Übungen zur Vorlesung Finanzmathematik

Wintersemester 2010/11

PD Dr. V. Paulsen **Blatt 12** **18.01.2011**

Aufgabe 1: 4 Punkte

Sei $(S_t)_{t\geq 0}$ ein geometrischer Wiener-Prozess mit Startpunkt 1. Zeigen Sie:

$(S_t^\alpha)_{t\geq 0}$ ist ein Martingal genau dann, wenn $\alpha = 1 - \frac{2\mu}{\sigma^2}$.

Aufgabe 2: 4 Punkte

Benutzen Sie Aufgabe 1 und das Optional Sampling Theorem zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit, dass ein geometrischer Wiener-Prozeß mit Startpunkt 1 b vor a erreicht, wobei $a < 1 < b$ gilt.

Aufgabe 3: 4 Punkte

Sei $(S_t)_{t\geq 0}$ ein geometrischer Wiener-Prozess mit Startpunkt 1. Berechnen Sie $\mathbb{E}S_t$ und $\mathrm{Var}S_t$ für alle $t \geq 0$.

Aufgabe 4: 4 Punkte

Sei $(W_t)_{t\geq 0}$ ein Wiener-Prozess. Zeigen Sie, dass das Ereignis

$$A = \{\omega \in \Omega : \text{Für alle } \epsilon > 0 \text{ gibt es eine streng monoton fallende Folge } (t_n)_{n\in\mathbb{N}} \text{ in } (0,\epsilon), \text{ so dass } W_{t_{2k-1}}(\omega) < -\sqrt{t_{2k-1}} \text{ und } W_{t_{2k}}(\omega) > \sqrt{t_{2k}} \text{ für } k \in \mathbb{N}\}$$

die Wahrscheinlichkeit $\mathbb{P}(A) = 1$ hat.

Besprechung: Am Mittwoch, den 26.01.2011. 12.00-14.00 M4

Abgabe: bis spätestens Mo 24.01.2010 11.00 Uhr in Fach Nr. 43 .