

# Übungen zur Statistischen Physik (SS 2009)

## Blatt 5

### Aufgabe 1: Entropiebilanz (10 Punkte)

Ein Kilogramm Wasser der Temperatur 273 K wird mit einem unendlich ausgedehnten Wärmereservoir der Temperatur  $T_{\text{Res}} = 373 \text{ K}$  in Kontakt gebracht.

- Wie erhöht sich die Entropie des Wassers? (2 Punkte)
- Wie ändert sich die Entropie des Universums? (2 Punkte)
- Wie sieht die Situation für das Wasser und das Universum aus, wenn man das Wasser zunächst mit einem Reservoir der Temperatur 323 K und dann mit dem Reservoir der Temperatur 373 K in Kontakt bringt? (2 Punkte)
- Verallgemeinern Sie dieses Vorgehen auf  $N \in \mathbb{N}$  Reservoirs aufsteigender Temperatur mit Temperaturunterschieden  $\Delta T = 100/N$ . Wie groß sind nun die Entropieänderungen? (2 Punkte)
- Bilden Sie den Limes  $N \rightarrow \infty$ . Kommentieren Sie das Ergebnis. (2 Punkte)

### Aufgabe 2: Heizungen (3 Punkte)

Ein Gebäude der Temperatur  $T$  werde mittels einer Wärmepumpe, die Flusswasser der Temperatur  $T_0$  als Wärmereservoir verwendet, geheizt. Die Pumpe funktioniere unter idealen Bedingungen und nehme die Leistung  $W$  auf. Das Gebäude verliere, da es nicht perfekt isoliert ist, fortlaufend Wärme in der Form  $\alpha(T - T_0)$ , wobei  $\alpha$  eine Konstante ist.

- Zeigen Sie, dass die Gleichgewichtstemperatur  $T_e$  des Gebäudes gegeben ist durch

$$T_e = T_0 + \frac{W}{2\alpha} \left[ 1 + \left( 1 + \frac{4\alpha T_0}{W} \right)^{\frac{1}{2}} \right]. \quad (2 \text{ Punkte})$$

- Nehmen Sie an, dass zum Heizen des Gebäudes die Wärmepumpe durch eine „gewöhnliche“ Heizung, die ihre aufgenommene Leistung  $W$  vollständig in Wärme umwandelt, ersetzt werde. Rechnen Sie nach, warum eine Heizung nicht so effektiv wie eine Wärmepumpe arbeitet? (1 Punkt)

### Aufgabe 3: Entropie und Energie des van der Waals-Gases (6 Punkte)

Betrachten Sie das van der Waals-Gas mit konstanter Wärmekapazität  $C_V$ .

- Berechnen Sie die innere Energie und die Entropie als Funktion von  $T$  und  $V$  für ein Mol ( $n = 1$ ). (2 Punkte)
- Das Gas expandiere isotherm von dem Volumen  $V_1$  auf das Volumen  $V_2$ . Wie ändert sich bei diesem Vorgang die freie Energie, wie die innere Energie? (2 Punkte)
- Leiten Sie mit Hilfe der aus dem ersten Hauptsatz bekannten Beziehung

$$C_p - C_V = \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + p \right] \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$$

und der Energiegleichung her, dass

$$C_p - C_V = T \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_V \left( \frac{\partial T}{\partial V} \right)_p^{-1}$$

gilt, und berechnen Sie damit  $C_p - C_V$  für das van der Waals-Gas. (2 Punkte)