 (einschließlich) verzinst. Dies sind 182 Tage. Am 12.10.2012 erfolgt dann diese Zinszahlung. Da das Zertifikat nun am 03.05.2012 bewertet werden soll, müssen die Tage vom 13.04.2012 (einschließlich) bis zum 02.05.2012 (einschließlich), also 20 Tage, aus der Betrachtung herausgenommen und dem Käufer in Form von Stückzinsen in Rechnung gestellt werden. Es ergibt sich dann somit für den Marktpreis $\overline{ZP_s}$

$$\overline{ZP_s} = N \cdot 98,92\% + N \cdot 12,5\% \cdot \frac{20}{182} = 1002,94.$$

Volatilitätsberechnung auf Basis des Tageszinssatzes EONIA vom 03.05.2012

Hier soll ebenfalls der Wert des Tageszinssatzes verwendet werden, welcher $\rho = 0,343\%$ beträgt.

Betrachte die Gleichung

$$ZP_s(S_s, t, K, \rho, \sigma) = \overline{ZP_s}.$$

Alle Parameter bis auf σ sind bekannt. Es folgt mit (3.1) und (3.5):

$$g_3(\sigma) := ZP_s(S_s, t, K, \rho, \sigma) = N + \frac{N}{S_0}(f_5(\sigma) - f_1(\sigma)) + NRe^{-\rho t}, \;\; d_{1/2}(\sigma) := d_{1/2}(S_s, t, K, \rho, \sigma)$$

Es ergibt sich somit

$$g_3(\sigma) - \overline{ZP_s} = 0.$$

Unter Anwendung der Newton Iteration erhalten wir

$$\sigma^{k+1} = \sigma^k - \frac{g_3(\sigma^k) - \overline{ZP_s}}{g_3'(\sigma^k)}. \tag{4.4}$$

Mit (3.2) und (3.6) folgt

$$g_3'(\sigma) = \frac{N}{S_0}(f_5'(\sigma) - f_1'(\sigma)) = \frac{N}{S_0}\left(-e^{-\rho t} B \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{(-d_2(\sigma)^2/2)}(\sqrt{t} + \frac{1}{\sigma} d_2) - S_s \sqrt{\frac{t}{2\pi}} e^{(-d_1(\sigma)^2/2)}\right) \neq 0.$$

Also ist g_3 entweder strikt monoton steigend oder fallend. Als Startwert soll hier wieder $\sigma^0 = 0,5$ gewählt werden.

σ^1 wird mit (4.4) bestimmt und beträgt

$$\sigma^1 = 0,5 - \frac{g_3(0,5) - 1002,94}{g_3'(0,5)} = 0,9280.$$

Für σ^2 erhalten wir

$$\sigma^2 = 0,9280 - \frac{g_3(0,9280) - 1002,94}{g_3'(0,9280)} = 0,9228.$$

Der Wert σ^3 lautet

$$\sigma^3 = 0,9228 - \frac{g_3(0,9228) - 1002,94}{g_3'(0,9228)} = 0,9228.$$

Die implizite Volatilität σ ist nach nur drei Schritten berechnet und der Modellpreis und der Marktpreis am 03.05.2012 sind für $\sigma = 0,9228$ gleich groß, somit

$$ZP_s = \overline{ZP_s} = 1002,94.$$

Volatilitätsberechnung auf Basis des Zinssatzes EURIBOR für eine Laufzeit von 6 Monaten vom 03.05.2012

Der Zinssatz für eine Laufzeit von sechs Monaten beträgt $\rho = 0,988\%$.

Die einzige Änderung bei den nachfolgenden Berechnungen ist ebenfalls die Höhe des Zinssatzes ρ.

Als Startwert soll hier erneut $\sigma^0 = 0,5$ ausgewählt werden.

Mit (4.4) folgt für σ^1

$$\sigma^1 = 0,5 - \frac{g_3(0,5) - 1002,94}{g_3'(0,5)} = 0,9250.$$

σ^2 beträgt

$$\sigma^2 = 0,9250 - \frac{g_3(0,9250) - 1002,94}{g_3'(0,9250)} = 0,9179.$$

Für σ^3 ergibt sich

$$\sigma^3 = 0,9179 - \frac{g_3(0,9179) - 1002,94}{g_3'(0,9179)} = 0,9179.$$

Die Iteration bricht an dieser Stelle ab, und die implizite Volatilität σ ist berechnet. Der Modellpreis ist also für $\sigma = 0,9179$ genauso groß wie der Marktpreis am 03.05.2012, somit

$$ZP_s = \overline{ZP_s} = 1002,94.$$

Zusammenfassung

Der Tageszinssatz und die Volatilität liegen bei $\rho = 0,343\%$ bzw. bei $\sigma = 0,9228 = 92,28\%$.

Der Zinssatz für sechs Monate und die Volatilität liegen bei $\rho = 0,988\%$ bzw. bei $\sigma = 0,9179 = 91,79\%$.

Die Volatilität sinkt hier ebenfalls, wenn die Zinsrate ansteigt. Hier liegen beide Werte leicht über dem Normbereich. Damit die Volatilität gesenkt wird, müsste entweder ein höherer Zinssatz gewählt werden, oder der Marktpreis müsste erhöht werden. Eine Kombination von beidem ist natürlich auch möglich.

4.2.2 Aktienanleihe Protect auf die Aktie der Deutschen Lufthansa AG

Wir betrachten auch bei einer Aktienanleihe Protect eine Aktie, die eine Dividende zahlt. Die Berechnung der Volatilität führen wir erneut mit einem Tageszinssatz und mit einem zur Laufzeit passenden Zinssatz ab dem 15.05.2012 durch. Dafür müssen wir nun die Formeln aus Satz 3.3 und 3.7 benutzen. Aus dem im Anhang B.1 zur Verfügung gestellten PIB lassen sich folgende Daten ablesen:

$K = 5,7774$

$S_s = 8,89$

$S_0 = 9,629$

$N = 1000$

$R \ = 6,5\%$

$t \ \ = \frac{16}{365} + \frac{5}{12} + \frac{29}{365} = 0,534$

Der Marktpreis des Zertifikats muss gemäß PIB aus 98,82% des Nominals zuzüglich Stückzinsen berechnet werden. Die Verzinsung des Zertifikats erfolgt dabei ab dem 06.12.2011 (einschließlich) bis zum 05.12.2012 (einschließlich), also 366 Tage lang. Am 06.12.2012 erhält der Anleger dann diese Zinszahlung. Da wir das Zertifikat nun am 15.05.2012 bewerten, müssen die Tage vom 06.12.2011 (einschließlich) bis zum 14.05.2012 (einschließlich), also 161 Tage, aus der Betrachtung herausgenommen und dem Käufer in Form von Stückzinsen in Rechnung gestellt werden. Der Marktpreis $\overline{\widetilde{ZP}_s}$ berechnet sich dann zu

$$\overline{\widetilde{ZP}_s} = N \cdot 98,82\% + N \cdot 6,5\% \cdot \frac{161}{366} = 1016,79.$$

Es liegt aktuell eine Dividendenrendite für das Jahr 2012 in Höhe von $\varrho = 3,59\%$ vor. Diese muss jedoch wieder auf die hier betrachtete Laufzeit angepasst werden, was mit (4.2) geschieht.

$$e^{\rho_d \cdot t} = 1 + \varrho$$

Also

$$e^{\rho_d \cdot 0,534} = 1 + 0,0359$$

$$\Leftrightarrow \qquad \rho_d \cdot 0,534 = \ln(1,0359)$$

$$\Leftrightarrow \rho_d = \frac{\ln(1,0359)}{0,543} = 0,066 = 6,6\%.$$

Volatilitätsberechnung auf Basis des Tageszinssatzes EONIA vom 15.05.2012

Hier soll ebenfalls der Wert des Tageszinssatzes verwendet werden, welcher $\rho = 0,340\%$ beträgt.

Es ist die Gleichung

$$\widetilde{ZP}_s(S_s, t, K, \rho, \sigma) = \overline{\widetilde{ZP}_s}$$

zu betrachten. Es soll σ berechnet werden. Dazu wird (3.3) und (3.7) angewendet, so dass sich

$$g_4(\sigma) := \widetilde{ZP}_s(S_s, t, K, \rho, \sigma) = N + \frac{N}{S_0}(f_7(\sigma) - f_3(\sigma)) + NRe^{-\rho t}, \;\; \tilde{d}_{1/2}(\sigma) := \tilde{d}_{1/2}(S_s, t, K, \rho, \sigma)$$

ergibt.

Es folgt:

$$g_4(\sigma) - \overline{\widetilde{ZP}_s} = 0.$$

Anwendung der Newton Iteration, zur Berechnung von σ, liefert

$$\sigma^{k+1} = \sigma^k - \frac{g_4(\sigma^k) - \overline{\widetilde{ZP}_s}}{g_4'(\sigma^k)}. \tag{4.5}$$

Mit (3.4) und (3.8) erhalten wir

$$\begin{aligned} g_4'(\sigma) &= \frac{N}{S_0}(f_7'(\sigma) - f_3'(\sigma)) \\ &= \frac{N}{S_0}\left(-e^{-\rho t} B \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{(-\tilde{d}_2(\sigma)^2/2)}(\sqrt{t} + \frac{1}{\sigma}\tilde{d}_2) - S_s \sqrt{\frac{t}{2\pi}} e^{-(\rho_d t + \tilde{d}_1(\sigma)^2/2)}\right) \neq 0. \end{aligned}$$

Somit ist g_4 ebenfalls entweder strikt monoton steigend oder fallend. Der Startwert soll auch hier ebenfalls $\sigma^0 = 0,5$ sein.

σ^1 lautet dann mit (4.5)

$$\sigma^1 = 0,5 - \frac{g_4(0,5) - 1016,79}{g_4'(0,5)} = 0,6652.$$

Der Wert σ^2 ist

$$\sigma^2 = 0,6652 - \frac{g_2(0,6652) - 1016,79}{g_2'(0,6652)} = 0,6692.$$

σ^3 beträgt

$$\sigma^3 = 0,6692 - \frac{g_2(0,6692) - 1016,79}{g_2'(0,6692)} = 0,6692.$$

Nach einer dreimailigen Anwendung der Iteration erhalten wir die implizite Volatilität σ. Der Modellpreis hat also für $\sigma = 0,6692$ denselben Wert wie der Marktpreis am 15.05.2012, somit

$$\widetilde{ZP}_s = \overline{\widetilde{ZP}_s} = 1016,79.$$

Volatilitätsberechnung auf Basis des Zinssatzes EURIBOR für eine Laufzeit von 7 Monaten vom 15.05.2012

Hier soll wieder ein zur Laufzeit passender Zinssatz verwendet werden. Dieser beträgt für eine Laufzeit von sieben Monaten $\rho = 1,025\%$.

Es werden dieselben Berechnungen durchgeführt wie zuvor. Die einzige Änderung dabei ist wieder die Höhe des Zinssatzes ρ.

Mit $\sigma^0 = 0,5$ als Startwert folgt für σ^1 unter Anwendung von (4.5)

$$\sigma^1 = 0,5 - \frac{g_4(0,5) - 1016,79}{g_4'(0,5)} = 0,6607.$$

σ^2 beträgt

$$\sigma^2 = 0,6607 - \frac{g_4(0,6607) - 1016,79}{g_4'(0,6607} = 0,6642.$$

σ^3 lautet

$$\sigma^3 = 0,6642 - \frac{g_4(0,6642) - 1016,79}{g_4'(0,6642)} = 0,6642.$$

Die Iteration bricht ab. Die implizite Volatilität σ an dem Modell- und Marktpreis am 15.05.2012 übereinstimmen beträgt $\sigma = 0,6642$, somit

$$ZP_s = \overline{ZP_s} = 1016,79.$$

Zusammenfassung

Der Tageszinssatz liegt bei $\rho = 0,340\%$ und die Volatilität liegt dabei bei $\sigma = 0,6692 = 66,92\%$.

Der Zinssatz für sieben Monate liegt bei $\rho = 1,025\%$, ist also höher als der Tageszinssatz, und die Volatilität liegt nun bei $\sigma = 0,6642 = 66,42\%$.

