Übungen

Abgabetermin: Freitag, 7.11.2014, 12 Uhr

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Gegeben sei eine Urne mit N Kugeln, die von 1 bis N durchnummeriert sind, wobei $N \in \mathbb{N}$ unbekannt sei. Es werden n Kugeln mit Zurücklegen gezogen und die zugehörigen Nummern $X_1, \ldots, X_n$ notiert. Beschreiben Sie die Situation durch ein statistisches Experiment.

(i) Bestimmen Sie einen Schätzer für N nach der Momentenmethode.

(ii) Bestimmen Sie einen Maximum-Likelihood-Schätzer $\hat{N}_{ML}$ für N, und berechnen Sie $\mathbb{E}_N[\hat{N}_{ML}]$.

Aufgabe 2 (4 Punkte)
Für $n \geq 2$ seien $X_1, \ldots, X_n$ unabhängig und identisch gemäß der Dichte

$$h_{\mu,\sigma^2}(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\log(x)-\mu)^2} \mathbb{1}_{(0,\infty)}(x),$$

$\mu \in \mathbb{R}$, $\sigma^2 > 0$, verteilt (Lognormalverteilung). Bestimmen Sie den Momentenschätzer für μ und σ^2.

Aufgabe 3 (4 Punkte)
Für $n \geq 2$ seien $X_1, \ldots, X_n$ unabhängig und identisch gemäß der Dichte

$$h_{\mu,\sigma^2}(x) = \frac{1}{\sigma} e^{-\frac{x-\mu}{\sigma}} \mathbb{1}_{[\mu,\infty)}(x),$$

$\mu \in \mathbb{R}$, $\sigma^2 > 0$, verteilt. Bestimmen Sie einen Maximum-Likelihood-Schätzer für (μ, σ^2).

Aufgabe 4 (4 Punkte)
Für $n \geq 2$ seien $X_1, \ldots, X_n$ unabhängig und identisch gemäß der Gleichverteilung auf $[\theta_1, \theta_2]$, $\theta_1, \theta_2 \in \mathbb{R}$, $\theta_1 < \theta_2$, verteilte Zufallsvariablen.

(i) Schätzen Sie θ_1 und θ_2 mit der Maximum-Likelihood-Methode.

(ii) Schätzen Sie θ_1 und θ_2 mit der Spacings-Methode.