

Übungen zur Statistischen Physik I (SS 2003)

Blatt 2

Aufgabe 4: Ein Wegintegral (7 Punkte)

Ein Feld $\vec{h}(x, y)$ sei durch den funktionalen Zusammenhang

$$\vec{h}(x, y) := \frac{1}{x^2 + y^2} \begin{pmatrix} -y \\ x \end{pmatrix}$$

gegeben.

- Berechnen Sie das Wegintegral $\oint \vec{h}(x, y) \cdot \left(\frac{dx}{dy}\right)$ entlang eines Kreises vom Radius 1 um den Ursprung.
Hinweis: Polarkoordinaten erleichtern die Rechnung.
- Wiederholen Sie dies für einen Kreis mit gleichem Radius, dem Ursprung jedoch bei $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ gelegen.
Hinweis: Beim Ausrechnen der Integrale dürfen Sie durchaus auf MAPLE, MATHEMATICA o.ä. zurückgreifen.
- Wie lautet die notwendige Voraussetzung dafür, dass es sich bei einem Differenzial um ein totales Differenzial handelt?
- Überprüfen Sie, inwieweit es sich bei dem Objekt $\vec{h}(x, y) \cdot \left(\frac{dx}{dy}\right)$ um ein totales Differenzial handelt.
- Inwieweit lässt sich Ihre Schlussfolgerung mit dem Resultat aus Teil a) vereinbaren?
- Berechnen Sie eine Funktion $\phi(x, y)$ mit $\vec{\nabla}\phi(x, y) = \vec{h}(x, y)$.
- Diskutieren Sie die Existenz eines Grenzwertes $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \phi(x, y)$.
Hinweis: Spielt die Reihenfolge der Grenzwertbildung hier eine Rolle?

Aufgabe 5: Zustandsgleichung für Ferromagnete (5 Punkte)

Die Zustandsgleichung eines Ferromagneten sei durch den Ausdruck

$$M = M_0 \cdot \tanh\left(\frac{C}{M_0 T}(H + \lambda M)\right)$$

gegeben. Zeigen Sie, dass

- für $H = 0$ und $T \nearrow T_c = C\lambda$ die Magnetisierung sich verhält gemäß

$$M \approx \sqrt{3}M_0 \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{\frac{1}{2}},$$

- für $H = 0$ und $T \nearrow T_c$ die Suszeptibilität wie

$$\chi_m \approx \frac{1}{2\lambda} \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{-1}$$

divergiert und

- c) bei $T = T_c$ für $H \searrow 0$ die Magnetisierung gegeben ist durch

$$M \approx M_0 \left(\frac{3H}{\lambda M_0} \right)^{\frac{1}{3}}.$$

(Die Größen $\beta = \frac{1}{2}$, $\gamma = 1$ und $\delta = 3$ heißen kritische Exponenten)

Aufgabe 6: Einfache Thermodynamische Systeme (3 Punkte)

- a) Berechnen Sie für ein Mol eines idealen Gases mit der Temperatur $T = 0^\circ C$ die verrichtete mechanische Arbeit für eine isotherme Expansion des Volumens V_0 zu $10V_0$.
- b) Ein thermodynamisches System mit der Wärmekapazität C_1 habe die Temperatur T_1 . Es werde mit einem zweiten System mit der Wärmekapazität C_2 in thermischen Kontakt gebracht. Nach einiger Zeit stelle sich die gemeinsame Temperatur T_f ein. Berechnen Sie die Anfangstemperatur T_2 des zweiten Systems.
- c) Berechnen Sie die an einem idealen Paramagneten geleistete Arbeit, wenn das Magnetfeld H isotherm von H_1 auf H_2 gesteigert wird. *Hinweis:* Verwenden Sie das Curie-Gesetz.