Es lässt sich wieder erkennen, dass die Volatilität sinkt, falls die Zinsrate ansteigt. Die Volatilitäten überschreiten hier nicht den Normbereich.

Kapitel 5

Zusammenfassung und Ausblick

Durch die große Anzahl verschiedener Zertifikate, zeigen sich verschiedene Funktionsweisen. Jeder Anleger kann ein für seine Anlagestruktur und für sein Risikoprofil passendes Produkt finden, was ein großer Vorteil ist. Allerdings kann der unerfahrene „Endverbraucher“ durch die Produktvielfalt verwirrt werden. Einige von diesen zeigen ebenfalls eine hohe Komplexität auf, weshalb eine sehr gute Transparenzpolitik unabdingbar ist. Nach der Finanzmarktkrise 2008 hat sich diese auch sehr stark verbessert. Der Anleger wird seit dem viel intensiver über die Wirkungsweise, d.h. Auszahlungsstruktur, Vorteile und auch mögliche Risiken, der einzelnen Zertifikate informiert. Allerdings muss er sich auch mit diesen Dingen auseinandersetzen.
Ein Motto, das einem Anleger helfen kann, das richtige Produkt zu finden, ist das Folgende: Je länger er braucht bis er ein Produkt versteht, desto eher sollte er nicht in dieses investieren (vgl. [21], S. 111). Also sollte er nur kaufen, was er auch versteht (vgl. [12], S. 6).

In dieser Arbeit haben wir gesehen, dass Zertifikate niemals ganz ohne Risiko sind (vgl. Kapitel 1 und 2). Ein weiteres Risiko kann der Ausfall des Emittenten, aufgrund von Zahlungsunfähigkeit sein. Der Investor kann lediglich darauf achten Zertifikate von Emittenten zu erwerben, die eine hervorragende Bonität aufweisen oder eben dem VÖB angehören. Eine risikolose, komplett sichere Anlage mit viel Profit sind Zertifikate demnach nicht. Ihre Konstruktionen bieten aber mehr Möglichkeiten als gewöhnliche Anlagestrategien. Mit ihnen kann nämlich eine Anpassung an das eigene Risikoprofil erfolgen. Verschiedene Faktoren, wie Sicherheits- und Bonusschwellen oder günstigere Preise als bei Erwerb des Basiswerts, werden dem Investor ebenfalls geboten.

Daraufhin haben wir die Auszahlungsstruktur einiger Zertifikate aus Sicht des Emittenten in europäische Optionen und Basisfinanzgüter zerlegt, so dass das Black-Scholes-Modell zur Bewertung dieser angewendet werden konnte. Wir haben in Kapitel 3 einige Optionen, die wir zur Replikation genutzt haben, im Black-Scholes-Modell dargestellt. Damit wir einen fairen Preis für eine Option im Black-Scholes-Modell ausrechnen können, benötigen wir verschiedene Parameter, u.a. die konstante Volatilität σ, die entweder aus historischen Preisdaten geschätzt wird oder aus aktuellen Marktdaten berechnet werden kann. Letztere ist dann die implizite Volatilität, welche wir gewählt haben, da unsere Berechnungen nicht auf Vergangenheitsdaten basieren sollen. Zur Berechnung dieser Variablen haben wir die veinfachende Annahme getroffen, dass sie eine Konstante im Black-Scholes-Modell darstellt. Daraufhin haben wir den Marktpreis, der bei liquiden Optionen, wie Zertifikate, im Markt ablesbar ist, mit dem Modellpreis gleichgesetzt, so dass als einzige Unbekannte die Volatilität bleibt. Da eine nicht-lineare Gleichung entstanden ist, die nicht explizit nach σ umgestellt werden kann, haben wir das Newton Verfahren angewendet. Somit konnte ein Wert für die implizite Volatilität bestimmt werden. Es lassen sich also für Optionen und somit auch für Zertifikate, wie wir in Kapitel 4 gesehen haben, faire Preise im Black-Scholes-Modell immer nur in Abhängigkeit von ihren Marktpreisen angeben, wenn die implizite Volatilität verwendet wird.

Das Modell findet eine hohe Akzeptanz in der Theorie und Praxis. Dies wird durch den Nobelpreis, den Robert Merton und Myron Scholes 1997 für Wirtschaftswissenschaften erhalten haben, nur unterstrichen (siehe [10], S. 39). Fischer Black konnte für seine Arbeiten an der Black-Scholes-Formel nicht mehr ausgezeichnet werden. Er verstarb bereits 1995.
Wenn das Black-Scholes-Modell nun tatsächlich verwendet würde, um Preise für Optionen am Markt zu berechnen, müsste die implizite Volatilität verschiedener Optionen auf denselben Basiswert mit festem Kurs und unterschiedlichen Ausübungspreisen immer dieselbe sein (vgl. dazu [8], S. 172). Dieser Effekt ist jedoch empirisch nicht belegt. Stattdessen werden dann Volatilitäten mit verschiedenen Werten berechnet. Dies ist der sog. Smile-Effekt, denn wenn die implizite Volatilität als Funktion von K und T bzw. t betrachtet wird, hat diese eine konvexe Gestalt, dessen Graph einem „Lächeln" ähnelt. Es wird hier auch von einer Volatilitätsfläche gesprochen (siehe [10], S. 39).
Ziel dieser Arbeit war die Bewertung von Zertifikaten im Black-Scholes-Modell, was wir erfolgreich erreicht haben. Am Markt sind überwiegend andere Modelle zur Berechnung von Optionspreisen in den Vordergrund getreten, so dass das Black-Scholes-Modell inzwischen fast ausschließlich dazu genutzt wird, solche Volatilitätsflächen zu modellieren (vgl nochmals [10], S. 39 f.). Dafür werden lokale Volatilitätsmodelle oder stochastische Volatilitätsmodelle genutzt. Erstere stellen die Volatilität als eine deterministische Funktion der Zeit und des Aktienpreises und letztere als einen stochastischen Prozess dar. Es existieren außerdem viele weitere Aktienpreismodelle, mit denen versucht wird, die historisch beobachteten Zeitreihen der Preise besser darzustellen, was zeigt, dass dieser Zweig der Finanzmathematik noch weiter erforscht wird.

Anhang A

Ableitungen

Es sollen hier nun die Ableitungen zu $f_5(\sigma)$ bzw. $f_7(\sigma)$ berechnet werden.

A.1 Ableitung von $f_5'(\sigma)$

Die Ableitung von

$$f_5(\sigma)_s = e^{-\rho t} B \Phi(d_2)$$

lautet

$$f_5'(\sigma) = e^{-\rho t} B \Phi'(d_2(\sigma)) d_2'(\sigma) = e^{-\rho t} B \Phi'(d_2(\sigma)) \left(\frac{-t\sigma \cdot \sigma\sqrt{t} - (\log(\frac{S_s}{K}) + (\rho - \frac{\sigma^2}{2})t) \cdot \sqrt{t}}{(\sigma\sqrt{t})^2} \right)$$

$$= e^{-\rho t} B \Phi'(d_2(\sigma)) \left(-\frac{t\sigma^2\sqrt{t}}{t\sigma^2} - \left(\frac{(\log(\frac{S_s}{K}) + (\rho - \frac{\sigma^2}{2})t)\sqrt{t}}{\sigma^2\sqrt{t}\sqrt{t}} \right) \right)$$

$$= e^{-\rho t} B \Phi'(d_2(\sigma))(-\sqrt{t} - \frac{1}{\sigma} d_2)$$

$$= -e^{-\rho t} B \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{(-d_2(\sigma)^2/2)} (\sqrt{t} + \frac{1}{\sigma} d_2)$$

mit

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t} = \frac{\log(S_s/K) + \rho t}{\sigma\sqrt{t}} - \frac{\sigma}{2}\sqrt{t}.$$

Die Ableitung $f_6'(\sigma)$ für den digitalen Put ohne Dividende funktioniert analog. Es ergibt sich bis auf das Vorzeichen, dasselbe Ergebnis.

A.2 Ableitung von $f_7'(\sigma)$

Hier bestimmern wir die Ableitung von

$$f_7(\sigma) = e^{-\rho t} B \Phi(\tilde{d}_2).$$

$$f_7'(\sigma) = e^{-\rho t} B \Phi'(\tilde{d}_2(\sigma)) \tilde{d}_2'(\sigma) = e^{-\rho t} B \Phi'(\tilde{d}_2(\sigma)) \left(\frac{-t\sigma \cdot \sigma\sqrt{t} - (\log(\frac{S_s}{K}) + (\rho - \rho_d - \frac{\sigma^2}{2})t) \cdot \sqrt{t}}{(\sigma\sqrt{t})^2} \right)$$

$$= e^{-\rho t} B \Phi'(\tilde{d}_2(\sigma)) \left(-\frac{t\sigma^2\sqrt{t}}{t\sigma^2} - \left(\frac{(\log(\frac{S_s}{K}) + (\rho - \rho_d - \frac{\sigma^2}{2})t)\sqrt{t}}{\sigma^2\sqrt{t}\sqrt{t}} \right) \right)$$

$$= e^{-\rho t} B \Phi'(\tilde{d}_2(\sigma)) (-\sqrt{t} - \frac{1}{\sigma}\tilde{d}_2)$$

$$= -e^{-\rho t} B \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{(-\tilde{d}_2(\sigma)^2/2)} (\sqrt{t} + \frac{1}{\sigma}\tilde{d}_2)$$

mit

$$\tilde{d}_2 = \tilde{d}_1 - \sigma\sqrt{t} = \frac{\log(S_s/K) + (\rho - \rho_d)t}{\sigma\sqrt{t}} - \frac{\sigma}{2}\sqrt{t}.$$

Die Ableitung $f_8'(\sigma)$ für den digitalen Put mit Dividende funktioniert analog. Es ergibt sich bis auf das Vorzeichen, dasselbe Ergebnis.

Anhang B

PDFs

In diesem Teil des Anhangs werden verschiedene PDFs zur Verfügung gestellt.

B.1 Produktinformationsblätter

Die in Abschnitt 4.1 und 4.2 benötigten Produktinformationsblätter werden nun im folgenden für die vier Zertifikate, Discountzertifikat auf die Aktie der Commerzbank AG bzw. auf die Aktie der Deutschen Bank AG und Aktienanleihe Protect auf die Aktie der Commerzbank AG bzw. auf die Aktie der Deutschen Lufthansa AG, aufgelistet.

Produktinformationsblatt über Finanzinstrumente nach Wertpapierhandelsgesetz

HVB Discount Zertifikat

auf die Aktie der Commerzbank AG

Stand 23. Februar 2012, 17:23 Uhr

Dieses Dokument gibt einen Überblick über wesentliche Charakteristika, insbesondere die Struktur und die Risiken der Anlage.
Eine aufmerksame Lektüre dieser Information wird empfohlen.

Produktname **WKN/ISIN**	HVB Discount Zertifikat auf die Aktie der Commerzbank AG HV5JC4/DE000HV5JC40
Emittentin	UniCredit Bank AG (HypoVereinsbank). Aktuelle Informationen zur Bonitätseinschätzung (Rating) der UniCredit Bank AG finden Sie unter www.onemarkets.de (Investor Relations).

1. PRODUKTBESCHREIBUNG

Produktgattung	Anlageprodukt ohne Kapitalschutz, Discount-Zertifikat (Klassifizierung des Deutschen Derivate Verbands)/Inhaberschuldverschreibung
Allgemeine Darstellung der Funktionsweise	Bei diesem Discount-Zertifikat richtet sich die Rückzahlung zum Fälligkeitstag nach dem Referenzpreis am Bewertungstag. Der Preis des Discount-Zertifikats liegt jedoch während der Laufzeit unterhalb des aktuellen Kurses des Basiswertes. Für diesen Abschlag (Discount) nimmt der Anleger an der Kursentwicklung des Basiswertes lediglich bis zum Cap teil. ● Liegt der Referenzpreis am Bewertungstag auf oder über dem Cap, erhalten Anleger eine Rückzahlung in Höhe des maximalen Rückzahlungsbetrags. ● Liegt der Referenzpreis am Bewertungstag unterhalb des Caps, erfolgt die Rückzahlung durch Lieferung von Aktien des Basiswertes entsprechend dem Bezugsverhältnis.
Basiswert	Die Commerzbank AG mit Sitz in Frankfurt am Main ist eine deutsche Bank.

