Übungen zur Vorlesung Stochastische Analysis

Wintersemester 2013/14

PD Dr. V. Paulsen **Blatt 03** **29.10.2013**

Aufgabe 1: Das Ruinproblem beim Wiener-Prozess mit Drift 4 Punkte

Zu einem Wiener-Prozess W und einer Drift $c \in \mathbb{R}$ mit $c \neq 0$ kann der Wiener-Prozess mit Drift definiert werden durch $X_t = W_t + ct$ für alle $t \geq 0$. Berechnen Sie für $a, b > 0$ die Wahrscheinlichkeit, dass X die Schwelle $-a$ vor b erreicht. Dies ist also $\mathbb{P}(\tau_{-a} < \tau_b)$, wobei

$$\tau_x = \inf\{t \geq 0 : X_t = x\}$$

für jedes $x \in \mathbb{R}$ bezeichnet.

Hinweis: Sie können eine Argumentation über Optional Sampling durchführen. Was für Martingale kennen Sie?

Berchnen Sie weiter $\mathbb{E}\tau$ für $\tau = \tau_{-a} \wedge \tau_b$.

Aufgabe 2: Halbringeigenschaft 4 Punkte

Zeigen Sie, dass die Menge der previsiblen Rechtecke einen Halbring bildet.

Aufgabe 3: 4 Punkte

Gegeben seien ein filtrierter Wahrscheinlichkeitsraum und Stoppzeiten σ, τ mit $\sigma \leq \tau$, die nur endlich viele Werte annehmen können. Zeigen Sie, dass das stochastische Intervall $(\sigma, \tau]$ eine endliche Vereinigung von previsiblen Rechtecken ist.

Aufgabe 4: 4 Punkte

Zeigen Sie, dass jeder previsible Prozess auch progressiv messbar ist.

Abgabe: Die. 05.11.2013 bis spätestens 11.00 im Fach 135

Besprechung: Mittwoch, den 06.11.2013. 12.00-14.00 SR2