

Übungen

Abgabetermin: Mittwoch, 20.05.2009; 09:15 Uhr, BK 41

Aufgabe 1. (5 Punkte)

Der eingebaute Datensatz `uspop` ist eine Zeitreihe, bei der alle zehn Jahre von 1790 bis 1970 die Größe der US-amerikanischen Bevölkerung festgehalten wurde.

- (a) Erstellen Sie Histogramme zu unterschiedlichen Klassierungen. Wählen Sie dazu Klassen der Länge 30, 50 und 70. Welche der drei Klassengrößen halten Sie für die Sinnvollste? Begründen Sie Ihre Entscheidung. Was lässt sich aus den Histogrammen ablesen?
- (b) Zeichnen Sie die Entwicklung der Bevölkerung mithilfe von `plot`. Was lässt sich daraus ablesen? Welche Darstellungsform bietet dem Betrachter einen leichteren Zugang zu den Daten?
- (c) Bestimmen Sie das geometrische Mittel der Wachstumsfaktoren.

Aufgabe 2. (5 Punkte)

Generieren Sie 100 (Pseudo-)Zufallszahlen gemäß der χ^2 -Verteilung mit zwei Freiheitsgraden mithilfe von R. Schreiben Sie in R die empirischen Verteilungsfunktionen F_{10} , F_{30} und F_{100} der ersten 10, 30 bzw. 100 Beobachtungen. Erzeugen Sie eine übersichtliche Graphik mit den Funktionsverläufen von F_{10} , F_{30} und F_{100} sowie der Verteilungsfunktion F der χ^2 -Verteilung mit zwei Freiheitsgraden.

(Bitte wenden!)

Aufgabe 3. (5 Punkte)

X bezeichne eine reellwertige Zufallsgröße. Zeigen Sie:

- (a) Ist X integrierbar mit Erwartungswert $\mu \in \mathbb{R}$, so ist μ Minimalstelle der Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty]$, $t \mapsto E(X - t)^2$. μ ist eindeutig, falls X quadratisch integrierbar ist.
- (b) Ist $q \in \mathbb{R}$ so, dass $P(X \leq q) \geq 1/2$ und $P(X \geq q) \geq 1/2$ gelten, so ist q eine Minimalstelle der Funktion $g : \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty]$, $t \mapsto E|X - t|$.

Sei nun x_1, \dots, x_n ($n \geq 2$) die Urliste einer statistischen Erhebung. Zeigen Sie:

- (c) Der Stichprobenmittelwert \bar{x} minimiert die Summe $\sum_{i=1}^n (x_i - t)^2$.
- (d) Der Stichprobenmedian x_{med} minimiert die Summe $\sum_{i=1}^n |x_i - t|$.

Aufgabe 4. (5 Punkte)

Verwenden Sie die auf der Internetseite des Praktikums bereitgestellte Sterbetafel zur Berechnung

- (a) der Einmalprämie einer lebenslangen Sofortrente eines männlichen/weiblichen x -jährigen,
- (b) der Einmalprämie einer lebenslangen Todesfallversicherung eines männlichen/weiblichen x -jährigen.

Geben Sie das Ergebnis in Form einer Tabelle aus, die die Prämie in Abhängigkeit des Eintrittsalters und des Geschlechts darstellt. Verwenden Sie für ihre Berechnungen einen Rechnungszinssatz von 2%.

(Hinweis: Zeigen Sie Rekursionsformeln für die Einmalprämien in Abhängigkeit von x . Für $x = 100$ lässt sich die Einmalprämie sofort angeben, für $x < 100$ kann die Einmalprämie rekursiv berechnet werden.)