Übungen zur Vorlesung Finanzmathematik

Wintersemester 2009/10

PD Dr. V. Paulsen **Blatt 07** **30.11.2009**

Aufgabe 1: 6 Punkte

1. Zeigen Sie, dass ein geometrischer Random Walk ein Markov-Prozeß ist.
2. In einem CRR Modell sei für eine Funktion h und eine Laufzeit k

$$v(k,x) = \mathbb{E}(\frac{h(A(k))}{(1+\rho)^k}|A(0)=x)$$

gesetzt. Zeigen Sie

$$\mathbb{E}(\frac{h(A(N))}{(1+\rho)^N}|\mathfrak{F}_n) = (1+\rho)^{-n}v(N-n, A(n))$$

sowie

$$v(N,x) = \frac{1}{1+\rho}(v(N-1,xu)p + v(N-1,xd)(1-p)).$$

Aufgabe 2: 6 Punkte

Sei $(A_n)_{n\in\mathbb{N}_0}$ ein geometrischer Random-Walk und $M_n = \max_{\{k=0,\cdots,n\}} A_k$ gesetzt für jedes $n \in \mathbb{N}_0$.

1. Zeigen Sie, dass $(A_n, M_n)_{n\in\mathbb{N}_0}$ eine zweidimensionale zeitlich homogene Markovkette definiert bezüglich $\mathfrak{F}_n = \sigma(A_0, \cdots, A_n)$.
2. Bezeichnet

$$v(k,(x,y)) = \mathbb{E}(\frac{h(A(k),M(k))}{(1+\rho)^k}|A(0)=x, M(0)=y),$$

so gilt

$$\mathbb{E}(\frac{h(A(N),M(N))}{(1+\rho)^N}|\mathfrak{F}_n) = (1+\rho)^{-n}v(N-n,(A(n),M(n))$$

sowie

$$v(N,(x,y)) = \frac{1}{1+\rho}\int v(N-1,(x_1,y_1)K((x,y),(dx_1,dy_1)).$$

Hierbeit bezeichnet $K((x,y),\cdot)$ die bedingte Verteilung von $(A(1),M(1))$ - gegeben $(A(0),M(0)) = (x,y)$

Was ergibt sich für den Spezialfall des CRR Modells?

Aufgabe 3: 6 Punkte

Seien X_1, X_2 unabhängige standardnormalverteilte Zufallsvariablen. Bestimmen Sie die bedingte Verteilung von $X_1 + X_2$ gegeben X_1, sowie die bedingte Verteilung von X_1 gegeben $X_1 + X_2$.

Aufgabe 4: 6 Punkte

Bewerten Sie das Twin Win Dax Zertifikat (siehe Link auf der Homepage), indem Sie eine Monte Carlo Simulation durchführen. Gehen Sie dabei von einem Dax Kurs von 5618 aus sowie einer Jahresvolatilität von 0.42, die derzeit von dem VDax New angegeben wird. Passen Sie ein geeignetes CRR Modell an.

Abgabe: bis Montag, 07.12.2009 11.00 in Fach 45

Besprechung: Am Mittwoch, dem 09.12.2009. 12.00-14.00 M4