

Übungen zur Vorlesung Finanzmathematik

Wintersemester 2010/11

PD Dr. V. Paulsen

Blatt 2

25.10.2010

Aufgabe 1:

4 Punkte

Analysieren Sie die Garantanleihe (siehe beigefügter Verkaufsprospekt)

Folgende Punkte können Sie dabei untersuchen:

- Bestimmung der Auszahlungsfunktion sowie deren graphische Darstellung,
- Analyse der Risiken,
- Geben Sie eine sinnvolle Zerlegung dieses strukturierten Zertifikates in seine Bestandteile an. Anders ausgedrückt: wie kann die Auszahlung durch ein geeignetes Portfolio von Derivaten repliziert werden?
- Wie können Sie dies zu einer Bewertung der Garantanleihe nutzen?

Aufgabe 2:

4 Punkte

Wir betrachten ein Basisfinanzgut mit Anfangspreis S_0 über eine Laufzeit T . Bezüglich einer Barriere β mit $\beta < S_0$ bezeichne mit $DoC(\beta, S_0, T, K)$ den Anfangspreis eines down and out Calls mit Laufzeit T und Basispreis K . Wenn also das Underlying bis T immer oberhalb der Barriere bleibt, wird in T die Auszahlung eines Calls mit Basis K fällig. Entsprechend bezeichnen wir mit $DiC(\beta, S_0, T, K)$ den Anfangspreis eines down and in Calls zur Barriere β und Basis K bei gleicher Laufzeit. Zeigen Sie:

$$DoC(\beta, S_0, T, K) + DiC(\beta, S_0, T, K) = C(S_0, T, K).$$

Hierbei bezeichnet $C(S_0, T, K)$ den Anfangspreis eines Calls mit Laufzeit T und Basis K bei Anfangspreis S_0 des Underlying.

Aufgabe 3: Mertonscher Firmenwertansatz

4 Punkte

Zur Berechnung der Kreditausfallwahrscheinlichkeit einer Unternehmensanleihe hat Merton einen optionspreistheoretischen Ansatz entwickelt. Hierzu wird der Firmenwert des betreffenden Unternehmens heute und am Ende des betrachteten Zeitintervalls $[0, T]$ ermittelt. Die so erhaltenen Werte bezeichnen wir mit V_0 und V_T . Wie üblich kann der Firmenwert in Eigenkapital und Fremdkapital aufgespalten werden. Wir erhalten

$$V_0 = E_0 + D_0 \quad , \quad V_T = E_T + D_T,$$

wobei mit E das jeweilige Eigen- und mit D das Fremdkapital bezeichnet wird. Weiter nehmen wir an, dass alle Verbindlichkeiten F der Firma in T fällig werden. Der Wert D_0

kann als Anfangspreis aufgefasst werden, den ein Gläubiger bereit ist zu zahlen, um am Ende aus dem Firmenvermögen die Forderungen F zu begleichen. Das Unternehmen wird insolvent, wenn zum Zeitpunkt T die Verbindlichkeiten F nicht durch den Firmenwert gedeckt sind.

1. Gläubigersicht:

Überlegen Sie sich, wie der Gläubiger der Firma mittels einer Option auf den Firmenwert eine nichtausfallgefährdete Anleihe duplizieren kann.

2. Sicht der Eigenkapitalgeber:

Überlegen Sie sich, wieso das Anfangseigenkapital E_0 mit dem Preis einer geeigneten Option auf den Firmenwert übereinstimmt.

Aufgabe 4:

4 Punkte

Bestimmen Sie numerisch den Preis der Lufthansa Aktienanleihe (siehe Verkaufsprospekt), indem Sie ein geeignetes CRR Modell anpassen und die abdiskontierte erwartete Derivateauszahlung berechnen. Wählen Sie dafür die Parameter des CRR-Modells so, dass

$$\log u_n = \frac{(r - \frac{1}{2}\sigma^2) T}{n} + \left(\frac{1 - p_n}{p_n} \cdot \frac{\sigma^2 T}{n} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad \log d_n = \frac{(r - \frac{1}{2}\sigma^2) T}{n} - \left(\frac{p_n}{1 - p_n} \cdot \frac{\sigma^2 T}{n} \right)^{\frac{1}{2}},$$

wobei n die Anzahl der Zeitschritte angibt. Gehen Sie des Weiteren von einer Volatilität von $\sigma = 0.30$, einem Referenzaktienpreis von 14.865 und einer Sicherheitsschwelle von 10.405 aus. Weiter verzinst sich Geld auf einem Bankkonto bei stetiger Verzinsung mit Rate $r = 1.5\%$.

Besprechung: Am Mittwoch, dem 03.11.2010. 12.00-14.00 M4

Abgabe: bis spätestens Di 02.11.2010 11.00 Uhr in Fach Nr. 43 .