WESTFÄLISCHE
WILHELMS-UNIVERSITÄT
MÜNSTER

Zakhar Kabluchko
Michael Stolz

SS 2015
15.04.2015

# Extremwerttheorie - Übungsblatt 2

**Aufgabe 1** (5 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Funktion $f(x) = \mathrm{e}^{(\log x)/\log\log x}$ langsam variierend ist.

**Aufgabe 2** (5 Punkte)

Es seien $N, X_1, X_2, \ldots$ unabhängige Zufallsvariablen. Die Zufallsvariable $N$ sei Poisson-verteilt mit Parameter $\lambda > 0$. Die Zufallsvariablen $X_1, X_2, \ldots$ seien exponentialverteilt mit Parameter 1, d.h. $\mathbb{P}[X_i \geq t] = \mathrm{e}^{-t}$ für $t > 0$. Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion von

$$M := \max\{X_1, \ldots, X_N\}.$$

*Bemerkung:* Für $N = 0$ definiere das Maximum als 0.

**Aufgabe 3** (5 Punkte)

Es seien $c, \varepsilon : (0, \infty) \to (0, \infty)$ zwei Funktionen mit $\lim_{t\to+\infty} c(t) = c \in (0, \infty)$ und $\lim_{t\to+\infty} \varepsilon(t) = 0$. Zeigen Sie, dass die Funktion

$$L(t) = c(t) \exp\left\{\int_1^t \frac{\varepsilon(s)}{s} \mathrm{d}s\right\}, \quad t > 1,$$

langsam variierend ist. [In der Vorlesung wurde die andere Richtung des Darstellungssatzes von Karamata bewiesen].

**Aufgabe 4** (5 Punkte)

Sei $R_1$ regulär variierend mit Index $\alpha_1$ und $R_2$ regulär variierend mit Index $\alpha_2$. Zeigen Sie, dass die Funktion $R_1 + R_2$ regulär variierend mit Index $\max\{\alpha_1, \alpha_2\}$ ist.