

Abgabe der schriftlichen Aufgaben:

12.07.11 vor der Vorlesung

Besprechung der Übungsaufgaben:

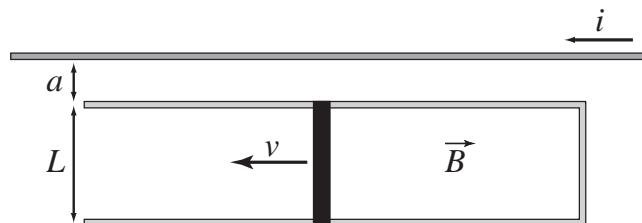
14.07.11 / 15.07.11

Aufgabe 50: (G)leitender Stab

(schriftlich, 5 Punkte)

Der abgebildete leitende Stab der Länge $L = 10 \text{ cm}$ gleitet auf leitenden Schienen und wird durch eine äußere Kraft F mit konstanter Geschwindigkeit $v = 5 \text{ m/s}$ bewegt. Die obere Schiene befindet sich in einem Abstand von $a = 1 \text{ cm}$ zu einem langen Draht, durch den ein Strom $i = 100 \text{ A}$ fließt.

- Der Stab bildet zusammen mit den verbundenen Schienen eine Leiterschleife. Welche Spannung wird in dieser Leiterschleife induziert?
- Der Stab hat einen Widerstand von $R = 0,4 \Omega$, dem gegenüber der Widerstand der Schienen und deren Verbindung vernachlässigbar ist. Welcher Strom fließt in der Leiterschleife?
- Wie groß ist die elektrische Leistung der Leiterschleife?
- Wie groß ist die äußere Kraft F ?
- Welche mechanische Leistung wird durch die äußere Kraft aufgebracht?



Aufgabe 51: Modifiziertes Coulombgesetz

(mündlich, 4 Punkte)

Nehmen Sie an, man hätte statt des Coulomb-Gesetzes experimentell gefunden, dass die Kraft zwischen zwei Ladungen Q_1 und Q_2 an den Orten \vec{r}_1 und \vec{r}_2 die Form

$$\vec{F}_{12} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1 - \sqrt{\alpha |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3} (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$$

mit konstantem α habe.

- Wie lautet für dieses Kraftgesetz das elektrische Feld \vec{E} , das eine Punktladung Q umgibt?
- Legen Sie einen geschlossenen Weg um die Punktladung Q , berechnen Sie das Linienintegral $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$, und vergleichen Sie dieses mit dem entsprechenden Resultat des Coulomb-Gesetzes.
- Berechnen Sie $\oint \vec{E} \cdot d\vec{S}$ über eine sphärische Oberfläche mit Radius r_a mit einer Punktladung Q in ihrem Mittelpunkt, und vergleichen Sie dies mit dem entsprechenden Resultat für die Coulomb-Kraft.
- Wiederholen Sie die Berechnung von $\oint \vec{E} \cdot d\vec{S}$ in Teil c) für einen Radius $r_a + \Delta$ mit $\Delta/r_a \ll 1$ und bestimmen Sie daraus $\text{div} \vec{E}$. Welcher Unterschied ergibt sich zum entsprechenden Resultat für die Coulomb-Kraft?

Aufgabe 52: Ladungsverteilung

(schriftlich, 5 Punkte)

Eine statische Ladungsverteilung $\rho(\vec{r})$ erzeugt das statische radialsymmetrische elektrische Feld

$$E(\vec{r}) = a \frac{e^{-br}}{r^2} \vec{e}_r,$$

wobei a und b positive Konstanten sind.

- Bestimmen Sie $\rho(\vec{r})$.
- Interpretieren und skizzieren Sie $\rho(\vec{r})$.
- Berechnen Sie die Gesamtladung $Q = \int_{\mathbb{R}^3} \rho(\vec{r}) dV$ durch direkte Volumenintegration.
- Bestimmen Sie die Gesamtladung Q durch Anwendung des Gauß'schen Satzes.

Aufgabe 53: Lokalisierte Stromdichteverteilung

(mündlich, 3 Punkte)

Gegeben sei eine stationäre Stromdichteverteilung $\vec{j} = \vec{j}(\vec{r})$, die in einem endlichen Raumbereich V_0 lokalisiert ist, d. h. $\vec{j}(\vec{r}) = \vec{0}$ für $\vec{r} \notin V_0$.

- Zeigen Sie, dass gilt:

$$\vec{j}(\vec{r}) = (\vec{j} \cdot \vec{\nabla}) \vec{r}.$$

- Weisen Sie mit Hilfe von Teil a) nach, dass

$$\int_V dV \vec{j}(\vec{r}) = \vec{0}$$

gilt, falls die Oberfläche $S(V)$ vollständig außerhalb der Oberfläche $S(V_0)$ liegt.

Aufgabe 54: Ladung im elektrischen Feld

(mündlich, 3 Punkte)

Zwei gleichnamige Punktladungen Q_1 und Q_2 ($Q_1 = Q_2 = Q$) sind auf der x -Achse (bei $x = 0$ und $x = l$) befestigt. Zwischen ihnen befindet sich eine dritte Punktladung q , die auf der x -Achse frei beweglich ist.

- Bestimmen Sie die an der Ladung q angreifende Kraft und das zugehörige Potential $V = V(x)$.
- Stellen Sie die Funktion $V = V(x)$ graphisch dar.
- Unter welchen Bedingungen herrscht stabiles bzw. labiles Gleichgewicht?
- Ermitteln Sie durch Taylor-Entwicklung, welche Kraft bei kleinen Auslenkungen aus der Gleichgewichtslage an q angreift. Unter welchen Bedingungen schwingt q um die Gleichgewichtslage? Wie groß ist die Kreisfrequenz ω dieser Schwingung?