

Abgabe der schriftlichen Aufgaben:  
 Besprechung der Übungsaufgaben:

03.05.11 vor der Vorlesung  
 05.05.11 / 06.05.11

**Aufgabe 11: Reale Gase**

(schriftlich, 5 Punkte)

- a) Die thermische Zustandsgleichung eines Gases sei gegeben durch  $p = p(V, T)$ . Formen Sie den isobaren thermischen Volumenausdehnungskoeffizienten  $\beta$  und die isotherme Kompressibilität  $\chi$  mit

$$\beta = \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \quad \text{und} \quad \chi = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_T$$

unter Verwendung der Reziprozitätsrelationen so um, dass nur mehr die partiellen Ableitungen von  $p$  nach  $T$  und von  $p$  nach  $V$  eingehen.

- b) Einfache Modelle für reale Gase, die Verallgemeinerungen der idealen Gasgleichung darstellen, sind durch die folgenden Zustandsgleichungen gegeben:

- i) Berücksichtigung des Eigenvolumens:

$$p(V - nb) = nRT,$$

- ii) Virialentwicklung nach dem Druck:

$$pV = nRT(1 + A_1p); \quad A_1 = A_1(T),$$

- iii) Virialentwicklung nach dem Volumen:

$$pV = nRT \left( 1 + \frac{B_1}{V} \right); \quad B_1 = B_1(T).$$

Berechnen Sie jeweils den isobaren thermischen Volumenausdehnungskoeffizienten  $\beta$  und die isotherme Kompressibilität  $\chi$  (vgl. a)). Welche Unterschiede ergeben sich zum idealen Gas?

**Aufgabe 12: Zustandsgleichungen**

(mündlich, 5 Punkte)

Gegeben Sei die Berthelot'sche Zustandsgleichung für reale Gase,

$$\left( p + \frac{a}{TV^2} \right) (V - b) = RT. \quad (*)$$

- a) Berechnen Sie die thermischen Koeffizienten

$$\beta = \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p, \quad \sigma = \frac{1}{p} \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_V, \quad \chi = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_T.$$

- b) Verifizieren Sie mit a) die allgemeingültige Relation für Zustandsgleichungen  $f(p, V, T) = 0$ ,

$$p \cdot \frac{\chi\sigma}{\beta} = 1.$$

- c) Berechnen Sie  $\left( \frac{\partial \beta}{\partial p} \right)_T$  und  $\left( \frac{\partial \chi}{\partial T} \right)_p$  aus (\*) und zeigen Sie, dass gilt:

$$\left( \frac{\partial \beta}{\partial p} \right)_T = - \left( \frac{\partial \chi}{\partial T} \right)_p.$$

- d) Geben Sie die Virialentwicklung von (\*) bis zur Ordnung  $\frac{1}{V}$  an und bestimmen Sie den zweiten Virial-Koeffizienten.

**Aufgabe 13: Swimmingpool**

(schriftlich, 5 Punkte)

Ein Swimmingpool wird mit Hilfe von Solarkollektoren mit einer Kollektorfläche  $A$  beheizt. Die Solarkollektoren erwärmen das durch sie fließende Swimmingpool-Wasser (Volumen  $V$ ). Der Wirkungsgrad dieser Energieumwandlung sei  $\eta$ . Die senkrecht auftreffende Sonnenstrahlung habe die Intensität  $I$ .

- Welche Wärmemenge  $Q$  wird dem Wasser zugeführt, wenn sich der Swimmingpool von der anfänglichen Temperatur  $T_1$  auf  $T_2$  erwärmt?
- In welcher Zeit  $t$  geschieht der Vorgang aus Teil a) ?
- Wie hoch muss die elektrische Leistung  $P$  eines mit 100%-Wirkungsgrad arbeitenden Heizgerätes sein, um in fünf Stunden die gleiche Erwärmung zu erreichen?

Hinweise:

$$V = 100 \text{ m}^3; \quad T_1 = 17^\circ\text{C}; \quad T_2 = 20^\circ\text{C}; \quad c_{\text{Wasser}} = 4 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}};$$

$$I = 1,2 \frac{\text{kW}}{\text{m}^2}; \quad \eta = 80\%; \quad A = 50 \text{ m}^2$$

**Aufgabe 14: Wärmekraftmaschine**

(mündlich, 5 Punkte)

Eine Wärmekraftmaschine erreiche 80 % des Carnot-Wirkungsgrads. Bei jedem Zyklus entnehme sie dem wärmeren Reservoir mit 500 K eine Wärmemenge von 200 kJ und gebe Wärme an das kältere Reservoir (mit 200 K) ab.

- Wie groß ist der Wirkungsgrad  $\eta$ ?
- Wieviel Arbeit  $W$  wird pro Zyklus verrichtet?
- Welche Wärmemenge  $Q$  wird pro Zyklus an das kältere Reservoir abgegeben?