

# Übungen zur Statistischen Physik I (SS 2003)

## Blatt 2

### Aufgabe 4: Ein Wegintegral (7 Punkte)

Ein Feld  $\vec{h}(x, y)$  sei durch den funktionalen Zusammenhang

$$\vec{h}(x, y) := \frac{1}{x^2 + y^2} \begin{pmatrix} -y \\ x \end{pmatrix}$$

gegeben.

- a) Berechnen Sie das Wegintegral  $\oint \vec{h}(x, y) \cdot \begin{pmatrix} dx \\ dy \end{pmatrix}$  entlang eines Kreises vom Radius 1 um den Ursprung.  
*Hinweis:* Polarkoordinaten erleichtern die Rechnung.
- b) Wiederholen Sie dies für einen Kreis mit gleichem Radius, dem Ursprung jedoch bei  $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$  gelegen.  
*Hinweis:* Beim Ausrechnen der Integrale dürfen Sie durchaus auf MAPLE, MATHEMATICA o.ä. zurückgreifen.
- c) Wie lautet die notwendige Voraussetzung dafür, dass es sich bei einem Differenzial um ein totales Differenzial handelt?
- d) Überprüfen Sie, inwieweit es sich bei dem Objekt  $\vec{h}(x, y) \cdot \begin{pmatrix} dx \\ dy \end{pmatrix}$  um ein totales Differenzial handelt.
- e) Inwieweit lässt sich Ihre Schlussfolgerung mit dem Resultat aus Teil a) vereinbaren?
- f) Berechnen Sie eine Funktion  $\phi(x, y)$  mit  $\vec{\nabla}\phi(x, y) = \vec{h}(x, y)$ .
- g) Diskutieren Sie die Existenz eines Grenzwertes  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \phi(x, y)$ . *Hinweis:* Spielt die Reihenfolge der Grenzwertbildung hier eine Rolle?

### Aufgabe 5: Zustandsgleichung für Ferromagnete (5 Punkte)

Die Zustandsgleichung eines Ferromagneten sei durch den Ausdruck

$$M = M_0 \cdot \tanh \left( \frac{C}{M_0 T} (H + \lambda M) \right)$$

gegeben. Zeigen Sie, dass

- a) für  $H = 0$  und  $T \nearrow T_c = C\lambda$  die Magnetisierung sich verhält gemäß

$$M \approx \sqrt{3} M_0 \left( 1 - \frac{T}{T_c} \right)^{\frac{1}{2}},$$

- b) für  $H = 0$  und  $T \nearrow T_c$  die Suszeptibilität wie

$$\chi_m \approx \frac{1}{2\lambda} \left( 1 - \frac{T}{T_c} \right)^{-1}$$

divergiert und

- c) bei  $T = T_c$  für  $H \searrow 0$  die Magnetisierung gegeben ist durch

$$M \approx M_0 \left( \frac{3H}{\lambda M_0} \right)^{\frac{1}{3}}.$$

(Die Größen  $\beta = \frac{1}{2}$ ,  $\gamma = 1$  und  $\delta = 3$  heißen kritische Exponenten)

### Aufgabe 6: Einfache Thermodynamische Systeme (3 Punkte)

- a) Berechnen Sie für ein Mol eines idealen Gases mit der Temperatur  $T = 0^\circ\text{C}$  die verrichtete mechanische Arbeit für eine isotherme Expansion des Volumens  $V_0$  zu  $10V_0$ .
- b) Ein thermodynamisches System mit der Wärmekapazität  $C_1$  habe die Temperatur  $T_1$ . Es werde mit einem zweiten System mit der Wärmekapazität  $C_2$  in thermischen Kontakt gebracht. Nach einiger Zeit stelle sich die gemeinsame Temperatur  $T_f$  ein. Berechnen Sie die Anfangstemperatur  $T_2$  des zweiten Systems.
- c) Berechnen Sie die an einem idealen Paramagneten geleistete Arbeit, wenn das Magnetfeld  $H$  isotherm von  $H_1$  auf  $H_2$  gesteigert wird. *Hinweis:* Verwenden Sie das Curie-Gesetz.