

Seminar über W-Theorie im SS 2010

GEROLD ALSMEYER UND MICHAEL KOCHLER

Institut für Mathematische Statistik
Fachbereich Mathematik
Einsteinstraße 62
D-48149 Münster, Germany

12. Februar 2010

Vorläufige Einteilung der Vorträge

| Datum | Vortragender | Titel des Vortrags |
|------------|-------------------|---|
| 15.04.2010 | Jan Voelzke | Einführung in Martingale |
| 22.04.2010 | Sabine Staerker | Optional-Sampling und der Martingalkonvergenzsatz |
| 29.04.2010 | Erika Koppel | Gleichgradige Integrierbarkeit und Martingale I |
| 06.05.2010 | Dominique Baltus | Gleichgradige Integrierbarkeit und Martingale II |
| 20.05.2010 | Kerstin Brauner | Pattern/Azuma's Ungleichung |
| 10.06.2010 | Theresa Lüke | Probleme aus den frühen Zeiten der W-Rechnung |
| 17.06.2010 | Daniel Schappler | Zufällige Permutationen und verschiedene Probleme |
| 24.06.2010 | Fabian Buckmann | Poisson-Approximation und verschiedene Probleme |
| 01.07.2010 | Oliver Müller | Irrfahrten I |
| 08.07.2010 | Max Temme | Irrfahrten II |
| 15.07.2010 | Patricia Dressler | Ruinwahrscheinlichkeiten |
| 22.07.2010 | Jakob Ludewig | Galton-Watson-Verzweigungsprozesse |

Vortragsthemen

1 Martingale in diskreter Zeit I - Einführung

Quellen:

[StPr], S.169 - 176, Definition 3.3 (S.12), Beispiel 21.5 (S.182/183)

Inhalt:

- Definition von (Sub-, Super-) Martingalen mit Indexmenge \mathbb{N}_0 (19.1)
- Anwendung von konvexen Funktionen auf Martingale (19.3)
- Summen unabhängiger Zufallsvariablen als Martingale (19.5)
- Beispiel: Pólyas Urnenmodell (19.8)
- Beispiel: Galton-Watson-Verzweigungsprozesse (21.5)
- Beispiel: Martingale-Wettstrategie (19.10)
- Vorbereitung für den nächsten Vortrag: Definition einer Stoppzeit τ und der zugehörigen σ -Algebra der τ -Vergangenheit (3.3)

2 Martingale in diskreter Zeit II - Optional-Sampling und der Martingalkonvergenzsatz

Quellen:

[StPr], S.176 - 177, S.180 - 182

Inhalt:

- Martingale - Transformation und gestoppte Martingale
- Optional-Sampling für beschränkte Stoppzeiten und Martingale (20.2)
- Überquerungsungleichung (21.1)
- Beweis des Martingale-Konvergenzsatzes (21.2)

3 Martingale in diskreter Zeit III - Gleichgradige Integrierbarkeit und Martingale

Quellen:

[WT], S.275-278 und [StPr], S.183-185

Inhalt:

- Definition von „gleichgradiger Integrierbarkeit“ (50.1 in [WT])
- äquivalente Bedingungen (50.2 in [WT])
- Kriterien für gleichgradige Integrierbarkeit (50.3 insb. (b) und (e) in [WT])
- Gefilterte Zufallsgrößen als Martingale (19.7 in [StPr])
- Martingale mit Indexmenge $\bar{\mathbb{N}}_0$
- Martingale und gleichgradige Integrierbarkeit (22.3 in [StPr])

4 Martingale in diskreter Zeit IV - Gleichgradige Integrierbarkeit und Martingale (Fortsetzung)

Quellen:

[StPr], S.185 - 187 und S.191

Inhalt:

- Doobsche Ungleichung (22.4)
- L_p -Maximal-Ungleichung (22.6)
- Martingale und \mathcal{L}_p - Konvergenz
- Optional-Sampling für gleichgradig integrierbare Martingale (22.14)

5 Martingale in diskreter Zeit V - Pattern/Azuma's Ungleichung

Quellen:

[Ross], S.301 - 313 und [Blom], 14.2 (S.175/176)

Inhalt:

- Wartezeit auf ein vorgegebenes Muster (Example 6.2(A))
- Azuma's Ungleichung (Theorem 6.3.3)
- Anwendungen von Azuma's Ungleichung (Example 6.3(B))

6 Probleme aus den frühen Zeiten der W-Rechnung

Quellen:

[Blom], Kapitel 4+5 (ohne Abschnitt 4.1, 4.2, 4.5, 5.6)

7 Zufällige Permutationen und verschiedene Probleme

Quellen:

[Blom], Kapitel 6+7 und [Steutel]

8 Poisson-Approximation und verschiedene Probleme

Quellen:

[Blom], Kapitel 8+9

9 Irrfahrten I

Quellen:

[Champion] und [StPr], II.8.

10 Irrfahrten II

Quellen:

[Blom], Kapitel 10 und [Ross], Example 4.4 (S.186 - 191)

11 Ruinwahrscheinlichkeiten

Quellen:

[Volchan] und [StPr], III.25.4

12 Galton-Watson-Verzweigungsprozesse

Quellen:

[Verzw], Kapitel I.

Inhalt:

- Aussterbewahrscheinlichkeiten
- Konvergenz des normierten Galton-Watson-Verzweigungsprozesses bei endlicher Reproduktionsvarianz

Literatur

- [StPr] ALSMEYER, GEROLD (2005). *Stochastische Prozesse. Teil 1: Diskrete Markov-Ketten, Martingale und Erneuerungstheorie (3. Auflage)*. Skripten zur Mathematischen Statistik **33**, Universität Münster.
- [WT] ALSMEYER, GEROLD (2007). *Wahrscheinlichkeitstheorie (5. Auflage)*. Skripten zur Mathematischen Statistik **30**, Universität Münster.
- [Verzw] ALSMEYER, GEROLD (2008). *Verzweigungsprozesse* Vorlesungsskript, Universität Münster.
- [Champion] CHAMPION, W.L., MILLS, T.W. & SMITH, S.J. (2007). Lost in space. *Math. Sci.* **32**(2), 88–96.
- [Blom] BLOM, G., HOLST, L. & SANDELL, D. (1994). *Problems and Snapshots from the World of Probability*. Springer, New York.
- [Ross] ROSS, S.M. (1996). *Stochastic Processes (2nd ed.)*. Wiley, New York.
- [Steutel] STEUTEL, F.W. (2009). The Mayor's dilemma. *Math. Sci.* **34**(2), 59–61.
- [Volchan] VOLCHAN, S.B. (2007). The fundamental theorem of actuarial risk science. *Math. Sci.* **31**(2), 73–84.