

Übungen zur Vorlesung Finanzmathematik

Wintersemester 2010/11

PD Dr. V. Paulsen

Blatt 3

02.11.2010

Aufgabe 1:

4 Punkte

In einem Black-Scholes Modell mit Drift μ und Volatilität σ bezeichne S den Aktienpreisprozeß. Berechnen Sie $\mathbb{E}S_t, \text{Var}S_t$ für $t \geq 0$.

Aufgabe 2:

4 Punkte

1. Berechnen Sie in einem Black-Scholes Modell mit Volatilität $\sigma = 0.3$ und Zinsrate $r = 1.5\%$ den Anfangspreis der Lufthansa Aktienanleihe, siehe Aufgabe 4 Blatt 2.
2. Plotten Sie den Anfangspreis der Lufthansa Aktienanleihe als Funktion der Volatilität. Was stellen Sie fest? Wie können Sie den qualitativen Verlauf ökonomisch bzw. mathematisch erklären.
3. Bestimmen Sie die implizite Volatilität, i.e. dasjenige σ , so dass die Aktienanleihe Pari, d.h. zu 100 bewertet wird.

Aufgabe 3:

4 Punkte

Berechnen Sie den Preis der Garant Anleihe aus Blatt 2 Aufgabe 1, indem Sie mittels einer Monte-Carlo Simulation den Erwartungswert der abdiskontierten Derivatauszahlung in einem risikoneutralen Black-Scholes Modell bestimmen. Gehen Sie hierbei von $\sigma = 0.4$ und $r = 1.5\%$ aus.

Aufgabe 4: Herleitung der BS-Callformel

4 Punkte

Sei S der Aktienpreisprozeß in einem risikoneutralen Black-Scholes Modell mit Volatilität σ und Zinsrate r . Zu einer Laufzeit T führe ein Wahrscheinlichkeitsmaß \mathbb{P}_1 auf $\sigma(S_T)$ ein durch

$$\mathbb{P}_1(S_T \in A) = \int_{S_T \in A} L_T dP$$

für jede Borelsche Menge A mit $L_T = e^{-rT}S(T)/S(0)$. Zeigen Sie, dass $\log(S(T)/S(0))$ bezüglich \mathbb{P}_1 verteilt ist wie eine $N((r + \frac{1}{2}\sigma^2)T, \sigma^2T)$ Verteilung. Benutzen Sie dies zur Herleitung der Black-Scholes Formel für den Call.

Besprechung: Am Mittwoch, dem 10.11.2010. 12.00-14.00 M4

Abgabe: bis spätestens Mo 08.11.2010 11.00 Uhr in Fach Nr. 43 .