Übungen

Abgabetermin: Dienstag, 08.05.2007, 10:15 Uhr

Aufgabe 13. (4 Punkte)
Sei f eine messbare numerische Funktion auf einem Maßraum $(\Omega, \mathfrak{A}, \mu)$. Zeigen Sie, dass folgende Aussagen äquivalent sind:

(i) f ist integrierbar.

(ii) $|f|$ ist integrierbar.

(iii) Es gibt eine integrierbare Funktion g mit $|f| \leq g$.

Aufgabe 14. (4 Punkte)
Sei μ ein Maß auf $(\mathbb{R}, \mathfrak{B})$ und $f : (\mathbb{R}, \mathfrak{B}) \to (\mathbb{R}, \mathfrak{B})$ eine integrierbare numerische Funktion. Zeigen Sie, dass aus

$$\int\limits_{[a,b]} f \mathrm{d}\mu = 0 \text{ für alle } a, b \in \mathbb{R}, a < b$$

schon $f = 0$ μ-fast überall folgt.