

Übungen zur Statistischen Physik (SS 2009)

Blatt 5

Aufgabe 1: Entropiebilanz (10 Punkte)

Ein Kilogramm Wasser der Temperatur 273 K wird mit einem unendlich ausgedehnten Wärmereservoir der Temperatur $T_{\text{Res}} = 373 \text{ K}$ in Kontakt gebracht.

- a) Wie erhöht sich die Entropie des Wassers? (2 Punkte)
- b) Wie ändert sich die Entropie des Universums? (2 Punkte)
- c) Wie sieht die Situation für das Wasser und das Universum aus, wenn man das Wasser zunächst mit einem Reservoir der Temperatur 323 K und dann mit dem Reservoir der Temperatur 373 K in Kontakt bringt? (2 Punkte)
- d) Verallgemeinern Sie dieses Vorgehen auf $N \in \mathbb{N}$ Reservoirs aufsteigender Temperatur mit Temperaturunterschieden $\Delta T = 100/N$. Wie groß sind nun die Entropieänderungen? (2 Punkte)
- e) Bilden Sie den Limes $N \rightarrow \infty$. Kommentieren Sie das Ergebnis. (2 Punkte)

Aufgabe 2: Heizungen (3 Punkte)

Ein Gebäude der Temperatur T werde mittels einer Wärmepumpe, die Flusswasser der Temperatur T_0 als Wärmereservoir verwendet, geheizt. Die Pumpe funktioniere unter idealen Bedingungen und nehme die Leistung W auf. Das Gebäude verliere, da es nicht perfekt isoliert ist, fortlaufend Wärme in der Form $\alpha(T - T_0)$, wobei α eine Konstante ist.

- a) Zeigen Sie, dass die Gleichgewichtstemperatur T_e des Gebäudes gegeben ist durch

$$T_e = T_0 + \frac{W}{2\alpha} \left[1 + \left(1 + \frac{4\alpha T_0}{W} \right)^{\frac{1}{2}} \right]. \quad (2 \text{ Punkte})$$

- b) Nehmen Sie an, dass zum Heizen des Gebäudes die Wärmepumpe durch eine „gewöhnliche“ Heizung, die ihre aufgenommene Leistung W vollständig in Wärme umwandelt, ersetzt werde. Rechnen Sie nach, warum eine Heizung nicht so effektiv wie eine Wärmepumpe arbeitet? (1 Punkt)

Aufgabe 3: Entropie und Energie des van der Waals-Gases (6 Punkte)

Betrachten Sie das van der Waals-Gas mit konstanter Wärmekapazität C_V .

- a) Berechnen Sie die innere Energie und die Entropie als Funktion von T und V für ein Mol ($n = 1$). (2 Punkte)
- b) Das Gas expandiere isotherm von dem Volumen V_1 auf das Volumen V_2 . Wie ändert sich bei diesem Vorgang die freie Energie, wie die innere Energie? (2 Punkte)
- c) Leiten Sie mit Hilfe der aus dem ersten Hauptsatz bekannten Beziehung

$$C_p - C_V = \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + p \right] \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$$

und der Energiegleichung her, dass

$$C_p - C_V = T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_p^{-1}$$

gilt, und berechnen Sie damit $C_p - C_V$ für das van der Waals-Gas. (2 Punkte)