

Übungen zur Vorlesung Finanzmathematik

Wintersemester 2010/11

PD Dr. V. Paulsen

Blatt 7

29.11.2010

Aufgabe 1:

4 Punkte

Wir betrachten ein Finanzmarktmodell bestehend aus zwei Aktien über N Perioden. Beide Aktien haben den gleichen Anfangspreis. Ausgehend von einem Anfangskapital $x > 0$ investieren Sie am Anfang in Aktie 1 und wechseln zu Aktie 2 zu dem Zeitpunkt, an dem diese billiger ist als die erste Aktie. Formulieren Sie dies als Handelsstrategie. Ist diese selbstfinanzierend? Wie entwickelt sich der Vermögensprozess dieser Handelsstrategie?

Aufgabe 2:

4 Punkte

Zeigen Sie die Äquivalenz der folgenden Aussagen in einem Finanzmarktmodell über N Perioden bei d risikobehafteten Finanzgütern mit Preisprozess $S = (S_1, \dots, S_d)$.

1. Es gibt eine Arbitragemöglichkeit.
2. Es gibt eine Periode n und einen \mathfrak{F}_{n-1} messbaren d -dimensionalen Zufallsvektor K derart, dass $\langle K, \Delta S^*(n) \rangle \geq 0$ und $\mathbb{P}(\langle K, \Delta S^*(n) \rangle > 0) > 0$.

Die zweite Aussage besagt, dass durch Handeln in der n -ten Periode ein sicherer Gewinn möglich ist.

Aufgabe 3:

4 Punkte

Zeigen Sie die folgende elementare Version des Minkowskischen Trennungssatzes. Sei \mathfrak{C} eine nichtleere konvexe Teilmenge des \mathbb{R}^n mit $0 \notin \mathfrak{C}$. Dann gibt es ein $\eta \in \mathbb{R}^n$ mit

$$\langle \eta, x \rangle \geq 0 \text{ für alle } x \in \mathfrak{C}$$

und

$$\langle \eta, x_0 \rangle > 0 \text{ für zumindest ein } x_0 \in \mathfrak{C}$$

η bestimmt eine trennende Hyperebene.

Aufgabe 4:

4 Punkte

Bestimmen Sie den Anfangspreis der Aktienanleihe auf Eon und RWE, siehe Blatt 01, indem Sie ein risikoneutrales CRR Modell für zwei Aktien anpassen. Die Korrelation der Aufwärtssprünge ist dabei ein weiterer freier Parameter. Bestimmen Sie numerisch für jede mögliche Korrelation den dazugehörigen Anfangspreis. Gehen Sie von einer Volatilität von 40% für beide Aktien aus.

Besprechung: Am Mittwoch, dem 08.12.2010. 12.00-14.00 M4

Abgabe: bis spätestens Mo 06.12.2010 11.00 Uhr in Fach Nr. 43 .