Übungen

Abgabetermin: Mittwoch, 01.07.2009; 09:15 Uhr, BK 41

Aufgabe 1. (5 Punkte)
Betrachten Sie wieder die Liste der 30 größten deutschen Unternehmen (ohne Banken und Versicherungen). In Aufgabe 3 auf Blatt 6 wurde eine (Bravais-Pearson-)Korrelation von 0.6503979 für die Variablen `Mitarbeiter` und `Umsatz` errechnet. Dies wird zum Anlass genommen, einen linearen Zusammenhang zwischen den beiden Merkmalen zu unterstellen. Bestimmen Sie die Ausgleichsgerade nach der Methode der kleinsten Quadrate und fügen Sie sie in das Streudiagramm der Variablen `Mitarbeiter` und `Umsatz` ein.

Aufgabe 2. (5 Punkte)
Ein (fiktives) Medikament zur Behandlung von Depression steht im Verdacht, als Nebenwirkung das Reaktionsvermögen zu reduzieren. In einer Klinik wurde deshalb eine Studie durchgeführt, an der zehn zufällig ausgewählte Patienten teilnahmen, die das Präparat in verschiedenen Dosierungen verabreicht bekamen. Das Reaktionsvermögen wurde mit Hilfe des folgenden Experiments gemessen: Der Patient musste einen Knopf drücken, sobald er ein bestimmtes Signal erhalten hat. Die Zeit zwischen Signal und Knopfdruck wurde als Maß für das Reaktionsvermögen betrachtet. Es ergaben sich folgende Werte für die Dosierung X in mg und die dazugehörige Reaktionszeit Y in Sekunden:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	1	5	3	8	2	2	10	8	7	4
y_i	1	6	1	6	3	2	8	5	6	2

(a) Was sagt das Streuungsdiagramm über den Zusammenhang von X und Y aus?

(b) Passen Sie eine Gerade an die beobachteten Datenpunkte unter Verwendung der Kleinste- Quadrate-Methode an. Beurteilen Sie die Güte Ihrer Anpassung. Nutzen Sie, dass der Korrelationskoeffizient nach Bravais-Pearson r_{XY} hier 0.8934 beträgt. Was sagt dieser Wert über den Zusammenhang von X und Y aus?

(c) Ein Patient erhält 5.5mg des Medikaments. Welche Reaktionszeit prognostizieren Sie?

(d) Wie lässt sich der in (b) geschätzte Steigungsparameter interpretieren?

(Bitte wenden!)

Aufgabe 3. (5 Punkte)
In dem eingebauten Datensatz `UCBAdmissions` sind die Bewerberzahlen für die sechs größten Fachbereiche der graduate school in Berkeley im Jahr 1973 verzeichnet, klassifiziert nach Geschlecht und Zulassung.

(a) Erstellen Sie den Teildatensatz, der nur die Merkmale `Admit` und `Dept` umfasst.

(b) Stellen Sie diesen Datensatz mithilfe eines Mosaikplots, vergleichender Säulendiagramme und eines Profildiagrammes (mit `Admit` auf der x-Achse) dar. Was kann man den Grafiken entnehmen?

Aufgabe 4. (5 Punkte)
Sei $(x_1, y_1), \ldots, (x_n, y_n)$ die Urliste einer statistischen Erhebung zweier metrischer Merkmale X und Y. Dabei gelten $n \geq 2$ und $x_i \neq x_j$ für mindestens ein Paar $(i, j) \in \{1, \ldots, n\}^2$. Wir betrachten die zugehörige lineare Einfachregression

$$y_i = \alpha + \beta x_i + \epsilon_i, \qquad i = 1, \ldots, n.$$

Zeigen Sie:

(a) Der Kleinste-Quadrate-Schätzer $(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$ ist durch

$$\begin{aligned} \hat{\alpha} &= \overline{y} - \hat{\beta}\overline{x} \quad \text{und} \\ \hat{\beta} &= \frac{\tilde{s}_{XY}}{\tilde{s}_X^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \overline{x})^2}. \end{aligned}$$

gegeben.

(b) Es gilt $R^2 = r_{XY}^2$ für das Bestimmtheitsmaß R^2 und die Bravais-Pearson-Korrelation r_{XY}. (Hinweis: Zeigen Sie $\sum_{i=1}^n \hat{y}_i = \sum_{i=1}^n y_i$.)