Übungen zur Vorlesung Mathematische Modelle

Sommersemester 2011

PD Dr. V. Paulsen **Blatt 3** **19.04.2011**

Aufgabe 1: 4 Punkte

Zeigen Sie, dass das stochastische Integral als Funktion des Integrators eine lineare stetige Abbildung ist. Genauer bedeutet dies, dass die Abbildung $M \to H \cdot M$ ein linearer stetiger Operator auf $\mathcal{H}_2$ ist für jeden beschränkten previsiblen Prozess H.

Aufgabe 2: 4 Punkte

Seien H, K beschränkte previsible Prozesse und M ein L_2-Martingal. Zeigen Sie

$$H \cdot (K \cdot M) = (HK) \cdot M.$$

Dehnen Sie diese Identität durch Lokalistaion auf lokal beschränkte previsible Prozesse und lokale, stetige Martingale aus.

Aufgabe 3: 4 Punkte

Zeigen Sie, dass $\mathcal{H}_{2,c}$ ein abgeschlossener Teilraum von $\mathcal{H}_2$ ist.

Aufgabe 4: 4 Punkte

Sei W ein Wienerprozess. Für eine linksseitig stetige reelle Funktion f mit $\int_0^t f^2(s)ds < \infty$ für jedes $t \geq 0$ definiere den Prozess

$$M_t = \int_0^t f(s)dW_s$$

f.a. $t \geq 0$. Wieso kann man i.a. nicht $f \cdot W$ im Sinne der Vorlesung definieren? Zeigen Sie

1. M ist ein L_2 Martingal,
2. M hat unabhängige Zuwächse,
3. $[M]_t = \int_0^t f(s)^2 ds$ für alle $t \geq 0$.
4. M ist ein Gauß-Prozess, d.h. jedes M_t ist normalverteilt.

Abgabe: Die. 26.04.2011 bis spätestens 11.00, BK 43

Besprechung: Am Mittwoch, dem 27.04.2010. 12.00-14.00 M5