

Übungen

Abgabetermin: Mittwoch, 08.07.2009; 09:15 Uhr, BK 41

Aufgabe 1. (5 Punkte)

Eine Brauerei produziert ein neues alkoholfreies Bier. In einem Geschmackstest erhalten 150 Personen jeweils ein Glas alkoholfreies bzw. gewöhnliches (alkoholhaltiges) Bier. Sie sollen versuchen, das alkoholfreie Bier zu identifizieren. Das gelingt 98 Personen. Testen Sie anhand dieser Daten die Hypothese, alkoholfreies und gewöhnliches Bier seien geschmacklich nicht zu unterscheiden ($\alpha = 0.05$). Geben Sie dazu zunächst ein geeignetes statistisches Experiment an und formalisieren Sie das oben geschilderte Entscheidungsproblem. Welche Annahmen liegen ihrer Modellierung zugrunde? Testen Sie dann mit einem geeigneten Test.

Aufgabe 2. (5 Punkte)

Im Rahmen der Erforschung von Arbeitsbedingungen in der Glasindustrie sollte untersucht werden, ob sich die Belastung der Arbeiter am Ende der täglichen Arbeitszeit von der zu Beginn unterscheidet. Als Indikator wurde die Arbeitspulsfrequenz während des ersten und des letzten Schichtdrittels gewählt.

Die Ausgangsfrage wird nun dahingehend spezifiziert, dass zu prüfen ist, ob die Differenzen der Arbeitspulsfrequenzen im Mittel gleich null sind, d. h. formal, ob gilt:

$$\mu = 0.$$

Als Basis für die Prüfung dienen die Messungen der Differenz X der Arbeitspulsfrequenz bei 28 Arbeitern:

| | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|
| 7.97 | -8.55 | -9.18 | -7.54 | 5.09 | -1.16 | 2.46 | 0.56 | -1.06 | -0.41 |
| -2.71 | -6.80 | 2.06 | 7.68 | -13.19 | -14.32 | -6.08 | 2.10 | -3.21 | 0.77 |
| -2.92 | 4.98 | 2.36 | 8.53 | 12.18 | -4.91 | 5.48 | -7.23 | | |

Die Daten können als realisierte Stichprobe aus einer Normalverteilung angesehen werden. Wählen Sie einen geeigneten Test und testen Sie (mit Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$), ob die Nullhypothese $\mu = 0$ verworfen werden muss. Kann die Nullhypothese (zum selben Signifikanzniveau) verworfen werden, wenn man die Nullhypothese $\mu \geq 0$ wählt und einseitig testet?

(Bitte wenden!)

Aufgabe 3. (5 Punkte)

Von 1875 bis 1972 wurde jährlich der Wasserstand des Lake Huron (in Fuß) gemessen. Diese Daten sind in der Zeitreihe `LakeHuron` enthalten.

- (a) Untersuchen Sie mithilfe graphischer Methoden, welcher Verteilung die Höhe des Wasserstandes unterliegen könnte.
- (b) Kann man zum Irrtumsniveau $\alpha = 0.05$ absichern, dass der Wasserstand mit mindestens 50% Wahrscheinlichkeit kleiner als 579.25 Fuß ist? Legen Sie Ihren Betrachtungen einmal eine Normalverteilungshypothese zugrunde und einmal nicht.

Aufgabe 4. (5 Punkte)

In einem Isotopenlabor werden die Zerfallszeiten (die Zeit zwischen Messbeginn und Zerfall) von 100 Atomen eines instabilen Isotops gemessen. Die Ergebnisse dieser Messungen (in 10^{-6} Sekunden) finden sich in der Datei `Zerfall1.txt`. Theoretische Vorüberlegungen haben ergeben, dass die Lebensdauer eines Teilchens exponentialverteilt ist. Aufgrund der Gedächtnislosigkeit der Exponentialverteilung können die in der Datei angegebenen Zeiten als Lebensdauern (die Zeit zwischen Entstehen und Zerfall) aufgefasst werden. Der Zerfallsparameter $\lambda > 0$ ist unbekannt. Kann man zum Niveau $\alpha = 0.05$ absichern, dass man durchschnittlich weniger als einen Zerfall pro 10^{-6} Sekunden hat, d. h., dass $\lambda \geq 1$ gilt?