

Übungen zur Punktprozessen¹

Abgabetermin: Keine Abgabe.

Aufgabe 0

(0 Punkte)

Melden Sie sich im Learnweb für diesen Kurs an.

Aufgabe 1

(0 Punkte)

Seien X eine \mathbb{N}_0 -wertige Zufallsvariable und $\gamma \in [0, \infty)$. Zeigen Sie, dass folgende Aussagen äquivalent sind.

- (a) X ist Poisson-verteilt zum Parameter γ
- (b) Für jede Funktion $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow [0, \infty]$ gilt

$$\mathbb{E}[Xf(X)] = \gamma \mathbb{E}[f(X+1)]$$

Aufgabe 2

(0 Punkte)

Seien $p \in [0, 1]$, Z Poisson-verteilt zum Parameter $\gamma \geq 0$ und $(\xi_n)_{n \in \mathbb{N}}$ unabhängig identisch $\text{Ber}(p)$ -verteilt und unabhängig von Z . Ferner sei

$$X = \sum_{n=1}^Z \xi_n.$$

Zeigen Sie, dass X und $Z - X$ unabhängig und Poisson-verteilt zu Parametern $p\gamma$ und $(1-p)\gamma$ sind

Aufgabe 3

(0 Punkte)

Seien $\gamma \in [0, \infty)$ und (X_n) eine Folge von \mathbb{N}_0 -wertigen Zufallsvariablen mit

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\mathbb{E}[X_n f(X_n)] - \gamma \mathbb{E}[f(X_n + 1)]) = 0$$

für alle $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow [0, \infty)$ mit endlichem Träger. Zeigen Sie, dass X_n schwach gegen eine Poisson-verteilte Zufallsvariable mit Parameter γ konvergiert, falls die Familie $(\mathbb{P}_{X_n} : n \in \mathbb{N})$ straff ist.

¹Die Übungsaufgaben sowie weitere Informationen zur Vorlesung finden sie auf der Internetseite:
<http://wwwmath.uni-muenster.de/statistik/lehre/SS16/Punktprozesse/>