

Übungen zur Vorlesung Mathematische Modelle

Sommersemester 2011

PD Dr. V. Paulsen

Blatt 12

28.06.2011

Aufgabe 1: Das Vasicek Modell

6 Punkte

Wir betrachten in einem Vasicek-Modell den Forwardpreisprozess eines T_1 -Bonds zum Termin $T < T_1$, i.e.

$$F(t, T; T_1) = \frac{B(t, T_1)}{B(t, T)}$$

für alle $0 \leq t \leq T$.

1. Bestimmen Sie die Dynamik des Forwardpreisprozesses bezüglich des Forwardmartingalmaßes \mathbb{P}_T zum Termin T .
2. Bestimmen Sie den Forwardpreis einer Calloption mit Strike K und Ausübungszeitpunkt T auf den T_1 -Bond, i.e.

$$\mathbb{E}_T((B(T, T_1) - K)^+ | \mathfrak{F}_t)$$

für alle $0 \leq t \leq T$.

3. Wie erhalten Sie hieraus den arbitragefreien Preisprozess der obigen Calloption.

Aufgabe 2: Call Formel

6 Punkte

Wir betrachten in einem allgemeinen arbitragefreien short rate Modell einen Call auf einen T_1 Bond mit Ausübungszeitpunkt $T < T_1$. Zeigen Sie die folgende Formel für den arbitragefreien Preis $C(t, T; T_1)$ zum Zeitpunkt $t < T$

$$C(t, T; T_1) = B(t, T_1) \mathbb{P}_{T_1}(B(T, T_1) > K | \mathfrak{F}_t) - KB(t, T) \mathbb{P}_T(B(T, T_1) > K | \mathfrak{F}_t),$$

wobei \mathbb{P}_T bzw. \mathbb{P}_{T_1} die Forwardmartingalmaße zu den Terminen T, T_1 bezeichnen.

Aufgabe 3: Exchange Option

ohne Punkte

In einem arbitragefreien short rate Modell betrachten wir einen T_1 - und einen T_2 -Bond. Die Exchange Option gibt seinem Inhaber das Recht den T_1 - Bond gegen den T_2 - Bond zum Zeitpunkt $T < \min\{T_1, T_2\}$ zu tauschen. Dies entspricht also einem Claim mit der Auszahlung

$$(B(T, T_1) - B(T, T_2))^+$$

zum Zeitpunkt T .

Geben Sie einen Ansatz zur Bewertung der Exchangeoption an. Was für ein Preis ergibt sich im Vasicek Modell?

Abgabe: Die. 05.07.2011 bis spätestens 11.00 Uhr, BK 43

Besprechung: Am Mittwoch, den 06.07.2011. 12.00-14.00 M6