

## Seminar „Markov-Prozesse“

Zakhar Kabluchko, Institut für Mathematische Statistik, WWU Münster

Sommersemester 2015

### 1) Definition von Markov-Ketten (Maria Beckemeyer, 09.04)

*Inhalt:* Definition einer Markov-Kette, Übergangsmatrix, Übergangswahrscheinlichkeiten beliebiger Ordnung und deren Berechnung, Beispiele von Markov-Ketten, Langzeitverhalten der Übergangswahrscheinlichkeiten, starke Markov-Eigenschaft.

*Literatur:* Lawler (§1.1,1.2), Privault (Chapter 5), Norris (§1.1, §1.4).

### 2) Klassifizierung von Zuständen und invariante Verteilungen (Saskia Kitzmann, 16.04)

*Inhalt:* Kommunizierende Zustände, irreduzible Ketten, aperiodische Ketten, Definition einer invarianten Verteilung, Beispiele.

*Literatur:* Lawler (§1.2, 1.3, 1.6), Norris (§1.7), Privault (§7.1, §8.1, 8.2)

### 3) Rekurrenz und Transienz (Ben Pfennig, 23.04)

*Inhalt:* Definition der Rekurrenz und Transienz. Beispiele von rekurrenten und transienten Markov-Ketten. Konstruktion einer invarianten Verteilung.

*Literatur:* Lawler (§2.2), Norris (§1.5, §1.6, §1.7).

### 4) Positive Rekurrenz und Null-Rekurrenz (Felix Blankermann, 30.04)

*Inhalt:* Positiv-rekurrente und null-rekurrente Markov-Ketten. Invariante Wahrscheinlichkeitsverteilungen. Konvergenz gegen die invariante Wahrscheinlichkeitsverteilung.

*Literatur:* Lawler (§2.3), Norris (§1.7, 1.8)

### 5) Martingale (Lukas Kegel, 07.05)

*Inhalt:* Definition eines Martingals, Beispiele von Martingalen, Anwendungen (Berechnung von Ruinwahrscheinlichkeiten, Berechnung der mittleren Dauer des Spiels, zufällige Reihen).

*Literatur:* Privault (Chapter 11), Lawler (Chapter 5).

### 6) Reversible Markov-Ketten und harmonische Funktionen (Christina Meschede, 21.05)

*Inhalt:* Reversible Markov-Ketten, Netzwerke, Irrfahrten auf Netzwerken, harmonische Funktionen, Dirichlet-Problem und dessen stochastische Lösung, Maximumprinzip, Eindeigkeitsprinzip.

*Literatur:* Doyle, Snell (Chapters 1,2), Lyons, Peres (§2.1), Norris (§1.9).

**7) Markov-Ketten und elektrische Netzwerke (Janina Schuh, 11.06)**

*Inhalt:* Irrfahrten auf Netzwerken, Kirchhoff'sche Gesetze, stochastische Interpretation der Spannung, der Stromstärke und des effektiven Widerstandes.

*Literatur:* Doyle, Snell (Chapter 3 ohne §3.5); Häggström §7.1, 7.2, 7.3, Lyons, Peres (§2.1, 2.2).

**8) Thomson'sches Prinzip und Rayleigh'sches Monotoniegesetz (Vanessa Closius, 18.06).**

*Inhalt:* Thomson'sches Prinzip, Rayleigh'sches Monotoniegesetz, Beweise.

*Literatur:* Doyle, Snell (Chapter 4, §3.5), Häggström (§7.5).

**9) Satz von Polya (Malte Jung, 25.06).**

*Inhalt:* Satz von Polya über die Rekurrenz/Transienz einer einfachen Irrfahrt auf  $Z^d$ . Beweis mit Hilfe von elektrischen Netzwerken. Klassischer Beweis.

*Literatur:* Doyle, Snell (Chapters 5,6,7) und Häggström (Kapitel 8).

**10) Zufällige aufspannende Bäume und elektrische Netzwerke (Michael Behnes, 02.07)**

*Inhalt:* Aufspannender Baum, Wilson-Algorithmus, loop-erased random walk, Cayley-Formel, Satz von Burton-Pemantle.

*Literatur:* Lyons-Peres (§1.6 und Chapter 4).

**11) Markov-Ketten in stetiger Zeit (2 Vorträge Moritz Ovelgönne, 09.07, Stefan Thiem, 16.07)**

*Inhalt:* Beispiele: Poisson-Prozess, Geburtsprozesse. Möglichkeit einer Explosion. Q-Matrizen. Definition und Eigenschaften von  $e^{tQ}$ . Berechnung von Übergangswahrscheinlichkeiten und Differentialgleichungen. Eigenschaften der Exponentialverteilung. Verschiedene Konstruktionen von Markov-Ketten in stetiger Zeit (Satz 2.8.2 in Norris).

*Literatur:* Lawler (Chapter 3), Norris (Chapter 2), Privault (Chapter 10).

**Literatur:**

G. Lawler. Introduction to Stochastic Processes.

P. G. Doyle, J. L. Snell. Random Walks and Electric Networks.

J. R. Norris. Markov Chains.

O. Häggström. Streifzüge durch die Wahrscheinlichkeitstheorie.

R. Lyons, Y. Peres. Probability on Trees and Networks (nur online).

N. Privault. Understanding Markov Chains.

Außerdem sind folgende Referenzen interessant:

O. Häggström. Finite Markov Chains and Algorithmic Applications. (Die Verweise oben im Text beziehen sich auf das andere Buch von Häggström).

D. A. Levin, Y. Peres, E. Wilmer. Markov Chains and Mixing Times.