Übungen zur Physik II (SS 2011) **Übungsblatt 10**
Prof. Dr. S. J. Linz / Prof. Dr. C. Fallnich 08.06.2011

Abgabe der schriftlichen Aufgaben: 21.06.11 vor der Vorlesung
Besprechung der Übungsaufgaben: 23.06.11 / 24.06.11

Aufgabe 35: Schallgeschwindigkeit für ideales Gas (mündlich, 5 Punkte)

1. Ausgehend von der idealen Gasgleichung $pV = nRT$ und der Entropie $S = S(T, V)$ zeige man zunächst
$$dS = \frac{1}{T}\left[C_V + nR\right] dT - \frac{nR}{p} dp, \tag{1}$$
wobei die Maxwell-Relation $\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V$ benutzt werden kann.

2. Mit Hilfe von Teil a) zeige man, dass für die adiabatische Kompressibilität χ_S gilt:
$$\chi_S := -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_S = \frac{1}{\gamma p},$$
wobei $\gamma := \frac{C_p}{C_V}$.

3. Mit der Definition der Massendichte, $\varrho = m\frac{N}{V}$, zeige man, dass die Schallgeschwindigkeit in dem Gas gegeben ist durch
$$c_S^2 := \left(\frac{\partial p}{\partial \varrho}\right)_S = \frac{\gamma p}{\varrho}.$$

4. Schätzen Sie für Luft, $\gamma = 1.4$ (Wieso?), unter Normalbedingungen ($p = 10^5 Pa$, $\varrho = 1.29 kg/m^3$) die Schallgeschwindigkeit mit Teil c) ab und vergleichen Sie dies mit dem experimentellen Resultat.

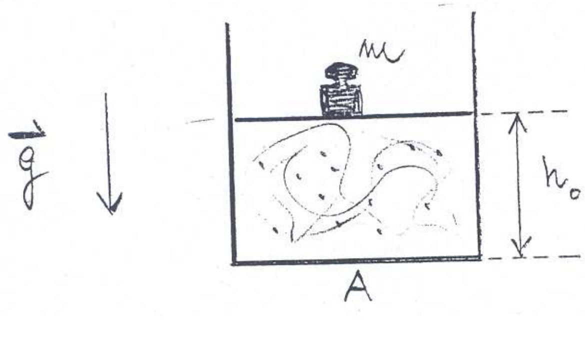
Aufgabe 36: **Komprimierung eines idealen Gases** (schriftlich, 5 Punkte)

Ein thermisch isolierter, mit einem idealen Gas der Temperatur T_0 gefüllter Zylinder ist durch einen in der Höhe h_0 über dem Zylinderboden arretierten Kolben mit Querschnitt A und Masse m verschlossen.

a) Bestimmen Sie die Temperatur T des Gases sowie die Höhe h des Kolbens im Gleichgewicht, nachdem die Arretierung gelöst wurde.

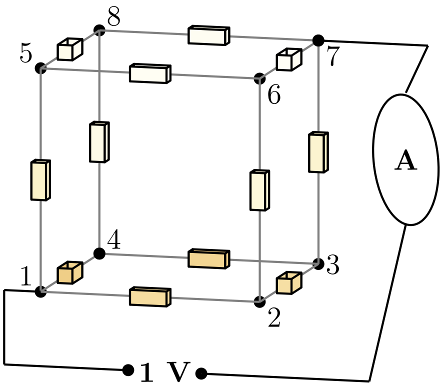
b) Berechnen Sie die dabei auftretende Entropieänderung ΔS.

c) Zeigen Sie, dass $\Delta S \geq 0$ ist.
Hinweis: Im Ergebnis aus Teil b) können Sie $x = \dfrac{mgh_0}{Nk_BT_0}$ substituieren und dann zeigen, dass das Argument des natürlichen Logarithmus größer als Eins ist.



Aufgabe 37: **Zusammengesetzte Widerstände** (schriftlich, 5 Punkte)

Wie in der Abbildung gezeigt, sind 12 Widerstände (jeweils 1 Ohm) zu einem Würfel verbunden. Welche Stromstärke zeigt der Strommesser A an, wenn längs der Raumdiagonalen die Spannung $U = 1\,\mathrm{V}$ angelegt wird?