2. PRODUKTDATEN

Währung	Euro
Basiswert	Commerzbank AG, ISIN DE0008032004
Auflagetag	6.7.2011
Ausgabetag	8.7.2011
Bewertungstag	24.7.2012
Fälligkeitstag	31.7.2012
Ausgabepreis	EUR 2,48
Aktueller Kaufpreis (Briefkurs)	EUR 1,86 (Stand 23.2.2012, 17:17 Uhr)
Maßgebliche Börse	Frankfurter Wertpapierbörse (XETRA®)
Referenzpreis	Offizieller Schlusskurs des Basiswertes an der Maßgeblichen Börse
Aktueller Kurs des Basiswertes	EUR 1,94 (Stand 23.2.2012, 17:23 Uhr)
Cap	EUR 2,75
Maximaler Rückzahlungsbetrag	EUR 2,75
Bezugsverhältnis	1:1, d. h. eine Aktie für ein Zertifikat
Börseneinführung	10.1.2012, Freiverkehr der Frankfurter Wertpapierbörse (XETRA®), Freiverkehr der Baden-Württembergischen Wertpapierbörse, Stuttgart
Letzter Börsenhandelstag	Voraussichtlich am 23.7.2012

Weiterführende Hinweise zu Begriffen finden Sie unter www.onemarkets.de/glossar.

3. RISIKEN

Bonitäts-/ Emittentenrisiko

Anleger sind dem Risiko einer Insolvenz und somit einer Zahlungsunfähigkeit der Emittentin ausgesetzt. Bei einem Ausfall der Emittentin kann es daher unabhängig von der Entwicklung des Basiswertes zu Verlusten bis hin zum Totalverlust kommen. Das Discount-Zertifikat unterliegt als Inhaberschuldverschreibung keiner Einlagensicherung.

Kursrisiko zum Laufzeitende

Liegt der Referenzpreis am Bewertungstag unter dem Cap, wird eine festgelegte Anzahl Aktien des Basiswertes geliefert, deren Wert deutlich unter dem aktuellen Kaufpreis (Briefkurs) des Discount-Zertifikats liegen kann. In diesem Fall entstehen für den Anleger Verluste. Ungünstigster Fall: Totalverlust des eingesetzten Kapitals, wenn der Kurs des Basiswertes auf null gefallen ist.

Sonstige Risiken

- Während der Laufzeit kann der Preis des Discount-Zertifikats insbesondere durch die unter Ziffer 4 genannten marktpreisbestimmenden Faktoren nachteilig beeinflusst werden und auch deutlich unter dem aktuellen Kaufpreis (Briefkurs) liegen. Bei einem Verkauf während der Laufzeit sind Verluste des eingesetzten Kapitals möglich.
- Die Rückzahlungshöhe ist auf den maximalen Rückzahlungsbetrag begrenzt.
- Während der Laufzeit anfallende Dividenden stehen der Finanzierung des Ertragsmechanismus zur Verfügung und werden nicht an den Anleger ausgeschüttet. Dividendenzahlungen führen beim Basiswert zu einem Kursabschlag, was sich negativ auf den Preis des Discount-Zertifikats auswirkt.
- Im Falle einer Lieferung von Aktien des Basiswertes werden die Anschaffungskosten des Zertifikats steuerlich als Anschaffungskosten der Aktien betrachtet. Die Lieferung in Aktien führt nicht zur Realisierung von Verlusten, die steuerlich berücksichtigt werden können, sondern erst die spätere Veräußerung der Aktien. Realisierte Verluste sind steuerlich nur gegen Aktiengewinne verrechenbar.

4. VERFÜGBARKEIT

Handelbarkeit

Das Discount-Zertifikat kann in der Regel börslich (ab Börseneinführung bis zum letzten Börsenhandelstag) oder außerbörslich gekauft oder verkauft werden. Die Emittentin beabsichtigt, für das Discount-Zertifikat unter normalen Marktbedingungen fortlaufend für den Anleger Kaufpreise (Briefkurse) bzw. Verkaufspreise (Geldkurse) zu stellen. In außergewöhnlichen Marktsituationen oder bei technischen Störungen kann ein Kauf bzw. Verkauf des Discount-Zertifikats vorübergehend erschwert oder nicht möglich sein.

Marktpreisbestimmende Faktoren während der Laufzeit

Der Preis des Discount-Zertifikats wird sich während der Laufzeit nicht auf dem erwarteten Rückzahlungsprofil bewegen. In diesem Zeitraum hängt der Preis des Discount-Zertifikats vom Kurs des zugrunde liegenden Basiswertes und anderen Einflussfaktoren ab, wobei die Preisentwicklung des Discount-Zertifikats deutlich von den Kursbewegungen des Basiswertes abweichen kann. Insbesondere können sich folgende Faktoren auf den Preis des Discount-Zertifikats auswirken:

- Kurs und Höhe der Kursschwankungen (Volatilität) des zugrunde liegenden Basiswertes
- Abstand des Kurses des Basiswertes zum Cap
- Dividendenerwartung und -zahlungen des Basiswertes
- Änderungen beim Zinsniveau
- Restlaufzeit
- Bonitäts- und Ratingveränderungen der Emittentin
- Angebot und Nachfrage

Wie sich die einzelnen Faktoren auswirken, kann nicht verlässlich vorhergesagt werden, da dies von der jeweiligen Marktsituation abhängt und sich die Faktoren wechselseitig beeinflussen können.

5. CHANCEN UND BEISPIELHAFTE SZENARIOBETRACHTUNG

Chancen

- Partizipation an der Kursentwicklung des Basiswertes bis zum Cap
- Risikoreduzierung durch Discount

Szenariobetrachtung

Die nachfolgenden Szenarien beziehen sich auf den Ausgabepreis (ohne Berücksichtigung der unter Ziffer 6 genannten Kosten) und lassen als lediglich beispielhafte Betrachtung keine Rückschlüsse auf eine tatsächliche Wertentwicklung der Anlage zu.

Entwicklung der Anlage (bezogen auf den Ausgabepreis)	Referenzpreis am Bewertungstag	Rückzahlung pro Discount-Zertifikat am Fälligkeitstag
Positiv	EUR 3,–	EUR 2,75
	EUR 2,53	Lieferung von Aktien des Basiswertes entsprechend dem Bezugsverhältnis
Negativ (Verlustszenario)	EUR 1,70	Lieferung von Aktien des Basiswertes entsprechend dem Bezugsverhältnis
	EUR 0,–	Lieferung von Aktien des Basiswertes entsprechend dem Bezugsverhältnis

6. KOSTEN/VERTRIEBSVERGÜTUNG

	Die während der Laufzeit gestellten Kaufpreise und Verkaufspreise basieren auf internen Preismodellen der Emittentin. Sie können neben einem Ausgabeaufschlag und einer Platzierungsprovision (wenn nachfolgend aufgeführt) auch eine erwartete Marge beinhalten, die bei der Emittentin verbleibt.
Laufende Kosten	Mit einer Investition können laufende Kosten wie z. B. Depotgebühren verbunden sein, welche sich ertragsmindernd auswirken. Die genaue Höhe können Anleger dem Preis- und Leistungsverzeichnis ihrer Bank entnehmen.
Erwerbs- und Veräußerungs-kosten	Bei Erwerb und vorzeitiger Veräußerung des Produkts fallen Kosten an, deren genaue Höhe Anleger dem Preis- und Leistungsverzeichnis ihrer Bank entnehmen können. Folgende Geschäfte werden unterschieden: ● Festpreisgeschäft: Entgelte und Auslagen einschließlich fremder Kosten werden nicht gesondert berechnet, sondern sind Bestandteil des vereinbarten Produktpreises. ● Kommissionsgeschäft (z. B. Börsengeschäft): Entgelte und Auslagen sowie fremde Kosten werden gesondert berechnet und sind kein Bestandteil des Produktpreises.

7. BESTEUERUNG

Einkünfte aus Kapitalvermögen unterliegen in Deutschland in der Regel der Kapitalertragsteuer sowie dem Solidaritätszuschlag und ggf. der Kirchensteuer. Die steuerliche Behandlung hängt von den persönlichen Verhältnissen des jeweiligen Anlegers ab und kann künftigen Änderungen unterworfen sein. Des Weiteren sind bei einigen Kapitalanlagen steuerliche Besonderheiten zu berücksichtigen. Anlegern wird empfohlen, sich von einem Angehörigen der steuerberatenden Berufe individuell beraten zu lassen.

8. SONSTIGE HINWEISE

Diese Produktinformation ist lediglich eine Übersicht über die wesentlichen Merkmale des Produkts und keine vollständige Darstellung. Sie stellt keine Anlageberatung und keine Anlageempfehlung dar. Bitte nehmen Sie vor der Anlageentscheidung Kontakt mit Ihrem zuständigen Berater auf. Die vollständigen Angaben zu diesem Anlageprodukt sind dem Basisprospekt und den Endgültigen Bedingungen zu entnehmen. Diese können Sie bei der UniCredit Bank AG, Abteilung MMW1, Arabellastr. 12, D-81925 München, anfordern. Diese Information richtet sich nicht an natürliche oder juristische Personen, die aufgrund ihres Wohn- bzw. Geschäftssitzes einer ausländischen Rechtsordnung unterliegen, die für die Verbreitung derartiger Informationen Beschränkungen vorsieht. Insbesondere enthält diese Information weder ein Angebot noch eine Aufforderung zum Kauf von Wertpapieren an Staatsbürger der USA, Großbritanniens oder der Länder im Europäischen Wirtschaftsraum, in denen die Voraussetzungen für ein derartiges Angebot nicht erfüllt sind. Das Produktinformationsblatt kann Links zu Webseiten Dritter enthalten, deren Inhalte nicht von der UniCredit Bank AG kontrolliert werden. Daher wird für derartige Inhalte keine Haftung übernommen. XETRA® ist ein eingetragenes Markenzeichen der Deutschen Börse AG.

Produktinformationsblatt über Finanzinstrumente nach Wertpapierhandelsgesetz

HVB Discount Zertifikat

auf die Aktie der Deutsche Bank AG

Stand 16. April 2012, 09:50 Uhr

Dieses Dokument gibt einen Überblick über wesentliche Charakteristika, insbesondere die Struktur und die Risiken der Anlage.
Eine aufmerksame Lektüre dieser Information wird empfohlen.

Produktname	HVB Discount Zertifikat auf die Aktie der Deutsche Bank AG
WKN/ISIN	HV5JL2/DE000HV5JL23
Emittentin	UniCredit Bank AG (HypoVereinsbank). Aktuelle Informationen zur Bonitätseinschätzung (Rating) der UniCredit Bank AG finden Sie unter www.onemarkets.de (Investor Relations).

1. PRODUKTBESCHREIBUNG

Produktgattung

Anlageprodukt ohne Kapitalschutz, Discount-Zertifikat (Klassifizierung des Deutschen Derivate Verbands)/Inhaberschuldverschreibung

Allgemeine Darstellung der Funktionsweise

Bei diesem Discount-Zertifikat richtet sich die Rückzahlung zum Fälligkeitstag nach dem Referenzpreis am Bewertungstag. Der Preis des Discount-Zertifikats liegt jedoch während der Laufzeit unterhalb des aktuellen Kurses des Basiswertes. Für diesen Abschlag (Discount) nimmt der Anleger an der Kursentwicklung des Basiswertes lediglich bis zum Cap teil.

- Liegt der Referenzpreis am Bewertungstag auf oder über dem Cap, erhalten Anleger eine Rückzahlung in Höhe des maximalen Rückzahlungsbetrags.
- Liegt der Referenzpreis am Bewertungstag unterhalb des Caps, erfolgt die Rückzahlung durch Lieferung von Aktien des Basiswertes entsprechend dem Bezugsverhältnis.

Basiswert

Die Deutsche Bank AG mit Sitz in Frankfurt am Main ist eine deutsche Bank.

