

Abgabe der schriftlichen Aufgaben:  
Besprechung der Übungsaufgaben:

26.04.11 vor der Vorlesung  
28.04.11 / 29.04.11

**Aufgabe 7: Exaktes vs. inexaktes Differential**

(schriftlich, 5 Punkte)

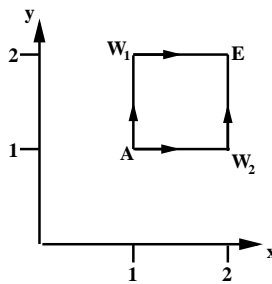
Gegeben sei die Differentialform

$$\delta z := \vec{F} \cdot d\vec{x} := (x^2 - y) dx + x dy.$$

- a) Überprüfen Sie, ob  $\delta z$  exakt ist.  
b) Berechnen Sie die Linienintegrale

$$\int_{W_1} \delta z \quad \text{und} \quad \int_{W_2} \delta z$$

von  $\delta z$  entlang der von  $A = (1, 1)$  nach  $E = (2, 2)$  verlaufenden Wege  $W_1$  und  $W_2$ , wie sie in der nachstehenden Skizze dargestellt sind:



- c) Wie lautet der integrierende Faktor  $h(x, y)$ , der  $h(x, y)\delta z$  zu einem vollständigen Differential macht?

**Aufgabe 8: Zustandsgleichung aus experimentellen Daten**

(mündlich, 5 Punkte)

- a) Für ein bestimmtes Gas wurden (zu gegebenem Druck und Temperaturbereich) die folgenden Relationen für den Volumenausdehnungskoeffizienten

$$\beta = \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = \frac{nR}{pV}$$

und die isotherme Kompressibilität

$$\chi = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_T = \frac{1}{p} + \frac{a}{V}$$

gefunden, wobei  $n$ ,  $R$  und  $a$  Konstanten sind. Bestimmen Sie die zugehörige Zustandsgleichung.

- b) Für eine bestimmte Substanz ermittelte man experimentell die Relationen

$$\beta = \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = \frac{3aT^3}{V} \quad \text{und} \quad \chi = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_T = \frac{b}{V}.$$

Bestimmen Sie die zugehörige Zustandsgleichung und daraus deren Grenzwert für  $T \rightarrow 0$ .

**Aufgabe 9: Eisenring**

(schriftlich, 5 Punkte)

Ein Eisenring soll leicht über einen zylindrischen Eisenstab passen. Bei  $20^\circ\text{C}$  beträgt der Stabdurchmesser  $6,445\text{ cm}$ , während der Innendurchmesser des Rings  $6,420\text{ cm}$  ist. Um über den Stab gezogen werden zu können, muss der innere Ringdurchmesser etwas größer sein als der Stabdurchmesser, also um etwa  $0,008\text{ cm}$ . Auf welche Temperatur muss der Ring gebracht werden, damit sein Innendurchmesser groß genug für den Stab ist? Bevor Sie zu rechnen beginnen, überlegen Sie sich bitte an dem Beispiel eines Lochs in einer Platte, ob sich beim Erwärmen des Rings der Innendurchmesser vergrößert, verkleinert oder gleich bleibt! Hinweis: Der lineare Ausdehnungskoeffizient beträgt  $\alpha = 12 \cdot 10^{-6}\text{ K}^{-1}$  und der Volumenausdehnungskoeffizient  $\gamma = 35 \cdot 10^{-6}\text{ K}^{-1}$ .

**Aufgabe 10: Volumenarbeit**

(mündlich, 5 Punkte)

Von einer in einem Zylinder eingeschlossenen Luftmenge ist bekannt, dass sich bei einem Prozess ihr Volumen von  $V_a = 10\text{ dm}^3$  auf  $V_e = 2\text{ dm}^3$  verringert, während der Druck einen Anstieg von  $p_a = 0,1\text{ MPa}$  auf  $p_e = 0,5\text{ MPa}$  erfährt. Die Temperatur soll sich nicht verändern. Wie groß ist die Volumenarbeit?