Aufgabe 38: **Kugel im Plattenkondensator** (mündlich, 5 Punkte)

Zwei kreisförmige Metallplatten mit einem Radius $R = 30\,\mathrm{cm}$, die parallel in einem Abstand $d = 10\,\mathrm{cm}$ angeordnet sind, bilden einen Plattenkondensator. In der Mitte zwischen den Platten hänge an einem dünnen isolierten Faden mit einer Länge $l = 1{,}2\,\mathrm{m}$ eine kleine geladene Metallkugel. Die Kugel habe eine Masse $m = 25\,\mathrm{g}$.
An den Kondensator wird nun eine Spannung $U = 2\,k\mathrm{V}$ angelegt, rechts der Plus- und links der Minuspol. Die Kugel wird daraufhin horizontal nach links um $\Delta x = 4\,\mathrm{cm}$ ausgelenkt. Influenzeffekte brauchen nicht berücksichtigt werden und das Feld im Kondensator kann als homogen betrachtet werden.

a) Berechnen Sie die Kapazität des Plattenkondensators.

b) Ermitteln Sie den Auslenkwinkel α der Kugel und berechnen Sie mit Hilfe der Gewichtskraft die elektrische Kraft auf die Metallkugel.

c) Wie groß ist die Feldstärke des homogenen elektrischen Feldes zwischen den Metallplatten? Welche Ladung trägt die Metallkugel?

d) Begründen Sie, wie sich die Auslenkung der Kugel ändert, wenn bei konstanter Spannung der ursprüngliche Plattenabstand vergrößert wird.

e) Der Faden werde nun durchtrennt. Beschreiben Sie qualitativ die Bewegung der Metallkugel innerhalb des Kondensators und begründen Sie Ihre Antwort.

Die geladene Metallkugel werde anschließend wieder an den Faden gehängt, doch anstelle der Gleichspannung werde jetzt eine Wechselspannung an die Kondensatorplatten angelegt.

f) Welche Beobachtungen sind jeweils zu erwarten, wenn die angelegte Wechselspannung beginnend bei sehr niedrigen Frequenzen über die Eigenfrequenz des Pendels bis hin zu sehr hohen Frequenzen variiert wird? Begründen Sie Ihre Antwort ausführlich.

Aufgabe 39: **Bonusaufgabe: Wiederholung zur Vektoranalysis** (schriftlich , 10 Punkte)

a) Ein Vektorfeld $\vec{A}(\vec{r})$ besitze in jedem Punkt des Raumes dieselbe Richtung, $\vec{A}(\vec{r}) = A_1(\vec{r})\vec{e}_1$. Welche Bedingung muss gelten, damit $\vec{A}(\vec{r})$ wirbelfrei ist?

b) Die Wirbel eines Vektorfeldes $\vec{A}(\vec{r})$ seien überall konstant, $\operatorname{rot}\vec{A}(\vec{r}) = C\vec{e}_1$. Welche allgemeine funktionale Form muss $\vec{A}(\vec{r})$ besitzen?

c) Bestimmen Sie die allgemeine Form der Gradienten folgender Funktionen:
   (1) $f(\vec{r}) = g(\vec{a} \cdot \vec{r})$,
   (2) $f(\vec{r}) = h(\vec{a} \times \vec{r})$,
   (3) $f(\vec{r}) = e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$,
   (4) $f(\vec{r}) = \cos(\vec{k} \cdot \vec{r})$,
   (5) $f(\vec{r}) = (\vec{a} \times \vec{r})^2$.
   g, h seien skalare Funktionen des Arguments, $\vec{k}$ und $\vec{a}$ seien Konstanten.

d) Gegeben seien die folgenden Vektorfelder
   (1) $\vec{A}(\vec{r}) = \vec{a} \times \vec{r}$,
   (2) $\vec{A}(\vec{r}) = (\vec{a} \cdot \vec{r})\,\vec{r}$,
   (3) $\vec{A}(\vec{r}) = \vec{r}^{\,2}\vec{a}$,
   (4) $\vec{A}(\vec{r}) = a\,|\vec{r}\,|\,\vec{r}$,
   mit $\vec{a}$ bzw. a konstant.
   Untersuchen Sie, ob diese Felder Wirbel besitzen und wenn nicht, bestimmen Sie die zugehörigen Potentiale.

e) Gegeben sei das Vektorfeld

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\vec{a} \times \vec{r}}{(\vec{a} \times \vec{r})^2}, \quad \vec{a} = const.$$

   Bestimmen Sie die Divergenz und die Rotation von $\vec{A}(\vec{r})$. Hierbei ist es von Vorteil Zylinderkoordinaten (vgl. Physik 1) zu benutzen. Besitzt $\vec{A}(\vec{r})$ ein Potential und wenn ja in welchem Raumbereich?