2. PRODUKTDATEN

Währung	Euro
Basiswert	Deutsche Bank AG, ISIN DE0005140008
Auflagetag	1.9.2011
Ausgabetag	5.9.2011
Bewertungstag	21.9.2012
Fälligkeitstag	28.9.2012
Ausgabepreis	EUR 20,43
Aktueller Kaufpreis (Briefkurs)	EUR 21,95 (Stand 16.4.2012, 9:33 Uhr)
Maßgebliche Börse	Frankfurter Wertpapierbörse (XETRA®)
Referenzpreis	Offizieller Schlusskurs des Basiswertes an der Maßgeblichen Börse
Aktueller Kurs des Basiswertes	EUR 33,67 (Stand 16.4.2012, 9:46 Uhr)
Cap	EUR 22,80
Maximaler Rückzahlungsbetrag	EUR 22,80
Bezugsverhältnis	1:1, d. h. eine Aktie für ein Zertifikat
Börseneinführung	1.9.2011, Freiverkehr der Frankfurter Wertpapierbörse (XETRA®), Freiverkehr der Baden-Württembergischen Wertpapierbörse, Stuttgart
Letzter Börsenhandelstag	Voraussichtlich am 20.9.2012

Weiterführende Hinweise zu Begriffen finden Sie unter www.onemarkets.de/glossar.

3. RISIKEN

Bonitäts-/ Emittentenrisiko

Anleger sind dem Risiko einer Insolvenz und somit einer Zahlungsunfähigkeit der Emittentin ausgesetzt. Bei einem Ausfall der Emittentin kann es daher unabhängig von der Entwicklung des Basiswertes zu Verlusten bis hin zum Totalverlust kommen. Das Discount-Zertifikat unterliegt als Inhaberschuldverschreibung keiner Einlagensicherung.

Kursrisiko zum Laufzeitende

Liegt der Referenzpreis am Bewertungstag unter dem Cap, wird eine festgelegte Anzahl Aktien des Basiswertes geliefert, deren Wert deutlich unter dem aktuellen Kaufpreis (Briefkurs) des Discount-Zertifikats liegen kann. In diesem Fall entstehen für den Anleger Verluste. Ungünstigster Fall: Totalverlust des eingesetzten Kapitals.

Sonstige Risiken

- Während der Laufzeit kann der Preis des Discount-Zertifikats insbesondere durch die unter Ziffer 4 genannten marktpreisbestimmenden Faktoren nachteilig beeinflusst werden und auch deutlich unter dem aktuellen Kaufpreis (Briefkurs) liegen. Bei einem Verkauf während der Laufzeit sind Verluste des eingesetzten Kapitals möglich.
- Die Rückzahlungshöhe ist auf den maximalen Rückzahlungsbetrag begrenzt.
- Während der Laufzeit anfallende Dividenden stehen der Finanzierung des Ertragsmechanismus zur Verfügung und werden nicht an den Anleger ausgeschüttet. Dividendenzahlungen führen beim Basiswert zu einem Kursabschlag, was sich negativ auf den Preis des Discount-Zertifikats auswirkt.
- Im Falle einer Lieferung von Aktien des Basiswertes werden die Anschaffungskosten des Zertifikats steuerlich als Anschaffungskosten der Aktien betrachtet. Die Lieferung in Aktien führt nicht zur Realisierung von Verlusten, die steuerlich berücksichtigt werden können, sondern erst die spätere Veräußerung der Aktien. Realisierte Verluste sind steuerlich nur gegen Aktiengewinne verrechenbar.

4. VERFÜGBARKEIT

Handelbarkeit

Das Discount-Zertifikat kann in der Regel börslich (ab Börseneinführung bis zum letzten Börsenhandelstag) oder außerbörslich gekauft oder verkauft werden. Die Emittentin beabsichtigt, für das Discount-Zertifikat unter normalen Marktbedingungen fortlaufend für den Anleger Kaufpreise (Briefkurse) bzw. Verkaufspreise (Geldkurse) zu stellen. In außergewöhnlichen Marktsituationen oder bei technischen Störungen kann ein Kauf bzw. Verkauf des Discount-Zertifikats vorübergehend erschwert oder nicht möglich sein.

Marktpreisbestimmende Faktoren während der Laufzeit

Der Preis des Discount-Zertifikats wird sich während der Laufzeit nicht auf dem erwarteten Rückzahlungsprofil bewegen. In diesem Zeitraum hängt der Preis des Discount-Zertifikats vom Kurs des zugrunde liegenden Basiswertes und anderen Einflussfaktoren ab, wobei die Preisentwicklung des Discount-Zertifikats deutlich von den Kursbewegungen des Basiswertes abweichen kann. Insbesondere können sich folgende Faktoren auf den Preis des Discount-Zertifikats auswirken:

- Kurs und Höhe der Kursschwankungen (Volatilität) des zugrunde liegenden Basiswertes
- Abstand des Kurses des Basiswertes zum Cap
- Dividendenerwartung und -zahlungen des Basiswertes
- Änderungen beim Zinsniveau
- Restlaufzeit
- Bonitäts- und Ratingveränderungen der Emittentin
- Angebot und Nachfrage

Wie sich die einzelnen Faktoren auswirken, kann nicht verlässlich vorhergesagt werden, da dies von der jeweiligen Marktsituation abhängt und sich die Faktoren wechselseitig beeinflussen können.

5. CHANCEN UND BEISPIELHAFTE SZENARIOBETRACHTUNG

Chancen

- Partizipation an der Kursentwicklung des Basiswertes bis zum Cap
- Risikoreduzierung durch Discount

Szenariobetrachtung

Die nachfolgenden Szenarien beziehen sich auf den Ausgabepreis (ohne Berücksichtigung der unter Ziffer 6 genannten Kosten) und lassen als lediglich beispielhafte Betrachtung keine Rückschlüsse auf eine tatsächliche Wertentwicklung der Anlage zu.

Entwicklung der Anlage (bezogen auf den Ausgabepreis)	Referenzpreis am Bewertungstag	Rückzahlung pro Discount-Zertifikat am Fälligkeitstag
Positiv	EUR 27,–	EUR 22,80
	EUR 20,84	Lieferung von Aktien des Basiswertes entsprechend dem Bezugsverhältnis
Negativ (Verlustszenario)	EUR 14,30	Lieferung von Aktien des Basiswertes entsprechend dem Bezugsverhältnis
	EUR 0,–	Lieferung von Aktien des Basiswertes entsprechend dem Bezugsverhältnis

6. KOSTEN/VERTRIEBSVERGÜTUNG

Die während der Laufzeit gestellten Kaufpreise und Verkaufspreise basieren auf internen Preismodellen der Emittentin. Sie können neben einem Ausgabeaufschlag und einer Platzierungsprovision (wenn nachfolgend aufgeführt) auch eine erwartete Marge beinhalten, die bei der Emittentin verbleibt.

Erwerbskosten innerhalb der Vertriebsphase (Zuwendungen)	Die nachfolgenden Erwerbskosten werden von der Emittentin an Vertriebspartner, von denen Anleger das beschriebene Produkt beziehen, entrichtet: • Platzierungsprovision: 1 % vom aktuellen Kaufpreis (Briefkurs)
Laufende Kosten	Mit einer Investition können laufende Kosten wie z. B. Depotgebühren verbunden sein, welche sich ertragsmindernd auswirken. Die genaue Höhe können Anleger dem Preis- und Leistungsverzeichnis ihrer Bank entnehmen.
Erwerbs- und Veräußerungs-kosten	Bei Erwerb und vorzeitiger Veräußerung des Produkts fallen Kosten an, deren genaue Höhe Anleger dem Preis- und Leistungsverzeichnis ihrer Bank entnehmen können. Folgende Geschäfte werden unterschieden: • Festpreisgeschäft: Entgelte und Auslagen einschließlich fremder Kosten werden nicht gesondert berechnet, sondern sind Bestandteil des vereinbarten Produktpreises. • Kommissionsgeschäft (z. B. Börsengeschäft): Entgelte und Auslagen sowie fremde Kosten werden gesondert berechnet und sind kein Bestandteil des Produktpreises.

7. BESTEUERUNG

Einkünfte aus Kapitalvermögen unterliegen in Deutschland in der Regel der Kapitalertragsteuer sowie dem Solidaritätszuschlag und ggf. der Kirchensteuer. Die steuerliche Behandlung hängt von den persönlichen Verhältnissen des jeweiligen Anlegers ab und kann künftigen Änderungen unterworfen sein. Des Weiteren sind bei einigen Kapitalanlagen steuerliche Besonderheiten zu berücksichtigen. Anlegern wird empfohlen, sich von einem Angehörigen der steuerberatenden Berufe individuell beraten zu lassen.

8. SONSTIGE HINWEISE

Diese Produktinformation ist lediglich eine Übersicht über die wesentlichen Merkmale des Produkts und keine vollständige Darstellung. Sie stellt keine Anlageberatung und keine Anlageempfehlung dar. Bitte nehmen Sie vor der Anlageentscheidung Kontakt mit Ihrem zuständigen Berater auf. Die vollständigen Angaben zu diesem Anlageprodukt sind dem Basisprospekt und den Endgültigen Bedingungen zu entnehmen. Diese können Sie bei der UniCredit Bank AG, Abteilung MMW1, Arabellastr. 12, D-81925 München, anfordern. Diese Information richtet sich nicht an natürliche oder juristische Personen, die aufgrund ihres Wohn- bzw. Geschäftssitzes einer ausländischen Rechtsordnung unterliegen, die für die Verbreitung derartiger Informationen Beschränkungen vorsieht. Insbesondere enthält diese Information weder ein Angebot noch eine Aufforderung zum Kauf von Wertpapieren an Staatsbürger der USA, Großbritanniens oder der Länder im Europäischen Wirtschaftsraum, in denen die Voraussetzungen für ein derartiges Angebot nicht erfüllt sind. Das Produktinformationsblatt kann Links zu Webseiten Dritter enthalten, deren Inhalte nicht von der UniCredit Bank AG kontrolliert werden. Daher wird für derartige Inhalte keine Haftung übernommen. XETRA® ist ein eingetragenes Markenzeichen der Deutschen Börse AG.

Produktinformationsblatt über Finanzinstrumente nach Wertpapierhandelsgesetz

HVB Aktienanleihe Protect

auf die Aktie der Commerzbank AG Stand 3. Mai 2012, 10:10 Uhr

Dieses Dokument gibt einen Überblick über wesentliche Charakteristika, insbesondere die Struktur und die Risiken der Anlage.
Eine aufmerksame Lektüre dieser Information wird empfohlen.

Produktname	HVB Aktienanleihe Protect auf die Aktie der Commerzbank AG
WKN/ISIN	HV5V9H/DE000HV5V9H1
Emittentin	UniCredit Bank AG (HypoVereinsbank). Aktuelle Informationen zur Bonitätseinschätzung (Rating) der UniCredit Bank AG finden Sie unter www.onemarkets.de (Investor Relations).

1. PRODUKTBESCHREIBUNG

Produktgattung

Anlageprodukt ohne Kapitalschutz, Aktienanleihe (Klassifizierung des Deutschen Derivate Verbands)/Inhaberschuldverschreibung

Allgemeine Darstellung der Funktionsweise

Bei dieser Aktienanleihe Protect erhalten Anleger am Fälligkeitstag als Rückzahlung entweder den Nominalbetrag oder, wenn der Referenzpreis am Bewertungstag die Sicherheitsschwelle unterschreitet, eine bereits am Auflagetag festgelegte Anzahl Aktien des Basiswertes. Unabhängig von der Entwicklung des Basiswertes bekommen Anleger eine feste Zinszahlung.

- Liegt der Referenzpreis am Bewertungstag auf oder über der Sicherheitsschwelle, erfolgt die Rückzahlung in Höhe des Nominalbetrags zuzüglich Zinszahlung.
- Liegt der Referenzpreis am Bewertungstag unterhalb der Sicherheitsschwelle, erfolgt die Rückzahlung durch Lieferung von Aktien des Basiswertes entsprechend dem Bezugsverhältnis. Ein etwaiger Aktienbruchteil wird ausgezahlt. Die Zinszahlung erfolgt auch hier.

