Übungen zur Vorlesung Mathematische Modelle

Sommersemester 2011

PD Dr. V. Paulsen **Blatt 4** **26.04.2011**

Aufgabe 1: 4 Punkte

Zeigen Sie, dass der quadratische Variationsprozess die folgenden Eigenschaften besitzt.

1. $< cM >= c^2 < M >$ für alle $c \in \mathbb{R}, M \in \mathfrak{M}^0_{c,loc}$,
2. $< M + N > + < M - N >= 2(< M > + < N >)$ für alle $M, N \in \mathfrak{M}^0_{c,loc}$.

Zeigen Sie die Bilinearität der dazugehörigen quadratischen Kovariation.

Aufgabe 2: 4 Punkte

Sei W ein Wienerprozess und $M_t = W_t^2 - t$ gesetzt für $t \geq 0$. Was ist die quadratische Variation von M.

Aufgabe 3: 4 Punkte

Sei $(W_t)_{t\geq 0}$ ein Wienerprozess und $(L_t)_{0\leq t\leq T}$ definiert durch

$$L_t = \mathbb{E}(e^{-rT} S_T^\alpha | \mathfrak{F}_t)$$

für alle $0 \leq t \leq T$, wobei $S_t = \exp(rt)\exp(\sigma W_t - \frac{1}{2}\sigma^2 t)$.

Bestimmen Sie eine Darstellung von L als Exponentialmartingal.

Aufgabe 4: 4 Punkte

Seien $(\mathfrak{F}_t)_{t\geq 0}$ eine Filtration, die die usual conditions erfüllt, und M ein lokales stetiges Martingal. Lösen Sie die stochastische Differentialgleichung

$$dS_t = S_t(\mu_t dt + \sigma_t dM_t)$$

mit Anfangswert S_0. Formulieren Sie hinreichende Bedingungen an die Koeffizientenprozesse $(\mu_t)_{t\geq 0}, (\sigma_t)_{t\geq 0}$, die eine Lösbarkeit implizieren.

Abgabe: Die. 03.05.2011 bis spätestens 11.00, BK 43

Besprechung: Am Mittwoch, dem 05.05.2011. 12.00-14.00 M6