

Übungen

Abgabetermin: Dienstag 02.02.15, 12:15 Uhr, Briefkasten 146

Aufgabe 1 (3 Punkte)

Geben Sie ein Beispiel für einen explodierenden MSP.

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Gegeben sei ein MSP mit Zustandsraum \mathbb{N} . Die Übergangsrate von i nach $i + 1$ sei $i\lambda$, $\lambda > 0$, und 0 sonst.

- Zeigen Sie, dass der MSP eindeutig bestimmt ist.
- Bestimmen Sie $p_{1j}(t)$, $j \geq 1$, und $p_{ij}(t)$, $j \geq i \geq 1$, für $t \geq 0$.

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Gegeben sei eine Population, bestehend aus *Männchen* und *Weibchen*. In einem Zeitintervall t findet eine Paarung mit Wahrscheinlichkeit $\lambda t + o(t)$, $t \rightarrow 0$, statt. Bei einer Paarung wird augenblicklich gleichwahrscheinlich ein Männchen oder ein Weibchen geboren. Sei $N_1(t)$ und $N_2(t)$ die Anzahl an Männchen und Weibchen in der Population zum Zeitpunkt t . Bestimmen Sie die Parameter des MSP $(N_1(t), N_2(t))_{t \geq 0}$.

Aufgabe 4 (5 Punkte)

Gegeben sei eine Population bestehend m Individuen, von denen eines *infiziert* ist und die restlichen *gesund* sind. In einem Zeitintervall t haben zwei Individuen aus der Population Kontakt mit Wahrscheinlichkeit $\lambda t + o(t)$, $t \rightarrow 0$. Bei Kontakt mit einem infizierten Individuum infiziert sich ein gesundes Individuum. Einmal infiziert, bleibt ein Individuum infiziert. Geben Sie die Parameter des Prozesses an. Wie lange dauert es im Mittel bis sich die ganze Population infiziert hat?