

Übungen zur Vorlesung Mathematische Modelle

Sommersemester 2011

PD Dr. V. Paulsen

Blatt 11

21.06.2011

Aufgabe 1: Das Vasicek Modell

6 Punkte

In einem Vasicek Bondmarktmodell nimmt man für die short rate Entwicklung eine Dynamik der Form

$$dr(t) = b(a - r(t)) dt + \delta dW(t) \quad , r(0) = r_0 > 0$$

mit $a, b > 0$ an bezüglich eines äquivalenten Martingalmaßes \mathbb{P}^* .

1. Zeigen Sie, dass dann eine arbitragefreie Familie von Bondpreisen gegeben ist durch $B(t, T) = v(t, r(t), T)$ mit

$$v(t, r, T) = \exp(-h(T - t) - rg(T - t))$$

2. Bestimmen Sie die Funktionen g, h .
3. Geben Sie die stochastische Differentialgleichung an, die der T - Bond $B(t, T)$ als Prozess in t erfüllt.

Aufgabe 2: Das Cox Ignersoll Ross Modell

6 Punkte

In einem Cox Ignersoll Ross Modell nimmt man für die short rate Entwicklung eine Dynamik der Form

$$dr(t) = b(a - r(t)) dt + \delta \sqrt{r(t)} dW(t) \quad , r(0) = r_0 > 0$$

mit $a, b > 0$ an bezüglich eines äquivalenten Martingalmaßes \mathbb{P}^* .

1. Zeigen Sie, dass dann eine arbitragefreie Familie von Bondpreisen gegeben ist durch $B(t, T) = v(t, r(t), T)$ mit

$$v(t, r, T) = \exp(-h(T - t) - rg(T - t))$$

2. Bestimmen Sie die Funktionen g, h .
3. Geben Sie die stochastische Differentialgleichung an, die der T - Bond $B(t, T)$ als Prozess in t erfüllt.

Abgabe: Die. 28.06.2011 bis spätestens 11.00, BK 43

Besprechung: Am Mittwoch, den 29.06.2011. 12.00-14.00 M6