Abgabe der Übungsaufgaben: 06.12.10

Aufgabe 37: **Ballistik** (mündlich, 7 Punkte)
Ein Geschoss (Massenpunkt) der Masse m dringt mit der Geschwindigkeit $v_0 > 0$ in ein bremsendes Medium ein. Es wirke eine Reibungskraft

$$F_R = -av^n, \qquad n \geq 0.$$

a) Integrieren Sie die Bewegungsgleichung auf und bestimmen Sie die allgemeine Form von $v(t)$.

b) Untersuchen Sie, wie lange es dauert bis die Geschwindigkeit $v = 0$ erreicht ist.
Tipp: Fallunterscheidung für n

c) Berechnen Sie den Bremsweg des Geschosses. Für welche n ist er endlich bzw. unendlich?

d) Bestimmen Sie Bremsweg und Bremszeit für die Spezialfälle

(1) $F_R = -a\sqrt{v}$,
(2) $F_R = -av^{3/2}$,
(3) $F_R = -av$,
(4) $F_R = -av^2$.

Aufgabe 38: **Fallschirmspringer** (mündlich, 7 Punkte)
Nach dem Verlassen des Flugzeuges fällt ein Fallschirmspringer zunächst eine Höhe h_1 frei. Dabei sei die Luftreibung zu vernachlässigen. Danach öffnet sich der Fallschirm und der Springer erfährt eine näherungsweise konstante Bremsbeschleunigung von a_B. Er erreicht den Boden mit einer Geschwindigkeit v_A.

a) Wie lange dauerte der freie Fall?

b) Wie lange dauerte der Sprung?

c) Aus welcher Höhe ist er abgesprungen?

d) Was ergibt sich für a), b) und c) mit den konkreten Zahlenwerten $h_1 = 50\,\mathrm{m}$, $a_\mathrm{B} = 2\,\mathrm{m/s^2}$ und $v_\mathrm{A} = 3\,\mathrm{m/s}$?

Aufgabe 39: **Satellitenbahnen** (mündlich, 6 Punkte)
Ein Satellit der Masse $m = 1000$ kg befindet sich auf einer Kreisbahn mit Abstand $r_1 = 10^4$ km vom Erdmittelpunkt. Welche Arbeit muss das Triebwerk leisten, um ihn auf eine Bahn mit Radius $r_2 = 5{,}5 \cdot 10^4$ km zu bringen?

Aufgabe 40: **Krummlinige Koordinaten I** (schriftlich, 6 Punkte)
Die momentane Position eines Massenpunktes im dreidimensionalen Raum ist gegeben durch $\vec{r}(t)$. Berechnen Sie seine Geschwindigkeit $\vec{v}(t) = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}$ und Beschleunigung $\vec{a}(t) = \frac{\mathrm{d}^2\vec{r}}{\mathrm{d}t^2}$ in

a) Zylinderkoordinaten und

b) Kugelkoordinaten.

Bestimmen Sie dazu zunächst die Ableitungen der Einheitsvektoren nach den Krummlinigen Koordinaten.

Aufgabe 41: **Krummlinige Koordinaten II** (schriftlich, 7 Punkte)

a) Berechnen Sie die Maßstabsfaktoren h_{y_1}, h_{y_2} und h_{y_3} für

- Kugelkoordinaten (R, ϑ, φ) und
- Zylinderkoordinaten (ρ, φ, z).

Berechnen Sie dazu das Bogenelement $|\mathrm{d}\vec{r}|^2$ und vergleichen Sie mit der allgemeinen Formel

$$|\mathrm{d}\vec{r}|^2 = h_{y_1}^2 \mathrm{d}y_1^2 + h_{y_2}^2 \mathrm{d}y_2^2 + h_{y_3}^2 \mathrm{d}y_3^2.$$

b) Berechnen Sie für ein Skalarfeld ϕ und ein Vektorfeld $\vec{A}$ die Größen

(1) $\vec{\nabla}\phi$,
(2) $\vec{\nabla}^2\phi$,
(3) $\vec{\nabla} \cdot \vec{A}$ und
(4) $\vec{\nabla} \times \vec{A}$

in Zylinderkoordinaten und in Kugelkoordinaten.

c) Bestimmen Sie das Volumenelement $\mathrm{d}V$ in Kugelkoordinaten und Zylinderkoordinaten.

Aufgabe 42: **Abrutschen** (schriftlich, 7 Punkte)
Gegeben ist ein Zylinder mit Radius R und reibungsfreier Oberfläche. Eine Masse m befindet sich an der höchsten Stelle auf dem Zylinder ($\varphi = 0$) und beginnt im Schwerefeld auf der Zylinderoberfläche abzugleiten. Bei welchem Winkel φ reicht die Schwerkraft nicht mehr aus, um m auf der Zylinderoberfläche festzuhalten.

Hinweis: Die kinetische Energie der abrutschenden Masse bestimmt sich aus dem Verlust an potentieller Energie durch Abnahme der Höhe h im Schwerefeld.

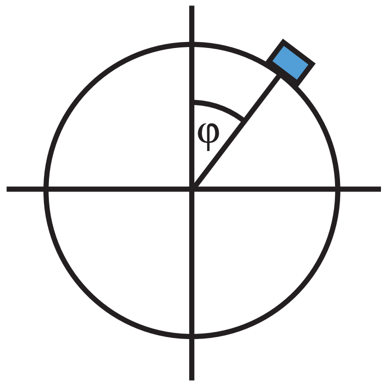

Abbildung 1: Skizze zu Aufgabe 42