

Übungen zur Finanzmathematik¹

Abgabetermin: Freitag, 13. November 2015, 12 Uhr. Briefkasten: 140, 148 bzw. 150

Bitte geben Sie auf jedem Lösungsblatt Ihren Namen und Ihre Übungsgruppe an.

Aufgabe 1

(5 Punkte)

Betrachten Sie das Trinomialmodell (Blatt 3, Aufgabe 1) mit $S_0 = 125$, $u = 1.2$, $m = 0.9$, $d = 0.8$ und $r = 0.1$. Berechnen Sie alle arbitragefreien Preise für einen Call bzw. Put zur Maturität $T = 1$ und Strike $K = 100$.

Aufgabe 2

(5 Punkte)

Es bezeichne $\bar{S} = (S^0, S)$ einen arbitragefreien Finanzmarkt und $\mathbf{Q} \in \mathcal{M}^0$ ein Bewertungsmaß, d.h. jedem Derivat C wird der Preis $\mathbf{E}^{\mathbf{Q}}[C]$ zugeordnet (vorausgesetzt der Wert ist endlich).

- (a) Geben Sie eine Formel für den undiskontierten Wert einer Option mit Ausschüttung \mathcal{C} zur Zeit T bei Verwendung des Bewertungsmaßes \mathbf{Q} an.
- (b) Arbeitet man nun mit dem Numeraire S^d , so erhält man andere äquivalente Martingalmaße. Welches Bewertungsmaß $\mathbf{Q}^* \in \mathcal{M}^d$ liefert die gleichen Preise bei der Bewertung?

Aufgabe 3

(5 Punkte)

Sei $\bar{S} = (S^0, S)$ ein arbitragefreier vollständiger Finanzmarkt mit Numeraire. Zeigen Sie, dass für jede Familie $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$ paarweise disjunkter Mengen aus \mathcal{F} ein $N \in \mathbb{N}$ existiert, sodass für alle $n \geq N$ bereits $\mathbf{P}(A_n) = 0$ gilt.

Aufgabe 4

(5 Punkte)

Betrachten Sie das arbitragefreie Binomialmodell aus der Vorlesung. Sei $(v_t)_{t \in \{0, \dots, T\}}$ der diskontierte (\mathcal{F}_t) -adaptierte Preisprozess eines Derivats C . Geben Sie eine selbstfinanzierende Handelsstrategie $\bar{H} = (H_t^0, H_t)_{t \in \{1, \dots, T\}}$ an, sodass für jedes $t \in \{0, \dots, T\}$

$$V_t(\bar{H}) = v_t$$

gilt. Nutzen Sie hierbei die Zufallsvariablen $\Delta_t : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ mit $t = 1, \dots, T$ gegeben durch

$$\Delta_t(\omega) = v_t(\omega_1, \dots, \omega_{t-1}, u, \omega_{t+1}, \dots, \omega_T) - v_t(\omega_1, \dots, \omega_{t-1}, d, \omega_{t+1}, \dots, \omega_T).$$

¹Die Übungsaufgaben sowie weitere Informationen zur Vorlesung finden sie auf der Internetseite:
<http://wwwmath.uni-muenster.de/statistik/lehre/WS1516/FiMa>