Basiswert

Die Commerzbank AG mit Sitz in Frankfurt am Main ist eine deutsche Bank.

2. PRODUKTDATEN

Währung	Euro
Basiswert	Commerzbank AG, ISIN DE0008032004
Auflagetag	11.4.2012
Primärvaluta	13.4.2012
Bewertungstag	5.10.2012
Zinszahlungstag	12.10.2012
Fälligkeitstag	12.10.2012
Ausgabepreis	101 % des Nominalbetrags
Aktueller Kaufpreis (Briefkurs)	98,92 % des Nominalbetrags (zzgl. Stückzinsen) (Stand 3.5.2012, 9:17 Uhr)
Stückelung/Nominalbetrag	EUR 1.000,–
Maßgebliche Börse	Frankfurter Wertpapierbörse (XETRA®)
Referenzpreis	Offizieller Schlusskurs des Basiswertes an der Maßgeblichen Börse
Referenzpreis am Auflagetag	EUR 1,715
Sicherheitsschwelle	EUR 1,029 (60 % vom Referenzpreis am Auflagetag)
Aktueller Kurs des Basiswertes	EUR 1,59 (Stand 3.5.2012, 10:06 Uhr)
Bezugsverhältnis	583,090379 Aktien (Nominalbetrag geteilt durch Referenzpreis am Auflagetag. Der Aktienbruchteil von 0,090379 multipliziert mit dem Referenzpreis am Bewertungstag wird ausgezahlt.)
Zinssatz p. a.	12,50 % bezogen auf den Nominalbetrag
Verzinsung	Die Aktienanleihe Protect wird ab der Primärvaluta (einschließlich) bis zum Zinszahlungstag (ausschließlich) verzinst.
Zinsmethode/Geschäftstage-regelung	Jeder Monat und jedes Jahr werden taggenau berechnet. Fällt der Zinszahlungstag auf einen Nicht-bankarbeitstag, dann erfolgt die Zinsberechnung nur bis zum Nichtbankarbeitstag. Die Zinszahlung erfolgt am nächsten Bankarbeitstag.
Börseneinführung	27.4.2012, Freiverkehr der Frankfurter Wertpapierbörse (XETRA®), Freiverkehr der Baden-Württembergischen Wertpapierbörse, Stuttgart

Letzter Börsenhandelstag	Voraussichtlich am 5.10.2012

Weiterführende Hinweise zu Begriffen finden Sie unter www.onemarkets.de/glossar.

3. RISIKEN

Bonitäts-/ Emittentenrisiko

Anleger sind dem Risiko einer Insolvenz und somit einer Zahlungsunfähigkeit der Emittentin ausgesetzt. Bei einem Ausfall der Emittentin kann es daher unabhängig von der Entwicklung des Basiswertes zu Verlusten bis hin zum Totalverlust kommen. Die Aktienanleihe Protect unterliegt als Inhaberschuldverschreibung keiner Einlagensicherung.

Kursrisiko zum Laufzeitende

Liegt der Referenzpreis am Bewertungstag unter der Sicherheitsschwelle, wird eine festgelegte Anzahl Aktien des Basiswertes geliefert, deren Wert in Summe deutlich unter dem aktuellen Kaufpreis (Briefkurs) der Aktienanleihe Protect liegen kann. In diesem Fall entstehen für den Anleger Verluste. Ungünstigster Fall: Totalverlust des eingesetzten Kapitals.

Sonstige Risiken

- Während der Laufzeit kann der Preis der Aktienanleihe Protect insbesondere durch die unter Ziffer 4 genannten marktpreisbestimmenden Faktoren nachteilig beeinflusst werden und auch deutlich unter dem aktuellen Kaufpreis (Briefkurs) liegen. Bei einem Verkauf während der Laufzeit sind Verluste des eingesetzten Kapitals möglich.
- Während der Laufzeit anfallende Dividenden stehen der Finanzierung des Ertragsmechanismus zur Verfügung und werden nicht an den Anleger ausgeschüttet. Dividendenzahlungen führen beim Basiswert zu einem Kursabschlag, was sich negativ auf den Preis der Aktienanleihe Protect auswirkt und zum Unterschreiten der Sicherheitsschwelle führen kann.
- Im Falle einer Lieferung von Aktien des Basiswertes werden die Anschaffungskosten der Anleihe steuerlich als Anschaffungskosten der Aktien betrachtet. Die Lieferung in Aktien führt nicht zur Realisierung von Verlusten, die steuerlich berücksichtigt werden können, sondern erst die spätere Veräußerung der Aktien. Realisierte Verluste sind steuerlich nur gegen Aktiengewinne verrechenbar.

4. VERFÜGBARKEIT

Handelbarkeit

Die Aktienanleihe Protect kann in der Regel börslich (ab Börseneinführung bis zum letzten Börsenhandelstag) oder außerbörslich gekauft oder verkauft werden. Die Emittentin beabsichtigt, für die Aktienanleihe Protect unter normalen Marktbedingungen fortlaufend für den Anleger Kaufpreise (Briefkurse) bzw. Verkaufspreise (Geldkurse) zu stellen. In außergewöhnlichen Marktsituationen oder bei technischen Störungen kann ein Kauf bzw. Verkauf der Aktienanleihe Protect vorübergehend erschwert oder nicht möglich sein.

Marktpreisbestimmende Faktoren während der Laufzeit

Der Preis der Aktienanleihe Protect wird sich während der Laufzeit nicht auf dem erwarteten Rückzahlungsprofil bewegen. In diesem Zeitraum hängt der Preis der Aktienanleihe Protect vom Kurs des zugrunde liegenden Basiswertes und anderen Einflussfaktoren ab, wobei die Preisentwicklung der Aktienanleihe Protect deutlich von den Kursbewegungen des Basiswertes abweichen kann. Insbesondere können sich folgende Faktoren auf den Preis der Aktienanleihe Protect auswirken:

- Kurs und Höhe der Kursschwankungen (Volatilität) des zugrunde liegenden Basiswertes
- Abstand des Kurses des Basiswertes zur Sicherheitsschwelle
- Dividendenerwartung und -zahlungen des Basiswertes
- Änderungen beim Zinsniveau
- Restlaufzeit
- Bonitäts- und Ratingveränderungen der Emittentin
- Angebot und Nachfrage

Wie sich die einzelnen Faktoren auswirken, kann nicht verlässlich vorhergesagt werden, da dies von der jeweiligen Marktsituation abhängt und sich die Faktoren wechselseitig beeinflussen können.

5. CHANCEN UND BEISPIELHAFTE SZENARIOBETRACHTUNG

Chancen

- Feste Zinszahlung zum Laufzeitende

Szenario-betrachtung

Die nachfolgenden Szenarien beziehen sich auf die Stückelung/den Nominalbetrag (ohne Berücksichtigung der unter Ziffer 6 genannten Kosten) und lassen als lediglich beispielhafte Betrachtung keine Rückschlüsse auf eine tatsächliche Wertentwicklung der Anlage zu.

Entwicklung der Anlage (bezogen auf die Stückelung/ den Nominalbetrag)	Referenzpreis am Bewertungstag	Rückzahlung pro Aktienanleihe Protect am Fälligkeitstag	Zinszahlung
Positiv	EUR 2,40	EUR 1.000,–	12,50 % p. a.
	EUR 1,715	EUR 1.000,–	12,50 % p. a.
	EUR 1,029	EUR 1.000,–	12,50 % p. a.
Negativ (Verlustszenario)	EUR 0,90	Lieferung von Aktien des Basiswertes entsprechend dem Bezugsverhältnis	12,50 % p. a.
	EUR 0,–	Lieferung von Aktien des Basiswertes entsprechend dem	12,50 % p. a.

		Bezugsverhältnis	

6. KOSTEN/VERTRIEBSVERGÜTUNG

Die während der Laufzeit gestellten Kaufpreise und Verkaufspreise basieren auf internen Preismodellen der Emittentin. Sie können neben einem Ausgabeaufschlag und einer Platzierungsprovision (wenn nachfolgend aufgeführt) auch eine erwartete Marge beinhalten, die bei der Emittentin verbleibt.

Laufende Kosten

Mit einer Investition können laufende Kosten wie z. B. Depotgebühren verbunden sein, welche sich ertragsmindernd auswirken. Die genaue Höhe können Anleger dem Preis- und Leistungsverzeichnis ihrer Bank entnehmen.

Erwerbs- und Veräußerungskosten

Bei Erwerb und vorzeitiger Veräußerung des Produkts fallen Kosten an, deren genaue Höhe Anleger dem Preis- und Leistungsverzeichnis ihrer Bank entnehmen können. Folgende Geschäfte werden unterschieden:

- Festpreisgeschäft: Entgelte und Auslagen einschließlich fremder Kosten werden nicht gesondert berechnet, sondern sind Bestandteil des vereinbarten Produktpreises.
- Kommissionsgeschäft (z. B. Börsengeschäft): Entgelte und Auslagen sowie fremde Kosten werden gesondert berechnet und sind kein Bestandteil des Produktpreises.

7. BESTEUERUNG

Einkünfte aus Kapitalvermögen unterliegen in Deutschland in der Regel der Kapitalertragsteuer sowie dem Solidaritätszuschlag und ggf. der Kirchensteuer. Die steuerliche Behandlung hängt von den persönlichen Verhältnissen des jeweiligen Anlegers ab und kann künftigen Änderungen unterworfen sein. Des Weiteren sind bei einigen Kapitalanlagen steuerliche Besonderheiten zu berücksichtigen. Anlegern wird empfohlen, sich von einem Angehörigen der steuerberatenden Berufe individuell beraten zu lassen.

8. SONSTIGE HINWEISE

Diese Produktinformation ist lediglich eine Übersicht über die wesentlichen Merkmale des Produkts und keine vollständige Darstellung. Sie stellt keine Anlageberatung und keine Anlageempfehlung dar. Bitte nehmen Sie vor der Anlageentscheidung Kontakt mit Ihrem zuständigen Berater auf. Die vollständigen Angaben zu diesem Anlageprodukt sind dem Basisprospekt und den Endgültigen Bedingungen zu entnehmen. Diese können Sie bei der UniCredit Bank AG, Abteilung MMW1, Arabellastr. 12, D-81925 München, anfordern. Diese Information richtet sich nicht an natürliche oder juristische Personen, die aufgrund ihres Wohn- bzw. Geschäftssitzes einer ausländischen Rechtsordnung unterliegen, die für die Verbreitung derartiger Informationen Beschränkungen vorsieht. Insbesondere enthält diese Information weder ein Angebot noch eine Aufforderung zum Kauf von Wertpapieren an Staatsbürger der USA, Großbritanniens oder der Länder im Europäischen Wirtschaftsraum, in denen die Voraussetzungen für ein derartiges Angebot nicht erfüllt sind. Das Produktinformationsblatt kann Links zu Webseiten Dritter enthalten, deren Inhalte nicht von der UniCredit Bank AG kontrolliert werden. Daher wird für derartige Inhalte keine Haftung übernommen. XETRA® ist ein eingetragenes Markenzeichen der Deutschen Börse AG.

Produktinformationsblatt über Finanzinstrumente nach Wertpapierhandelsgesetz

HVB Aktienanleihe Protect

auf die Aktie der Deutsche Lufthansa AG

Stand 15. Mai 2012, 10:58 Uhr

Dieses Dokument gibt einen Überblick über wesentliche Charakteristika, insbesondere die Struktur und die Risiken der Anlage.
Eine aufmerksame Lektüre dieser Information wird empfohlen.

Produktname	HVB Aktienanleihe Protect auf die Aktie der Deutsche Lufthansa AG
WKN/ISIN	HV5MU2/DE000HV5MU27
Emittentin	UniCredit Bank AG (HypoVereinsbank). Aktuelle Informationen zur Bonitätseinschätzung (Rating) der UniCredit Bank AG finden Sie unter www.onemarkets.de (Investor Relations).

