

Übungen

Abgabetermin: Dienstag, 19.10.2010, 10 Uhr

THEMEN: Wahrscheinlichkeitsräume, σ -Algebren, Wahrscheinlichkeitsmaße

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Sei \mathcal{A} eine σ -Algebra über einer Menge $\Omega \neq \emptyset$. Folgern Sie aus den in Definition 3.1.3 genannten Axiomen, dass

- (i) $\emptyset \in \mathcal{A}$
- (ii) $A_1, \dots, A_N \in \mathcal{A} \implies \bigcup_{i=1}^N A_i \in \mathcal{A}$
- (iii) $A_1, \dots, A_N \in \mathcal{A} \implies \bigcap_{i=1}^N A_i \in \mathcal{A}$ und auch $A_1, A_2, \dots \in \mathcal{A} \implies \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathcal{A}$
- (iv) $A, B \in \mathcal{A} \implies A \setminus B \in \mathcal{A}$

gilt.

Hinweis: Es gilt allgemein für $A_1, A_2, \dots \in \mathcal{A}$, dass $(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i)^c = \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i^c$.

Aufgabe 2 (5 Punkte)

In einem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ seien drei Ereignisse E_1, E_2 und E_3 gegeben.

- (i) Beschreiben Sie die folgenden umgangssprachlich formulierten Ereignisse mengentheoretisch:
 - A $\hat{=}$ Mindestens eines der Ereignisse tritt ein.
 - B $\hat{=}$ Keines der Ereignisse tritt ein.
 - C $\hat{=}$ Nur E_3 , aber keines der anderen Ereignisse tritt ein.
 - D $\hat{=}$ Genau eines der Ereignisse tritt ein.
- (ii) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse A, B und C für den Fall, dass $E_1 \subset (E_2 \cap E_3)$ und $\mathbb{P}(E_1) = \frac{1}{6}$, $\mathbb{P}(E_2) = \mathbb{P}(E_3) = \frac{2}{3}$, $\mathbb{P}(E_2 \cap E_3) = \frac{1}{3}$ gilt.

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Sei $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ und \mathcal{A} eine σ -Algebra über Ω . Zeigen Sie mit den Ergebnissen aus Aufgabe 1 und den in Definition 3.1.3 genannten Axiomen:

- (i) Wenn \mathcal{A} die Mengen $\{1, 2, 3\}$, $\{2, 4\}$ und $\{3, 5\}$ enthält, dann enthält \mathcal{A} auch jede einelementige Teilmenge von Ω .
- (ii) Die kleinste σ -Algebra \mathcal{A} , welche die Mengen $\{2, 4\}$ und $\{3, 5\}$ enthält, besteht aus acht Elementen und enthält keine einelementige Teilmenge von Ω .

Bitte wenden.

<http://wwwmath.uni-muenster.de/statistik/lehre/WS1011/Stochastik/>

- Übungsbeginn:** Donnerstag 21.10.2010
- Übungsgruppen:** Tragen Sie sich bis zum 15.10. im Kursbuchungssystem des Fachbereichs
<https://wwwmath.uni-muenster.de:16032/KursBuchungen/>
in die Übung ihrer Wahl ein.
- Briefkästen:** Welcher Abgabekasten zu Ihrer Übung gehört, erfahren Sie ab dem 18.10., abends, auf der Homepage.
- Aufgabenblätter:** Die Aufgabenblätter werden jeweils dienstags zur Vorlesungszeit ins Internet gestellt.
- Klausur:** Hinreichend für die Zulassung zur Klausur sind 50% der auf den Übungsblättern erreichbaren Punkte.
- Übungsschein:** Für den Erwerb des Scheins ist das Bestehen der Klausur notwendig.
- Sprechstunden:** Prof. M. Löwe: Do. 15–16 Uhr, Zimmer 214