Übungen zur Physik II (SS 2011) **Übungsblatt 5**

Prof. Dr. S. J. Linz / Prof. Dr. C. Fallnich 04.05.2011

Abgabe der schriftlichen Aufgaben: 10.05.11 vor der Vorlesung
Besprechung der Übungsaufgaben: 12.05.11 / 13.05.11

Aufgabe 15: Anwendungen des 1. HS der Thermodynamik (schriftlich, 5 Punkte)

a) Zeigen Sie anhand eines Beispiels, dass die Wärmemenge δQ im Allgemeinen kein totales Differential darstellt. Benutzen Sie dabei nur die Formulierung des ersten Hauptsatzes aus der Vorlesung.

a) Bestimmen Sie am Beispiel des idealen Gases einen integrierenden Faktor $r(T, V)$, der aus δQ ein totales Differential $dy = r(T, V)\delta Q$ macht und nur abhängt von

   i) $T (r = r(T))$,
   ii) $V (r = r(V))$.

a) Ein ideales Gas bei T, p, V wird auf die Temperatur $T + dT$ aufgeheizt, wobei während der Zustandsänderung die Volumenänderung dV und die Druckänderung dp über

$$dp = \frac{ap}{V} dV \qquad (*)$$

miteinander verknüpft sind.

   i) Bestimmen Sie die Wärmekapazität als Funktion von a für diese Prozessführung. Zeigen Sie hierfür zunächst, dass durch Kombination von $(*)$ und der idealen Gasgleichung die Relation

$$dV = \frac{nR}{p(a+1)} dT$$

   folgt. Mithilfe der kalorischen Zustandsgleichung, $U = \frac{3}{2} nRT$, und des ersten Hauptsatzes der Thermodynamik berechne man dann

$$C = \frac{\delta Q}{dT} = \frac{dU - \delta W}{dT}.$$

   ii) Untersuchen Sie, welchen Prozessen die spezielle Wahl

$$a = -1, \quad a = \infty, \quad a = 1, \quad a = 0, \quad a = -\frac{5}{3}$$

   entspricht und ermitteln Sie die zugehörige Wärmekapazität $C = C(a)$.

Aufgabe 16: Dieterici-Gas (mündlich, 5 Punkte)

Die thermische Zustandsgleichung eines realen Gases sei gegeben durch

$$p = nRT(V - nb)^{-1} e^{-\frac{na}{RTV}}.$$

Es seien $n = N/N_a$ die Zahl der Mole, R die allgemeine Gaskonstante und a, b Materialkonstanten.

a) Bestimmen Sie aus der Virialentwicklung nach der Teilchendichte $\varrho = N/V$,

$$p = k_B T \varrho \left(1 + \sum_{\nu=1}^{\infty} B_\nu \varrho^\nu \right),$$

den ersten Koeffizienten B_1. Drücken Sie die Boyle-Temperatur T_B, für die $B_1 = 0$ gilt, durch die Konstanten a und b aus.

b) Vergleichen Sie den Ausdruck für B_1 mit dem entsprechenden Virialkoeffizienten der van-der-Waals-Gleichung. Welche Bedeutung haben die Größen a und b?

c) Wie hängt die Größe $\left(\frac{\partial p}{\partial \varrho}\right)_T$ mit der isothermen Kompressibilität κ_T zusammen? Welches Vorzeichen muss aufgrund physikalischer Argumente für $\left(\frac{\partial p}{\partial \varrho}\right)_T$ erwartet werden?

d) Berechnen Sie $\left(\frac{\partial p}{\partial \varrho}\right)_T$ für das Dieterici-Gas und bestimmen Sie die Temperatur $T_0(\varrho)$, für die dieser Differentialquotient Null wird. Skizzieren Sie $T_0(\varrho)$. Ermitteln Sie die kritische Temperatur T_c als das Maximum von $T_0(\varrho)$. Drücken Sie die Größen a und b durch T_c und die kritische Dichte ϱ_c aus. Welcher Zusammenhang besteht zwischen T_c und T_B?

e) Zeichnen Sie qualitativ die durch die Dieterici-Gleichung bestimmten Isothermen im p-ϱ-Diagramm. In welchem Bereich sind die Kurven unphysikalisch?

Aufgabe 17: Mittlere freie Weglänge (schriftlich, 5 Punkte)

In einem Teilchenbeschleuniger befindet sich Restgas mit einer Temperatur von 295 K und einem Druck von 10^{-6} Torr.

a) Berechnen Sie die Anzahl der Gasmoleküle pro Kubikzentimeter bei diesem Druck.

b) Welche mittlere freie Weglänge haben die Gasmoleküle, wenn der Moleküldurchmesser $2 \cdot 10^{-8}$ cm beträgt?

Aufgabe 18: Abschätzung Moleküldurchmesser (mündlich, 5 Punkte)

Die Van-der-Waals-Zustandsgleichung für reale Gase ist gegeben durch

$$\left(p + \left(\frac{n}{V}\right)^2 a\right)(V - nb) = nRT.$$

Ausgehend von der Zustandsgleichung des idealen Gases wird also das Volumen V_{ideal} ersetzt durch $(V - nb)$, wobei n die Anzahl der Mole ist. Für Sauerstoff ist b ungefähr $3{,}2 \cdot 10^{-5}$ m^3/mol. Schätzen Sie hieraus den Durchmesser eines Sauerstoffmoleküls ab.