Übungen zur Statistischen Physik I (SS 2003)

Blatt 8

Aufgabe 30: Informationsentropie (3 Punkte)

In einer Brauerei werden Bierflaschen befüllt. Eine Testreihe für den Flascheninhalt x nach dem Passieren der Abfüllanlage ergab den Mittelwert $\langle x\rangle \equiv \bar{x} = 503\,\mathrm{ml}$ und die Varianz $\langle (x-\bar{x})^2\rangle = 4\,\mathrm{ml}^2$. Welche Verteilung für x sollte man vermuten? Suchen Sie die Verteilung mit der maximalen Informationsentropie.

Aufgabe 31: Phasenraumvolumen eines HO (4 Punkte)

Ein harmonischer Oszillator habe die Hamilton-Funktion

$$\mathcal{H}(p,q) = \frac{1}{2m}p^2 + \frac{m}{2}\omega^2 q^2 \,.$$

Berechnen Sie das Phasenraumvolumen

$$\Phi(E,1) = \int_{\mathcal{H}(p,q)\leq E} dpdq$$

und den Inhalt der Energieschale

$$\Omega(E,1) = \int \delta(\mathcal{H}(p,q) - E)dpdq \,.$$

Aufgabe 32: Phasenraumvolumen eines relativistischen Teilchens (2 Punkte)

Berechnen Sie das Phasenraumvolumen $\Phi(E,1)$ eines relativistischen Teilchens der Energie E, das sich in einem Kasten vom Volumen V bewegt.

Aufgabe 33: Spin-System (6 Punkte)

Ein System bestehe aus N ($N \gg 1$) schwach miteinander wechselwirkenden, lokalisierten Teilchen mit Spin $\frac{1}{2}$. Jedes Teilchen besitzt ein magnetisches Moment μ, das parallel oder antiparallel zum angelegten Feld H ausgerichtet sein kann. Die Energie des Systems ist dann durch $E = -(n_1 - n_2)\mu H$ gegeben, wobei n_1 die Zahl der parallel zu H ausgerichteten Spins bezeichnet und n_2 die der entgegengesetzt ausgerichteten.

a) Wie groß ist die Zahl $\Omega(E)$ der Zustände in dem Energiebereich $E \ldots E+\delta E$ mit $\mu H \ll \delta E \ll E$?

b) Geben Sie einen Näherung für $\ln\Omega(E)$ unter Verwendung der Stirlingschen Formel an.

c) Geben Sie den Zusammenhang zwischen der absoluten Temperatur T und der Energie E des Systems an. Benutzen Sie dazu die Definition $\beta = \partial \ln\Omega/\partial E$.

d) Wann ist T negativ?

e) Geben Sie das magnetische Moment m in Abhängigkeit von H und T an.