1. PRODUKTBESCHREIBUNG

Produktgattung

Anlageprodukt ohne Kapitalschutz, Aktienanleihe (Klassifizierung des Deutschen Derivate Verbands)/Inhaberschuldverschreibung

Allgemeine Darstellung der Funktionsweise

Bei dieser Aktienanleihe Protect erhalten Anleger am Fälligkeitstag als Rückzahlung entweder den Nominalbetrag oder, wenn der Referenzpreis am Bewertungstag die Sicherheitsschwelle unterschreitet, eine bereits am Auflagetag festgelegte Anzahl Aktien des Basiswertes. Unabhängig von der Entwicklung des Basiswertes bekommen Anleger eine feste Zinszahlung.

- Liegt der Referenzpreis am Bewertungstag auf oder über der Sicherheitsschwelle, erfolgt die Rückzahlung in Höhe des Nominalbetrags zuzüglich Zinszahlung.
- Liegt der Referenzpreis am Bewertungstag unterhalb der Sicherheitsschwelle, erfolgt die Rückzahlung durch Lieferung von Aktien des Basiswertes entsprechend dem Bezugsverhältnis. Ein etwaiger Aktienbruchteil wird ausgezahlt. Die Zinszahlung erfolgt auch hier.

Basiswert

Die Deutsche Lufthansa AG mit Sitz in Köln ist ein deutsches Transport- und Logistikunternehmen.

2. PRODUKTDATEN

Währung	Euro
Basiswert	Deutsche Lufthansa AG, ISIN DE0008232125
Auflagetag	2.12.2011
Primärvaluta	6.12.2011
Bewertungstag	29.11.2012
Zinszahlungstag	6.12.2012
Fälligkeitstag	6.12.2012
Ausgabepreis	101 % des Nominalbetrags
Aktueller Kaufpreis (Briefkurs)	98,82 % des Nominalbetrags (zzgl. Stückzinsen) (Stand 15.5.2012, 9:21 Uhr)
Stückelung/Nominalbetrag	EUR 1.000,–
Maßgebliche Börse	Frankfurter Wertpapierbörse (XETRA®)
Referenzpreis	Offizieller Schlusskurs des Basiswertes an der Maßgeblichen Börse
Referenzpreis am Auflagetag	EUR 9,629
Sicherheitsschwelle	EUR 5,7774 (60 % vom Referenzpreis am Auflagetag)
Aktueller Kurs des Basiswertes	EUR 8,89 (Stand 15.5.2012, 10:56 Uhr)
Bezugsverhältnis	103,852944 Aktien (Nominalbetrag geteilt durch Referenzpreis am Auflagetag. Der Aktienbruchteil von 0,852944 multipliziert mit dem Referenzpreis am Bewertungstag wird ausgezahlt.)
Zinssatz p. a.	6,50 % bezogen auf den Nominalbetrag
Verzinsung	Die Aktienanleihe Protect wird ab der Primärvaluta (einschließlich) bis zum Zinszahlungstag (ausschließlich) verzinst.
Zinsmethode/Geschäftstage-regelung	Jeder Monat und jedes Jahr werden taggenau berechnet. Fällt der Zinszahlungstag auf einen Nicht-bankarbeitstag, dann erfolgt die Zinsberechnung nur bis zum Nichtbankarbeitstag. Die Zinszahlung erfolgt am nächsten Bankarbeitstag.
Börseneinführung	20.12.2011, Freiverkehr der Frankfurter Wertpapierbörse (XETRA®), Freiverkehr der Baden-Württembergischen Wertpapierbörse, Stuttgart

Letzter Börsenhandelstag	Voraussichtlich am 29.11.2012

Weiterführende Hinweise zu Begriffen finden Sie unter www.onemarkets.de/glossar.

3. RISIKEN

Bonitäts-/ Emittentenrisiko

Anleger sind dem Risiko einer Insolvenz und somit einer Zahlungsunfähigkeit der Emittentin ausgesetzt. Bei einem Ausfall der Emittentin kann es daher unabhängig von der Entwicklung des Basiswertes zu Verlusten bis hin zum Totalverlust kommen. Die Aktienanleihe Protect unterliegt als Inhaberschuldverschreibung keiner Einlagensicherung.

Kursrisiko zum Laufzeitende

Liegt der Referenzpreis am Bewertungstag unter der Sicherheitsschwelle, wird eine festgelegte Anzahl Aktien des Basiswertes geliefert, deren Wert in Summe deutlich unter dem aktuellen Kaufpreis (Briefkurs) der Aktienanleihe Protect liegen kann. In diesem Fall entstehen für den Anleger Verluste. Ungünstigster Fall: Totalverlust des eingesetzten Kapitals.

Sonstige Risiken

- Während der Laufzeit kann der Preis der Aktienanleihe Protect insbesondere durch die unter Ziffer 4 genannten marktpreisbestimmenden Faktoren nachteilig beeinflusst werden und auch deutlich unter dem aktuellen Kaufpreis (Briefkurs) liegen. Bei einem Verkauf während der Laufzeit sind Verluste des eingesetzten Kapitals möglich.
- Während der Laufzeit anfallende Dividenden stehen der Finanzierung des Ertragsmechanismus zur Verfügung und werden nicht an den Anleger ausgeschüttet. Dividendenzahlungen führen beim Basiswert zu einem Kursabschlag, was sich negativ auf den Preis der Aktienanleihe Protect auswirkt und zum Unterschreiten der Sicherheitsschwelle führen kann.
- Im Falle einer Lieferung von Aktien des Basiswertes werden die Anschaffungskosten der Anleihe steuerlich als Anschaffungskosten der Aktien betrachtet. Die Lieferung in Aktien führt nicht zur Realisierung von Verlusten, die steuerlich berücksichtigt werden können, sondern erst die spätere Veräußerung der Aktien. Realisierte Verluste sind steuerlich nur gegen Aktiengewinne verrechenbar.

4. VERFÜGBARKEIT

Handelbarkeit

Die Aktienanleihe Protect kann in der Regel börslich (ab Börseneinführung bis zum letzten Börsenhandelstag) oder außerbörslich gekauft oder verkauft werden. Die Emittentin beabsichtigt, für die Aktienanleihe Protect unter normalen Marktbedingungen fortlaufend für den Anleger Kaufpreise (Briefkurse) bzw. Verkaufspreise (Geldkurse) zu stellen. In außergewöhnlichen Marktsituationen oder bei technischen Störungen kann ein Kauf bzw. Verkauf der Aktienanleihe Protect vorübergehend erschwert oder nicht möglich sein.

Marktpreisbestimmende Faktoren während der Laufzeit

Der Preis der Aktienanleihe Protect wird sich während der Laufzeit nicht auf dem erwarteten Rückzahlungsprofil bewegen. In diesem Zeitraum hängt der Preis der Aktienanleihe Protect vom Kurs des zugrunde liegenden Basiswertes und anderen Einflussfaktoren ab, wobei die Preisentwicklung der Aktienanleihe Protect deutlich von den Kursbewegungen des Basiswertes abweichen kann. Insbesondere können sich folgende Faktoren auf den Preis der Aktienanleihe Protect auswirken:

- Kurs und Höhe der Kursschwankungen (Volatilität) des zugrunde liegenden Basiswertes
- Abstand des Kurses des Basiswertes zur Sicherheitsschwelle
- Dividendenerwartung und -zahlungen des Basiswertes
- Änderungen beim Zinsniveau
- Restlaufzeit
- Bonitäts- und Ratingveränderungen der Emittentin
- Angebot und Nachfrage

Wie sich die einzelnen Faktoren auswirken, kann nicht verlässlich vorhergesagt werden, da dies von der jeweiligen Marktsituation abhängt und sich die Faktoren wechselseitig beeinflussen können.

5. CHANCEN UND BEISPIELHAFTE SZENARIOBETRACHTUNG

Chancen

- Feste Zinszahlung zum Laufzeitende

Szenario-betrachtung

Die nachfolgenden Szenarien beziehen sich auf die Stückelung/den Nominalbetrag (ohne Berücksichtigung der unter Ziffer 6 genannten Kosten) und lassen als lediglich beispielhafte Betrachtung keine Rückschlüsse auf eine tatsächliche Wertentwicklung der Anlage zu.

Entwicklung der Anlage (bezogen auf die Stückelung/ den Nominalbetrag)	Referenzpreis am Bewertungstag	Rückzahlung pro Aktienanleihe Protect am Fälligkeitstag	Zinszahlung
Positiv	EUR 13,50	EUR 1.000,–	6,50 % p. a.
	EUR 9,629	EUR 1.000,–	6,50 % p. a.
	EUR 5,7774	EUR 1.000,–	6,50 % p. a.
Negativ (Verlustszenario)	EUR 5,20	Lieferung von Aktien des Basiswertes entsprechend dem Bezugsverhältnis	6,50 % p. a.
	EUR 0,–	Lieferung von Aktien des Basiswertes entsprechend dem	6,50 % p. a.

		Bezugsverhältnis	

6. KOSTEN/VERTRIEBSVERGÜTUNG

Die während der Laufzeit gestellten Kaufpreise und Verkaufspreise basieren auf internen Preismodellen der Emittentin. Sie können neben einem Ausgabeaufschlag und einer Platzierungsprovision (wenn nachfolgend aufgeführt) auch eine erwartete Marge beinhalten, die bei der Emittentin verbleibt.

Laufende Kosten

Mit einer Investition können laufende Kosten wie z. B. Depotgebühren verbunden sein, welche sich ertragsmindernd auswirken. Die genaue Höhe können Anleger dem Preis- und Leistungsverzeichnis ihrer Bank entnehmen.

Erwerbs- und Veräußerungskosten

Bei Erwerb und vorzeitiger Veräußerung des Produkts fallen Kosten an, deren genaue Höhe Anleger dem Preis- und Leistungsverzeichnis ihrer Bank entnehmen können. Folgende Geschäfte werden unterschieden:

- Festpreisgeschäft: Entgelte und Auslagen einschließlich fremder Kosten werden nicht gesondert berechnet, sondern sind Bestandteil des vereinbarten Produktpreises.
- Kommissionsgeschäft (z. B. Börsengeschäft): Entgelte und Auslagen sowie fremde Kosten werden gesondert berechnet und sind kein Bestandteil des Produktpreises.

7. BESTEUERUNG

Einkünfte aus Kapitalvermögen unterliegen in Deutschland in der Regel der Kapitalertragsteuer sowie dem Solidaritätszuschlag und ggf. der Kirchensteuer. Die steuerliche Behandlung hängt von den persönlichen Verhältnissen des jeweiligen Anlegers ab und kann künftigen Änderungen unterworfen sein. Des Weiteren sind bei einigen Kapitalanlagen steuerliche Besonderheiten zu berücksichtigen. Anlegern wird empfohlen, sich von einem Angehörigen der steuerberatenden Berufe individuell beraten zu lassen.

8. SONSTIGE HINWEISE

Diese Produktinformation ist lediglich eine Übersicht über die wesentlichen Merkmale des Produkts und keine vollständige Darstellung. Sie stellt keine Anlageberatung und keine Anlageempfehlung dar. Bitte nehmen Sie vor der Anlageentscheidung Kontakt mit Ihrem zuständigen Berater auf. Die vollständigen Angaben zu diesem Anlageprodukt sind dem Basisprospekt und den Endgültigen Bedingungen zu entnehmen. Diese können Sie bei der UniCredit Bank AG, Abteilung MMW1, Arabellastr. 12, D-81925 München, anfordern. Diese Information richtet sich nicht an natürliche oder juristische Personen, die aufgrund ihres Wohn- bzw. Geschäftssitzes einer ausländischen Rechtsordnung unterliegen, die für die Verbreitung derartiger Informationen Beschränkungen vorsieht. Insbesondere enthält diese Information weder ein Angebot noch eine Aufforderung zum Kauf von Wertpapieren an Staatsbürger der USA, Großbritanniens oder der Länder im Europäischen Wirtschaftsraum, in denen die Voraussetzungen für ein derartiges Angebot nicht erfüllt sind. Das Produktinformationsblatt kann Links zu Webseiten Dritter enthalten, deren Inhalte nicht von der UniCredit Bank AG kontrolliert werden. Daher wird für derartige Inhalte keine Haftung übernommen. XETRA® ist ein eingetragenes Markenzeichen der Deutschen Börse AG.

