

## Übungen

Abgabetermin: Dienstag, 08.05.2007, 10:15 Uhr

### Aufgabe 13. (4 Punkte)

Sei  $f$  eine messbare numerische Funktion auf einem Maßraum  $(\Omega, \mathfrak{A}, \mu)$ . Zeigen Sie, dass folgende Aussagen äquivalent sind:

- (i)  $f$  ist integrierbar.
- (ii)  $|f|$  ist integrierbar.
- (iii) Es gibt eine integrierbare Funktion  $g$  mit  $|f| \leq g$ .

### Aufgabe 14. (4 Punkte)

Sei  $\mu$  ein Maß auf  $(\mathbb{R}, \mathfrak{B})$  und  $f : (\mathbb{R}, \mathfrak{B}) \rightarrow (\mathbb{R}, \mathfrak{B})$  eine integrierbare numerische Funktion. Zeigen Sie, dass aus

$$\int_{[a,b]} f d\mu = 0 \text{ für alle } a, b \in \mathbb{R}, a < b$$

schon  $f = 0$   $\mu$ -fast überall folgt.