

Abgabe der schriftlichen Aufgaben (in den Übungen)

12.05.11

Besprechung der Übungsaufgaben:

16.05.11

Aufgabe 6: Federpendel im Schwerfeld

(schriftlich, 5 Punkte)

Ein im Schwerfeld der Erde aufgehängtes Federpendel mit der Federkonstanten k schwinde parallel zu \vec{g} (siehe Abb. 1c).

x_0 sei die Position der Masse m für den Fall einer nichtausgelenkten Feder (Ruhelage des Systems) und $x(t)$ beschreibe die Auslenkung aus der Ruhelage.

- Bestimmen Sie die kinetische Energie T und die potentielle Energie V für beliebige $x(t)$.
- Geben Sie die Lagrange-Funktion des Systems an.
- Leiten Sie mittels Euler-Lagrange-Gleichung die Bewegungsgleichung des Systems her.
- Bestimmen Sie die Lösung der Bewegungsgleichung für die Anfangsbedingungen $x(t=0) = x_A$ und $\dot{x}(t=0) = 0$.

Aufgabe 7: Teilchen auf Rotationsparaboloid

(mündlich, 10 Punkte)

Unter dem Einfluss der Schwerkraft bewege sich ein Massenpunkt mit Masse m reibungsfrei auf dem Mantel eines aufrecht stehenden Rotationsparaboloids, der durch

$$z = \frac{1}{2}b(x^2 + y^2)$$

mit $b = \text{const.}$ definiert ist (siehe Abb. 1a).

- Welche systemangepassten generalisierten Koordinaten bieten sich an, und welcher Zwangsbedingung unterliegt die Teilchenbewegung?
- Bestimmen Sie die kinetische Energie T , die potentielle Energie V und die Lagrangefunktion $L = T - V$ des Teilchens.
- Wie lauten die zugehörigen Euler-Lagrange-Gleichungen?
- Das Teilchen bewege sich stabil auf einer horizontalen Kreisbahn auf der Höhe $z = z_0$. Für welche Energie und welchen Drehimpuls ist das möglich?
- Das Teilchen werde von der horizontalen Bahn leicht nach unten gestoßen. Bestimmen Sie die Frequenz der Oszillation um die ungestörte Bahn r_0 , falls die Oszillationsamplitude $|\rho(t)| = |r(t) - r_0|$ klein ist.

Aufgabe 8: Horizontal bewegliches Pendel

(schriftlich, 5 Punkte)

Bei einem ebenen Pendel (Länge l , Pendelmasse m_2) im Schwerfeld der Erde kann sich der Aufhängepunkt mit Masse m_1 reibungsfrei in horizontaler Richtung bewegen (siehe Abb. 1b).

- Geben Sie die potentielle und die kinetische Energie des Systems an, wobei Sie systemangepasste Koordinaten verwenden sollten.
- Wie lautet die Lagrange-Funktion, welche Zwangsbedingungen gelten?
- Bestimmen Sie mittels der Euler-Lagrange-Gleichungen die Bewegungsgleichungen des Systems.
- Integrieren Sie die Bewegungsgleichungen für kleine Pendelausschläge, d.h. in linearer Näherung in φ , auf, um die Lösung des Systems zu bestimmen.

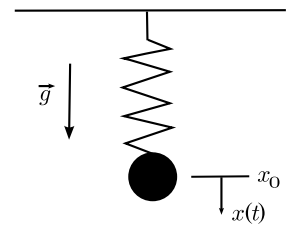
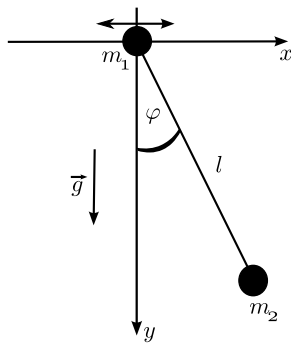
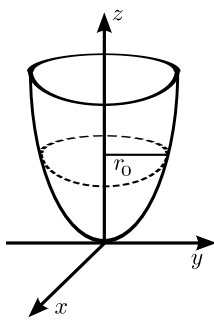


Abbildung 1: Rotationsparaboloid, bewegliches Pendel und Federpendel