Übungen zur Vorlesung Höhere Finanzmathematik

Sommersemester 2012

PD Dr. V. Paulsen **Blatt 09** **04.06.2012**

Aufgabe 1: 4 Punkte

Seien $(\Omega, (\mathfrak{F}_t)_{t\geq 0}, \mathbb{P})$ ein filtrierter Wahrscheinlichkeitsraum, der die usual conditions erfüllt, und W ein n-dimensionaler Wiener-Prozess bezüglich $\mathbb{P}$. Sei ferner σ ein vorhersehbarer n- dimensionaler Prozess mit

$$\int_0^t |\sigma(s)|^2 ds < \infty$$

und $\sigma(t) \neq 0$ für alle $t \geq 0$.

1. Zeigen Sie zunächst für den Fall $n = 2$, dass es einen n- dimensionalen Wiener-Prozess $B = (B_1, B_2)$ gibt mit
$$B_1(t) = \int_0^t \frac{1}{|\sigma(s)|}\sigma_1(s)dW_1(s) + \int_0^t \frac{1}{|\sigma(s)|}\sigma_2(s)dW_2(s).$$
2. Zeigen Sie die entsprechende Aussage für allgemeines n.

Aufgabe 2: Berechnung einer Hedgestrategie im Black-Scholes Modell 4 Punkte

Gegeben sei ein Black-Scholes Modell mit konstanten Koeffizienten.

1. Wieso ist dieses Modell arbitragfrei?
2. Berechnen Sie für eine Call-Option mit Laufzeit T und Basis K eine Hedgestrategie.

Aufgabe 3: 4 Punkte

In der Situation von Aufgabe 2 kann der Finanzmarkt um eine Call-Option mit Laufzeit T und Basis K als weiteres Finanzgut erweitert werden, wenn als Preisprozess $(C_t)_{t\in[0,T]}$ für dieses Gut gesetzt wird

$$C_t = \mathbb{E}^*(\exp(r(T-t))(S(T)-K)^+|\mathfrak{F}_t)$$

für alle $0 \leq t \leq T$. Wie kann durch einen Handel in Aktie und Call-Option das Geldmarktkonto repliziert werden?

Aufgabe 4: 4 Punkte

Berechnen Sie für das Black-Scholes Modell von Aufgabe 2 den Preis eines Claims, der zum Zeitpunkt T die Auszahlung $S(T)^\alpha$ mit $\alpha \in \mathbb{R}$ liefert. Bestimmen Sie zusätzlich eine replizierende Handelsstrategie.

Abgabe: Die. 12.06.2012 bis spätestens 11.00 im Fach 55

Besprechung: Am Mittwoch, den 13.06.2012. 12.00-14.00 SR1D