B.2 Kundenbroschüre

Für die erstellten Auszahlungsprofile in Kapitel 2 sind verschiedene Kundenbroschüren von [35] verwendet worden. Ein Beispiel solch einer Broschüre soll nun nachfolgend für eine Aktienanleihe Protect gegeben werden.

onemarkets

HVB AKTIENANLEIHE PROTECT

AUF DIE AKTIE DER DEUTSCHE LUFTHANSA AG

WKN HV5MU2 STAND 25. OKTOBER 2011

Sichern Sie sich jetzt mit der Deutschen Lufthansa attraktive Ertrags-Chancen

Wenn Sie von der zukünftigen Entwicklung des bekannten DAX®-Unternehmens Deutsche Lufthansa AG überzeugt sind, mögliche Kursverluste bis zu einer festgelegten Höhe aber abfedern möchten, dann sollten Sie sich die neue **HVB Aktienanleihe Protect** näher ansehen.

Denn mit dieser Anleihe der UniCredit Bank AG (HypoVereinsbank) erhalten Sie zum Laufzeitende nach 12 Monaten einen attraktiven Kupon in Höhe von 6,50 % p. a. Zusätzlich schützt eine Sicherheitsschwelle von 60 % zum Laufzeitende die Rückzahlung Ihres eingesetzten Nominalbetrags von EUR 1.000,– pro Anleihe.

DAS BESONDERE

- 6,50 % p. a. Kuponzahlung zum Laufzeitende.
- 60%-Sicherheitsschwelle schützt am Laufzeitende vor möglichen Aktienkursrückgängen.
- Kurze Laufzeit von 12 Monaten.

Diese Details sprechen für sich

Am Auflagedatum, dem 2. Dezember 2011, wird das Startniveau der Lufthansa-Aktie festgestellt und davon die 60%-Sicherheitsschwelle berechnet.

Schließt die Aktie am Stichtag, dem 29. November 2012, auf oder über dieser Schwelle, erhalten Sie am Fälligkeitstag den Nominalbetrag plus eine Kuponzahlung in Höhe von 6,50 % p. a. je Anleihe zurückgezahlt. Schließt sie unter 60 % ihres Startniveaus, dann erfolgt die Rückzahlung durch Lieferung von Lufthansa-Aktien. Hierbei sind Verluste möglich. Die genaue Aktien-Stückzahl pro Anleihe wird dabei bereits zu Laufzeitbeginn festgelegt und errechnet sich wie folgt: Nominalbetrag geteilt durch Aktien-Startniveau (Referenzpreis).

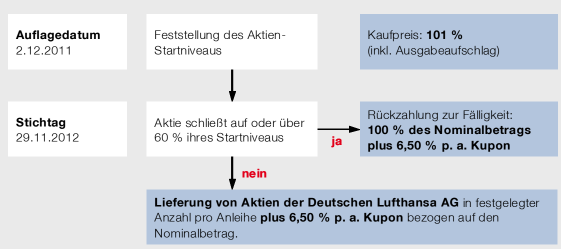
6,50 % p. a. Kupon nach 12 Monaten – mit der Lufthansa!

KATEGORIE	Anlageprodukt ohne Kapitalschutz
ANLAGEBEREICH	Aktien/Deutschland
MARKTERWARTUNG	seitwärts bewegend

Ein etwaiger Aktienbruchteil wird Ihnen ausgezahlt. Die Kuponzahlung von 6,50 % p. a. erhalten Sie zum Laufzeitende aber in jedem Fall.

Insgesamt ist Ihr Kapital 12 Monate investiert, wobei Sie die Anleihe unter normalen Marktbedingungen liquide börslich und außerbörslich zum aktuellen Kurs veräußern können.

Die Funktionsweise



HypoVereinsbank Member of UniCredit

So könnte die Zukunft aussehen

Folgende Beispiele unter Annahme eines Aktien-Startniveaus von EUR 10,– verdeutlichen die mögliche Entwicklung einer HVB Aktienanleihe Protect (Nominalbetrag EUR 1.000,–).

1. Zum Laufzeitende liegt die Aktie mit 5 % im Plus. Die Rückzahlung erfolgt zum vollen Nominalbetrag von EUR 1.000,– zuzüglich 6,50 % p. a. Kupon pro Anleihe.
2. Zum Laufzeitende liegt die Aktie mit 50 % im Plus. Auch hier erfolgt die Rückzahlung zum vollen Nominalbetrag von EUR 1.000,– zuzüglich 6,50 % p. a. Kupon pro Anleihe. Mit einem Direktinvestment in die Aktie wäre in diesem Fall ein höherer Ertrag erzielt worden.
3. Zum Laufzeitende liegt die Aktie mit 15 % im Minus. Die Rückzahlung erfolgt auch in diesem Fall zum vollen Nominalbetrag von EUR 1.000,– zuzüglich 6,50 % p. a. Kupon pro Anleihe.
4. Die Aktie liegt zum Laufzeitende mit 60 % im Minus. In diesem Fall erhalten Anleger 100 Aktien pro Anleihe geliefert (Nominalbetrag EUR 1.000,– geteilt durch Aktien-Startniveau EUR 10,–). Der Kurs pro Aktie beträgt zu diesem Zeitpunkt noch EUR 4,–. Der Gesamtwert liegt also bei EUR 400,–. Auch hier erfolgt die Kuponzahlung von 6,50 % p. a. bezogen auf den Nominalbetrag.

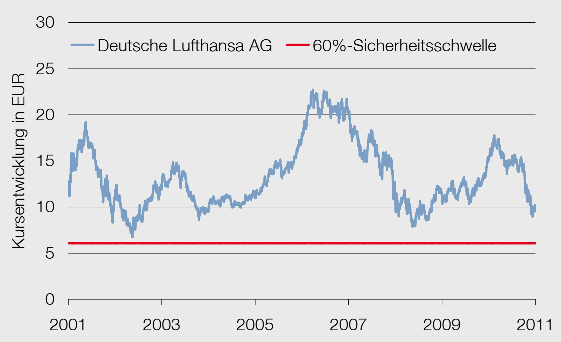
Lufthansa: Machen Sie sich ein Bild

Der Deutsche-Lufthansa-Konzern ist eine weltweit tätige Luftfahrt-Gruppe, bestehend aus rund 400 Tochter- und Beteiligungsunternehmen. Haupttätigkeitsfeld des Konzerns ist unter anderem die Durchführung von kontinentalen und internationalen Passagier- und Frachtflugleistungen. Mit ihren zum Lufthansa-Verbund gehörenden Fluglinien Lufthansa, SWISS, Austrian Airlines, bmi, Germanwings sowie den Beteiligungen an Brussels Airlines, JetBlue und SunExpress werden mehr als 283 Ziele in 105 Ländern und vier Kontinenten angeflogen. Die gesamte Lufthansa-Airlines-Flugzeugflotte umfasst mehr als 700 Flugzeuge mit einem Buchwert von rund EUR 11,8 Mrd. Des Weiteren baut Lufthansa die Kooperationen mit ihren Partnerfluglinien ständig aus. Vor allem die Star Alliance hat hier große Bedeutung. Die derzeit 27 Mitglieder in dem Luftfahrtbündnis fliegen global insgesamt 1.160 Ziele in 181 Ländern an. Der Konzern ist mit seinen insgesamt fünf Geschäftsfeldern Passage Airline Gruppe, LH Logistik, LH Technik, Catering und IT Services global aktiv und nimmt jeweils eine führende Marktposition in diesen Bereichen ein. Der weltweite Luftverkehr bleibt trotz vorübergehender Wachstumsabschwächung in 2012 mittelfristig ein Wachstumssektor.

Attraktive Absicherung für Sie

Für den Fall, dass sich die Aktie in den kommenden Monaten nach unten entwickelt, besteht zum Laufzeitende eine Sicherheitsschwelle von 60 %. Solange die Aktie zu diesem Zeitpunkt auf oder über 60 % ihres Startniveaus schließt, ist Ihnen die 100%ige Rückzahlung des Nominalbetrags sicher. Beispiel: Aktuell festgelegt (Stand 25. Oktober 2011), würde das Aktien-Startniveau bei EUR 10,13 und somit die 60%-Sicherheitsschwelle bei rund EUR 6,08 liegen.

Historische Aktienkursentwicklung



Dargestellter Zeitraum: 26.10.2001–25.10.2011 (Jahre jeweils vom 26.10.–25.10.). Die genannten Werte beziehen sich auf den Stand vom 25.10.2011. Die tatsächlichen Werte werden jedoch erst am 2.12.2011 festgestellt. Quelle: Bloomberg. Historische Betrachtungen stellen keinen verlässlichen Indikator für zukünftige Entwicklungen dar.

Vorteile

- 6,50 % p. a. Kuponzahlung zum Laufzeitende.
- 60%ige Sicherheitsschwelle schützt am Laufzeitende vor möglichen Aktienkursrückgängen.
- Kurze Laufzeit von 12 Monaten.
- Flexibel: Die Anleihe ist während der Laufzeit unter normalen Marktbedingungen börsentäglich liquide zum aktuellen Kurs handelbar.

Risiken & weitere Hinweise

- Der Investor trägt mit dem Kauf der Anleihe ein Aktienkursrisiko. Ein Verlust des eingesetzten Kapitals ist möglich.
- Die Ertragschance ist auf den Kupon in Höhe von 6,50 % p. a. bezogen auf den Nominalbetrag pro Anleihe begrenzt.
- Während der Laufzeit anfallende Dividenden stehen der Finanzierung des Ertragsmechanismus zur Verfügung und werden nicht an den Anleger ausgeschüttet. Dividendenzahlungen führen bei der Aktie zu einem Kursabschlag, was sich negativ auf den Anleihekurs auswirken kann.
- Die Anleihe ist während der Laufzeit Markteinflüssen (z. B. Aktienkursentwicklung, Zinsniveau, Volatilität, Dividendenerwartung, Bonitätseinschätzung der Emittentin) unterworfen. Kursverluste sind möglich. Der Kurs wird sich während der Laufzeit nicht auf dem Auszahlungsprofil bewegen. Dieses hat nur zum Laufzeitende Gültigkeit.
- Die Wertentwicklung der Anleihe entspricht nicht der Aktienkursentwicklung und kann sogar deutlich davon abweichen.
- Bei dem vorliegenden Produkt handelt es sich um eine Aktienanleihe. Im Falle einer Rückzahlung in Aktien werden die Anschaffungskosten der Anleihe steuerlich als Anschaffungskosten der Aktien betrachtet. Eine Rückzahlung in Aktien führt nicht zur Realisierung von Verlusten, die steuerlich berücksichtigt werden können, sondern erst die Veräußerung der Aktien. Realisierte Verluste sind steuerlich nur gegen Aktiengewinne verrechenbar.
- Bei einem Verkauf während der Laufzeit sind Verluste möglich.
- Die Anleihe ist eine Inhaberschuldverschreibung, d. h. der Anleger trägt mit dem Kauf der Anleihe ein Emittentenrisiko. Bei einem Ausfall der Emittentin kann es daher unabhängig von der Entwicklung des Basiswertes zu Verlusten bis hin zum Totalverlust kommen. Als Inhaberschuldverschreibung unterliegt die Anleihe nicht der Einlagensicherung.
- Bei Kauf und Verkauf der Anleihe während der Laufzeit wird der Kupon als Stückzins ausgewiesen.
- Alle Ertrags- und Kuponangaben beziehen sich auf den Nominalbetrag von EUR 1.000,–. Mit einer Investition können Kosten wie z. B. Ausgabeaufschlag, Depotgebühren und Transaktionskosten verbunden sein, welche sich ertragsmindernd auswirken. Die genaue Höhe können Sie bei Ihrer Bank erfragen. Exemplarische Werte finden Sie in der Tabelle „Zahlen, Daten, Fakten“.

Steuerliche Behandlung

Die steuerliche Behandlung hängt von den persönlichen Verhältnissen des jeweiligen Kunden ab und kann künftigen Änderungen unterworfen sein.

Informationen zur steuerlichen Behandlung dieses Produkts finden Sie im Steuer-Infoblatt unter: www.onemarkets.de/Steuerinfo.

