

Übungen

Abgabetermin: Mittwoch, 06.05.2009; 09:15 Uhr, BK 41

Aufgabe 1. (5 Punkte)

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse (bis auf 6 Nachkommastellen genau):

- (a) $\{X_1 \leq 3,5\}$ für eine $\mathcal{N}(0,1)$ -verteilte Zufallsgröße X_1 ;
- (b) $\{X_2 \geq 43\}$ für eine $\mathcal{N}(35,6)$ -verteilte Zufallsgröße X_2 ;
- (c) $\{X_3 = 17\}$ für eine $\mathcal{B}(21, \frac{4}{5})$ -verteilte Zufallsgröße X_3 ;
- (d) $\{X_4 > 7\}$ für eine χ^2 -verteilte Zufallsgröße X_4 mit 2 Freiheitsgraden.

Berechnen Sie ferner (ebenfalls auf 6 Nachkommastellen genau)

- (e) das 0,05-Quantil der $\mathcal{N}(0,1)$ -Verteilung.

Hier werden mit $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ eine Normalverteilung mit Erwartungswert μ und Varianz σ^2 , mit $\mathcal{B}(n, p)$ eine Binomialverteilung mit Stichprobenumfang n und Erfolgsparameter p und mit χ^2 eine Chiquadratverteilung bezeichnet.

Aufgabe 2. (5 Punkte)

Zeichnen Sie die Dichten der $\mathcal{N}(0,1)$ -Verteilung und der $\mathcal{C}(0,1)$ -Verteilung auf dem Intervall $[-4, 4]$ in eine Grafik, beschriften Sie diese und fügen Sie eine Legende ein.

Hier wird mit $\mathcal{C}(a, b)$ eine Cauchyverteilung mit Verschiebungsparameter a und Skalierungsparameter b bezeichnet.

(Bitte wenden!)

Aufgabe 3. (5 Punkte)

Bei der letzten Bundestagswahl in Deutschland (im September 2005) ergab sich folgende Stimmverteilung beim Merkmal *Zweitstimme* (bei 14.582.723 Nichtwählern und ungültigen Stimmen):

| CDU/CSU | SPD | FDP | Grüne | Linkspartei/PDS | Andere |
|------------|------------|-----------|-----------|-----------------|-----------|
| 16.631.049 | 16.194.665 | 4.648.144 | 3.838.326 | 4.118.194 | 1.857.610 |

- Geben Sie die Daten als Vektor ein und ordnen Sie den Vektor absteigend. Berechnen Sie die zugehörigen prozentualen Anteile an den abgegebenen (und gültigen) Stimmen auf eine Nachkommastelle genau.
- Erzeugen Sie mit den Daten aus (a) ein mit den Parteinamen und den zugehörigen Prozentzahlen beschriftetes Kreissektorendiagramm (in den entsprechenden Parteifarben).
- Erstellen Sie ein geordnetes Säulendiagramm in den entsprechenden Parteifarben.

Aufgabe 4. (5 Punkte)

- Schreiben Sie mit R die Funktion `prime.test`, wobei

$$\text{prime.test}(x) = \begin{cases} 1, & \text{falls } x \in \mathbb{Z} \text{ eine Primzahl ist,} \\ 0, & \text{falls } x \in \mathbb{Z} \text{ keine Primzahl ist,} \\ \text{nicht definiert,} & \text{falls } x \notin \mathbb{Z} \end{cases} \quad (x \in \mathbb{R}).$$

- Schreiben Sie in R die Funktion `prime.count`, wobei

$$\text{prime.count}(x) = \#\{p \in \mathbb{N} : p \text{ ist eine Primzahl und } p \leq x\} \quad (x \in \mathbb{R}).$$

- Schreiben Sie mit R die Funktion `prime.number`, wobei

$$\text{prime.number}(x) = \begin{cases} p_x & \text{für } x \in \mathbb{N} \text{ und} \\ \text{nicht definiert} & \text{für } x \notin \mathbb{N} \end{cases} \quad (x \in \mathbb{R}).$$

Dabei bezeichne p_n die n -te Primzahl ($n \in \mathbb{N}$), d. h., $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5, \dots$

- Werten Sie die Quotienten

$$\frac{\text{prime.count}(x)}{x/\log x} \quad \text{und} \quad \frac{\text{prime.number}(x)}{x \log x}$$

für $x = 10^i$, $i = 1, \dots, 3$, aus und schreiben Sie sie in eine (3×2) -Matrix.