

Übungen zur Statistischen Physik I (SS 2003)

Blatt 4

Aufgabe 10: Entropiebilanz (7 Punkte)

Ein Kilogramm Wasser der Temperatur 273 K wird mit einem unendlich ausgedehnten Wärmereservoir der Temperatur $T_{\text{Res}} = 373$ K in Kontakt gebracht.

- a) Wie erhöht sich die Entropie des Wassers?
- b) Wie ändert sich die Entropie des Universums?
- c) Wie sieht die Situation für das Wasser und das Universum aus, wenn man das Wasser zunächst mit einem Reservoir der Temperatur 323 K und dann mit dem Reservoir der Temperatur 373 K in Kontakt bringt?
- d) Verallgemeinern Sie dieses Vorgehen auf $N \in \mathbb{N}$ Reservoirs aufsteigender Temperatur mit Temperaturunterschieden $\Delta T = 100/N$. Wie groß sind nun die Entropieänderungen?
- e) Bilden Sie den Limes $N \rightarrow \infty$. Kommentieren Sie das Ergebnis.

Aufgabe 11: Heizungen (3 Punkte)

Ein Gebäude der Temperatur T werde mittels einer Wärmepumpe, die Flusswasser der Temperatur T_0 als Wärmereservoir verwendet, geheizt. Die Pumpe funktioniere unter idealen Bedingungen und nehme die Leistung W auf. Das Gebäude verliere, da es nicht perfekt isoliert ist, fortlaufend Wärme in der Form $\alpha(T - T_0)$, wobei α eine Konstante ist.

- a) Zeigen Sie, dass die Gleichgewichtstemperatur T_e des Gebäudes gegeben ist durch

$$T_e = T_0 + \frac{W}{2\alpha} \left[1 + \left(1 + \frac{4\alpha T_0}{W} \right)^{\frac{1}{2}} \right].$$

- b) Nehmen Sie an, dass zum Heizen des Gebäudes die Wärmepumpe durch eine „gewöhnliche“ Heizung, die ihre aufgenommene Leistung W vollständig in Wärme umwandelt, ersetzt werde. Rechnen Sie nach, warum eine Heizung nicht so effektiv wie eine Wärmepumpe arbeitet?

Aufgabe 12: Klimaanlage (5 Punkte)

Bei einer Klimaanlage handelt es sich im Wesentlichen um einen Kühltisch, welcher seine Abwärme nicht in den Raum sondern an die das Haus/Auto umgebende Luft abführt.

Eine typische Klimaanlage lässt sich recht gut durch einen Carnot-Prozess mit Wärmereservoirs der Temperaturen T_1 (Außentemperatur) und T_2 (Innentemperatur) modellieren. Die Leistungsaufnahme unserer Modellklimaanlage betrage im Betrieb P (in J/s).

- a) In einer Sekunde entnehme die Anlage der Zimmerluft die Wärmemenge Q_2 (in J) und gebe Q_1 (in J) an die Außenluft ab. Geben Sie eine Formel für die Effizienz $\varepsilon = Q_2/P$ der Anlage als Funktion von T_1 und T_2 an.

- b) Ein Zimmer ist typischerweise nicht vollständig isoliert. Der Wärmetransport durch Wände, Fenster und kleine Öffnungen werde durch die NEWTONsche Formel $Q_{\text{Leck}} = \alpha(T_1 - T_2)$ beschrieben, wobei α eine von der Isolierung abhängige reelle Konstante ist. Welche Innentemperatur T_2 stellt sich nach dem Einschwingvorgang bei Dauerbetrieb mit der Leistung P als Funktion der Parameter T_1 , α und P ein?
- c) Zur Regelung der Klimaanlage werde nicht die Leistungsaufnahme P verändert, sondern das Gerät über einen Thermostaten ein- und ausgeschaltet. Bei der Einstellung „20°C“ und einer Außentemperatur von 303 K arbeitet die Anlage 30% der Zeit. Welches ist die maximale Außentemperatur, bei der man noch diese Innentemperatur erzielen kann?
- d) Im Winter kann man durch Umlegen eines roten Hebels die Richtung des Kreisprozesses umkehren. Unsere Klimaanlage arbeitet dann als Wärmekraftmaschine. Welches ist die minimale Außentemperatur, bei der die durch Teil c) spezifizierte Anlage noch eine Innentemperatur von 293 K erzeugen kann?

Aufgabe 13: Carnot-Zyklen (5 Punkte)

- a) Es sei C' ein Carnot-Zyklus, der die Wärme $Q'_2 > 0$ bei T'_2 aufnimmt und $Q'_1 < 0$ bei $T'_1 < T'_2$ abgibt, entsprechend C'' ein zweiter Carnot-Zyklus mit $Q''_2 > 0$ bei T''_2 und $Q''_1 < 0$ bei $T''_1 < T''_2$. Die beiden Zyklen werden „parallel geschaltet“: die Wärmemengen Q'_2, Q'_1, Q''_2, Q''_1 werden unabhängig ausgetauscht, aber die abgegebenen Arbeiten A' und A'' der beiden Zyklen werden miteinander verrechnet, d.h., Arbeit, die C' bei Expansion abgibt, kann C'' für Kompression aufnehmen und umgekehrt. Die verbleibende Netto-Arbeit wird nach außen abgegeben. Zeigen Sie, dass der durch

$$\eta := \frac{A' + A''}{Q'_2 + Q''_2}$$

zu definierende Wirkungsgrad des Gesamtprozesses zwischen den beiden Wirkungsgraden η' und η'' der beiden einzelnen Carnot-Zyklen C' und C'' liegt.

- b) Eine beliebige Wärmekraftmaschine erreiche in einer Periode die maximale Temperatur T_2 und die minimale Temperatur T_1 . Zeigen unter Verwendung des Ergebnisses aus Aufgabenteil a), dass ihr Wirkungsgrad η nicht größer als $1 - T_1/T_2$ ist.