Zur Klärung von individuellen steuerlichen Fragen empfehlen wir, den Rat eines steuerlichen Beraters einzuholen.

Strukturierte Anlageprodukte der HypoVereinsbank tragen das Gütesiegel des Deutschen Derivate Verbands. Sie erfüllen den Derivate Kodex und bieten so dem Anleger Transparenz.

Die HypoVereinsbank onemarkets belegte beim Zertifikate-Preis des Jahres 2011 den 1. Platz in der Kategorie „Servicequalität“. Ausgezeichnet von FOCUS-MONEY 3/2011.

ZAHLEN, DATEN, FAKTEN

Name	HVB Aktienanleihe Protect
Emittentin	UniCredit Bank AG Aktuelle Informationen zur Bonitätseinschätzung (Rating) der UniCredit Bank AG finden Sie unter www.hvb.de (Investor Relations).
Basiswert	Deutsche Lufthansa AG, ISIN DE0008232125
Typ	Inhaberschuldverschreibung
Zeichnungsfrist	7.11.–2.12.2011 (14 Uhr), vorbehaltlich einer vorzeitigen Schließung
Primärvaluta	6.12.2011
Fälligkeit	6.12.2012
Anfänglicher Verkaufspreis	101 % (inkl. 1 % Ausgabeaufschlag)*
Stückelung/Nominalbetrag	EUR 1.000,–
Referenzpreis	Offizieller XETRA®-Schlussauktionskurs des Basiswertes vom 2.12.2011
Sicherheitsschwelle	60 % vom Referenzpreis
Feststellungstag	29.11.2012
Rückzahlung	1) Wenn der offizielle Schlusskurs des Basiswertes am Feststellungstag auf oder über der Sicherheitsschwelle liegt, wird die Anleihe zu 100 % des Nominalbetrags zurückgezahlt. 2) Wenn der offizielle Schlusskurs des Basiswertes am Feststellungstag unterhalb der Sicherheitsschwelle liegt, erfolgt die Lieferung von Aktien der Deutschen Lufthansa AG in festgelegter Anzahl je Nominalbetrag. Ein etwaiger Aktienbruchteil wird ausgezahlt. Wobei: $\text{Festgelegte Anzahl} = \frac{\text{Nominalbetrag EUR 1.000,–}}{\text{Referenzpreis}}$
Kupon	6,50 % p. a.
Zinszahlungstag	6.12.2012
Zinsmethode	Act./Act. ISDA (unadjusted, following) Jeder Monat und jedes Jahr werden taggenau berechnet. Fällt der Zinszahlungstag auf einen Nichtbankarbeitstag, dann erfolgt die Zinsberechnung nur bis zum Nichtbankarbeitstag. Die Zinszahlung erfolgt am nächsten Bankarbeitstag.
Börseneinführung	20. Dezember 2011 Freiverkehr der Frankfurter Wertpapierbörse (XETRA®) Freiverkehr der Baden-Württembergischen Wertpapierbörse, Stuttgart
WKN, ISIN	HV5MU2, DE000HV5MU27
Evtl. Verwahr- und Transaktionskosten	Beispielhafte Angaben gemäß Preis- und Leistungsverzeichnis der UniCredit Bank AG: Depotgebühren: jährlich 1,50 ‰ vom Kurswert, Grundpreis mind. EUR 18,40 inkl. MwSt. Transaktionskosten bei Veräußerung: Festpreis durch UniCredit Bank AG bzw. Verkaufsprovision börslich 0,50 % vom Kurswert, mind. EUR 30,–. Die genaue Höhe der für Sie relevanten Kosten können Sie bei Ihrer jeweiligen Bank erfragen.

*Die Emittentin zahlt an ihre eigene Vertriebsabteilung bzw. an andere Vertriebspartner (nachfolgend jeweils „Vertriebsstelle"), von denen Investoren das oben beschriebene Produkt (nachfolgend „Wertpapier") beziehen, eine Platzierungsprovision von 1 % des Nominalbetrags pro Anleihe als einmalige Vertriebsvergütung oder gewährt der Vertriebsstelle alternativ bei deren (Zwischen-) Erwerb des Wertpapiers einen Preisabschlag von 1 % des Nominalbetrags pro Anleihe. Zusätzlich kann die Vertriebsstelle vom Investor einen Ausgabeaufschlag für jedes verkaufte Wertpapier in Höhe von 1 % des Nominalbetrags pro Anleihe verlangen. Nähere Informationen zu den Vergütungen und Abschlägen erhalten Investoren und Interessenten auf Anfrage direkt bei ihrer Vertriebsstelle.

NOCH FRAGEN?

Unser **Experten-Team** steht Ihnen gerne zur Verfügung:

- InfoLine: +49 (0)89 378 17 466
- E-Mail: onemarkets@unicreditgroup.de

Weitere Informationen erhalten Sie auch unter

- www.onemarkets.de

Anhang C

Daten-CD

Auf der beigefügten CD sind alle Programmcodes gespeichert, die für die Berechnungen in Kapitel 4 benötigt wurden. Sie befindet sich in der CD-Tasche im Innen-Cover.

Literaturverzeichnis

[1] Baum, G./ Reiter, J./ Methner, O. (2009). *Abkassiert: Die skandalösen Methoden der Finanzbranche; Rowohlt, Hamburg*

[2] Baumeister, J. (14.11.2009). *Numerische Methoden der Finanzmathematik*

[3] Bayer, S. *Finanzplanung: Was ist ein Zertifikat? - Laufzeit eines Zertifikats; VNR Verlag für die Deutsche Wirtschaft AG*
http://www.experto.de/b2c/finanzen/geld-sparen/finanzplanung-was-ist-ein-zertifikat.html Stand: 12.07.2011

[4] Becker, M. (08.03.2007). *Index-Fonds: Transparenz mit Risiken - Oft mit begrenzter Laufzeit; Focus Online*
http://www.focus.de/finanzen/boerse/fonds/index-fonds/index-zertifikate_aid_20662.html Stand: 16.07.2011

[5] D'Inka, W./ Kohler B. und weitere. *Zertifikat; Frankfurter Allgemeine Zeitung*
http://boersenlexikon.faz.net/zertifik.htm Stand: 12.07.2011

[6] Geissler, M. (2010). *Börse für jedermann: Für Neueinsteiger und Fortgeschrittene; Linde, Wien*

[7] Han, Y./ Peng, B. (2004). *A STUDY ON THE BINARY OPTION MODEL AND ITS PRICING: Proceedings of the Academy of Accounting and Financial Studies, Volume 9, Number 1,* S. 72 - 74

[8] Irle, A. (2003). *Finanzmathematik: Die Bewertung von Derivaten; Teubner, Stuttgart*

[9] Korn, E. und R. *Optionsbewertung*

[10] Korn R. (2007). *Faszination Finanzmathematik: Probleme, Methodik und Prinzipien; Springer*

[11] Kühn, S. (2009). *Leben ohne Bankberater: Gut informiert - sicher im Online-Banking - finanziell selbstbestimmt; Linde, Wien*

[12] Löhndorf, N./ Naumann, S. (2010). *Zertifikate Reloaded: Transparenz, Vertrauen, Rendite - eine Anlageklasse positioniert sich neu; Gabler, Wiesbaden*

[13] Luther, T. (2007). *Fonds: Basiswissen für Einsteiger; by Stiftung Warentest, Berlin*

[14] Neusel, T./ Drabe, K. und weitere. (2009). *Geld anlegen - aber sicher: Chancen und Risiken von Anlageformen; Linde, Wien*

[15] Ochs, G. (09.03.2007). *Die Black-Scholes-Formel*

[16] Oestereichische Nationalbank (1999). *Leitfadenreihe zum Marktrisiko Band 4: Berücksichtigung von Optionsrisiken; Oestereichische Nationalbank*

[17] Paulsen, V. (WS 2009/2010 und SS 2010). *Handschriftliche Vorlesungsmitschrift Finanzmathematik I und II; WWU Münster*

[18] Paulsen, V. (17.09.2009). *Zur Bewertung von Derivaten: Eine Einführung*

[19] Pilz, G. (2007). *Aktien: Grundlagen, Bewertung und Strategien; Deutscher Taschenbuch Verlag, München*

[20] Rank, J. (17.11.2000). *Stochastische Prozesse in der Finanzmathematik*

[21] Ratgeber von Finanztest (2008). *Sicher anlegen in der Krise: Was Sparer und Anleger jetzt wissen wollen; by Stiftung Warentest, Berlin*

[22] Winkler, D. (2006). *Profi-Handbuch Zertifikate: Die moderne Form der Geldanlage; Walhalla, Regensburg, Berlin*

[23] Unbekannter Verfasser *Index-Zertifikate: Einleitung: Gestreutes Risiko, höhere Rendite, finanzen.net*
http://www.finanzen.net/zertifikate/zertifikate_wissen.asp?stTyp=index
Stand: 15.07.2011

[24] Unbekannter Verfasser (19.09.2010). *Mit Basket-Zertifikaten gezielt investieren: Alles in einem Korb; Weimer Media Group* http://www.boerse-am-sonntag.de/artikel/spezial//2525_Mit_Basket-Zertifikaten_gezielt_investieren.html Stand: 08.09.2011

[25] Unbekannter Verfasser *Neue Steuerregeln ab 2009: Verfallstag: Fälligkeit, Laufzeit, letzter Handelstag - welches Datum zählt?; BörseGo*
http://www.godmode-trader.de/wissen/index.php/Anlagezertifikate:Steuern_und_Zertifikate#Verfallstag:_ F.C3.A4lligkeit.2C_Laufzeit.2C_letzter_Handelstag_.E2.80.93_welches_Datum_z.C3.A4hlt.3F Stand: 26.10.2011

[26] Unbekannter Verfasser *Zertifikate: Basket-Zertifikate, Bonuszertifikate, Discountzertifikate, Aktienzertifikate und Indexzertifikate; by wertpapierdepot.net* http://www.wertpapierdepot.net/zertifikate/ Stand: 14.07.2011

[27] Unbekannter Verfasser *Zertifikate: Basketzertifikate - Grundlagen - Basket-Zertifikate; finanztip.de* http://www.finanztip.de/recht/bank/basketzertifikate-grundlagen.htm Stand: 08.09.2011

[28] Unbekannter Verfasser *Zertifikate; Fachgruppe Geld* http://www.fachgruppe-geld.de/artikel/270 Stand: 16.08.2011

[29] Unbekannter Verfasser *Zertifikate; Fachgruppe Geld* http://www.fachgruppe-geld.de/kategorien/41 Stand: 13.12.2011

[30] Unbekannter Verfasser *Vorteile von Zertifikaten; HW / treasury* http://www.hw-treasury.de/index.php/zertifikate/54-vorteile-von-zertifikaten Stand: 26.08.2011

[31] Unbekannter Verfasser *Was sind Zertifikate - Grundlagen und Wissenswertes; HW / treasury* http://www.hw-treasury.de/index.php/zertifikate/48-was-sind-zertifikate-grundlagen-und-wissenswertes Stand: 12.07.2011

[32] http://de.euribor-rates.eu/aktuelle-euribor-werte.asp

[33] http://de.euribor-rates.eu/eonia.asp

[34] http://www.onvista.de/zertifikate/vola-rankings.html

[35] http://www.onemarkets.de/de/produkte/zeichnungsprodukte.html

[36] *E-Mail Kontakt mit Thomas Liegl von der Verlagsgruppe Handelsblatt GmbH & Co. KG AG Duesseldorf HRA 20950* Stand: 09.03.2012

Danksagung

Ich möchte mich ganz herzlich bei Privatdozent Dr. Volkert Paulsen für die Betreuung dieser Arbeit bedanken und, dass zu jeder Zeit Termine für Besprechungen möglich waren.

Erklärung der Urheberschaft

Gemäß §21 Abs. 6 der Diplomprüfungsordnung für den Studiengang Mathematik der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster vom 15. Juli 1998 versichere ich, dass ich die vorliegende Diplomarbeit selbstständig verfasst, und keine anderen, als die im Literaturverzeichnis angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Hamm, den 28. August 2012 Kerstin Brauner